زاد المعرفة في

الأساتذة : ف. شارف بوزرطيط - س . مهيبل عروج
ز . كبيش - م . آيت أودية

المراجعة النهائية

للعلوم الفيزيائية

- دروس ملخصة
- تمارين نموذجية للبكالوريا
- أجوبة نموذجية

3AS

علوم تجريبية - رياضيات

منشورات كليك

ClicEditions

الفهرس

مُقدِّمة

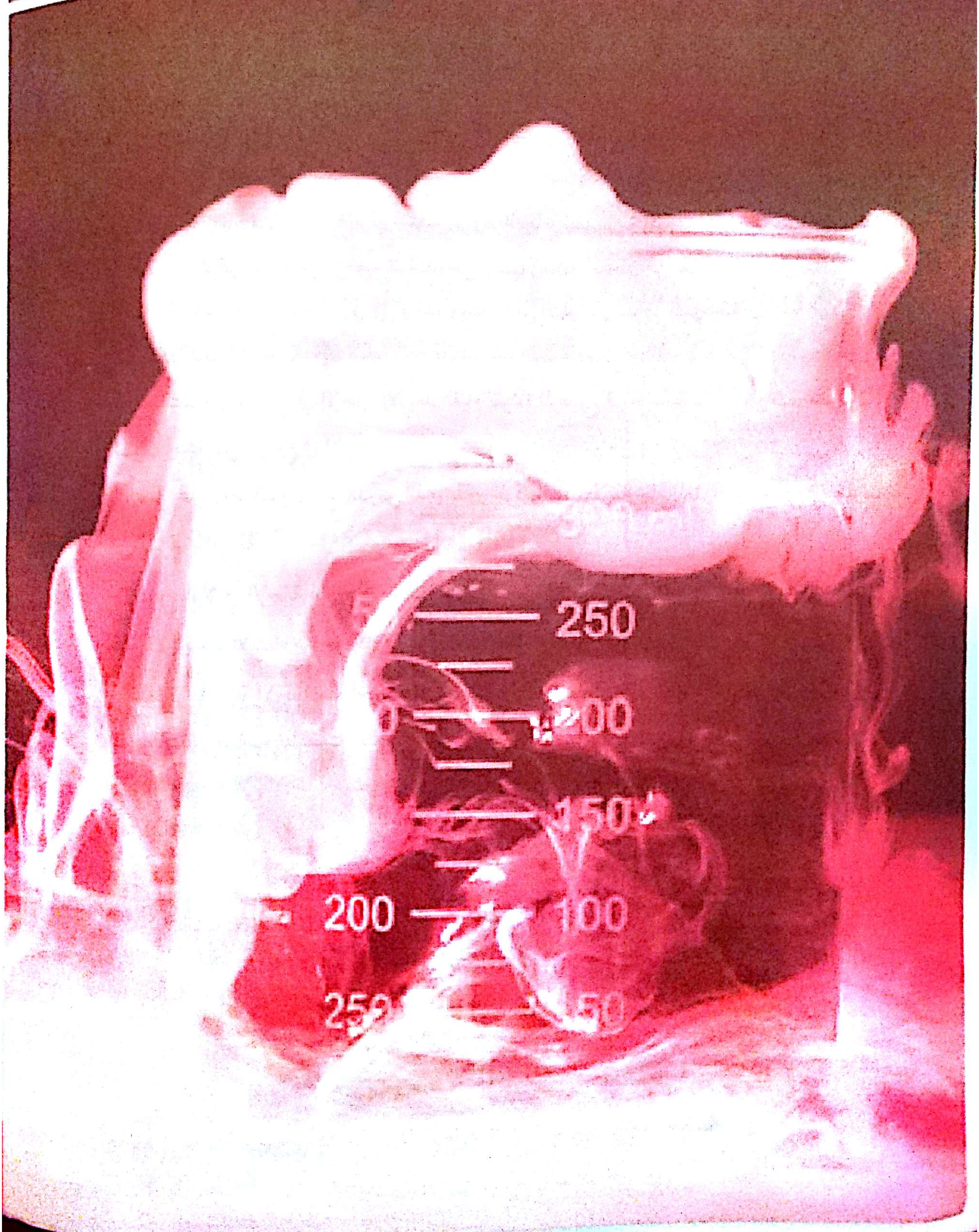
بعون الله، تم انجاز هذا الكتاب في إطار مرافقة وتحضير التلميذ إلى اجتياز امتحان شهادة البكالوريا بيسر ونجاح.
ونظرًا للطابع الذي تكتسيه أهمية عملية المراجعة من حيث الاستعداد النفسي والعلمي قبل الدخول في هذا الامتحان المصيري، وإيمانًا منّا بضرورة توفير وتهيئة شروط النجاح فلقد آثرنا إلى إعداد هذا العمل ليكون سندًا وعونًا يعتمده التلميذ كوسيلة عمل مرجعية تساعده على كسب رهان الامتحان من الجانبين النفسي والعلمي.
يتضمن هذا الكتاب ملخص الدروس في كل وحدة وسلسلة من التمارين وحلولها النموذجية.
وحتى تكسب رهان الامتحان -إن شاء الله- فإننا نقدم إليك النصائح والتوجيهات التالية:

- عدم التسرع والإندفاع في الإجابة إلا بعد القيام بقراءة الموضوع قراءة متأنية للتأكد من فهم مضمون السؤال جيدا قبل الشروع في الحل.
- العمل على ربط السؤال مع الدرس الذي يدور حوله السؤال لاسترجاع المعلومات مع تحديد المطلوب من السؤال بكل دقة.
- الشروع أولا في الإجابة على الأسئلة التي تدرك عناصر إجابتها وترك الأسئلة الصعبة التي ليست في متناولك إلى غاية الانتهاء من حل كل ما هو في استطاعتك الإجابة عليه.
- إعادة قراءة ورقة الإجابة مرة أخيرة قبل تسليمها مع التأكد من عدم نسيان أي شيء (بيانات على المخططات، وحدات، تطبيقات عددية، أسئلة، ...)
- الاعتناء بورقة الإجابة من حيث التنظيم ونظافة الورقة باستعمال خط مقروء والحرص على تفادي التشطيبات الكثيرة.

والله ولي التوفيق

الوحدة
1

المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي



1- المدة المستغرقة في تحول كيميائي:

التحول	مثال	المشاهدة	المعادلة
التحول سريع	تفاعل محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)_{(aq)}$ مع محلول نترات الرصاص $(Pb^{2+} + 2NO_3^-)_{(aq)}$	تشكل راسب اصفر فاتح لحظة تلامس المحلولين	$2(K^+ + I^-)_{(aq)} + (Pb^{2+} + 2NO_3^-)_{(aq)} = PbI_{2(s)} + 2(K^+ + NO_3^-)_{(aq)}$
التحول البطيء	تفاعل حمض الأوكساليك $(H_2C_2O_4)_{(aq)}$ مع برمنغنات البوتاسيوم $(K^+ + MnO_4^-)_{(aq)}$	اختفاء اللون البنفسجي لمحلول برمنغنات البوتاسيوم تدريجيا مع مرور الزمن	$5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H^+ = 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
التحول البطيء جدا	اذابة القليل من برمنغنات البوتاسيوم الصلب $KMnO_{4(s)}$ في الماء المقطر	بعد عدة أشهر نلاحظ أن جدران القارورة التي خزن فيها المحلول مكسوة بطبقة بنية لأكسيد المنغيز MnO_2	$4MnO_4^- + 4H_3O^+ = 3O_2 + 4MnO_2 + 6H_2O$

تعريف: يكون التحول الكيميائي سريعا (لحظيا) إذا كان تطور الجملة يصل إلى حالته النهائية مباشرة عند التلامس بين المتفاعلات ويكون بطيئا إذا كان تطور الجملة يدوم عدة ثواني إلى عدة ساعات.

2- المتابعة الزمنية لتحول كيميائي:

أ- الطريقة الفيزيائية: متابعة تحول كيميائي عن طريق قياس الناقلية.

الهدف من هذه الطريقة هو الوصول إلى مقدار تقدم التفاعل عبر الزمن عن طريق قياس الناقلية.

مثال:

$$RCL + H_2O = R\text{-}OH + H^+ + Cl^-$$

$$\sigma(t) = \lambda_{H^+}.[H^+] + \lambda_{Cl^-}.[Cl^-]$$

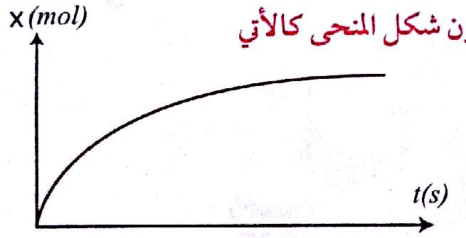
$$[H^+] = [Cl^-] = \frac{x(t)}{V}$$

$$\sigma(t) = \frac{x(t)}{V}(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})$$

$$\sigma(t) = x(t)\frac{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})}{V}$$

$$x(t) = \frac{\sigma(t).V}{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})}$$

ويكون شكل المنحنى كالأتي



ملاحظة: يمكن متابعة تحول كيميائي عن طريق قياس ضغط غاز أو حجمه .

ب- الطريقة الكيميائية: متابعة تحول كيميائي عن طريق المعايرة

الهدف: إيجاد مقدار تشكل أو اختفاء نوع كيميائي في التفاعل الكيميائي عن طريق معايرته بمحلول آخر.

مثال: التفاعل بين محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)$ ومحلول الماء الأكسجيني H_2O_2: $2I^- + 2H^+ + H_2O_2 = 2H_2O + I_2$

ولمتابعة مقدار تشكل I_2 في كل لحظة معينة نوزع المزيج على 10 أنابيب اختبار ونعاير محتوى كل أنبوب بمحلول ثيوكبرتيات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})$ تركيزه C.

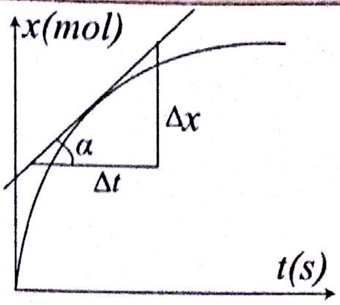
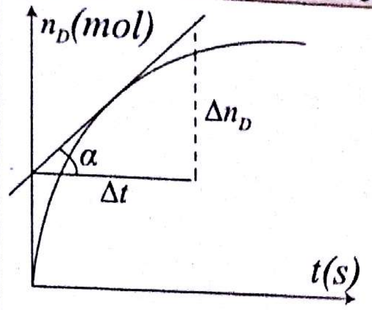
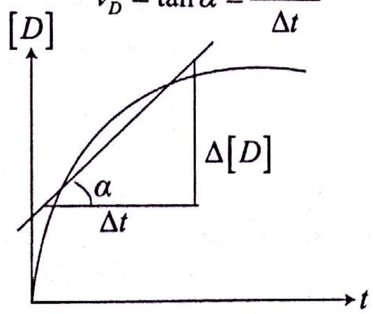
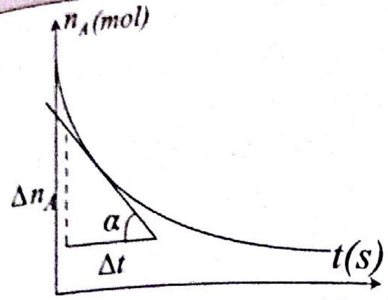
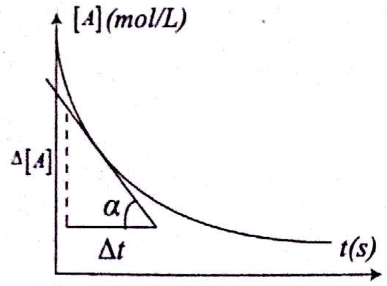
$$I_2 + 2S_2O_3^{2-} = 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

في كل انبوب تكون: $n'(I_2) = \frac{CV_E}{2}$

في المزيج تكون : $n(I_2) = 10n'(I_2) = 10\frac{CV_E}{2}$

$n(I_2)=x(t)=5CV_E$ حيث V_E هو الحجم المضاف من محلول $(2Na^{+}+S_2O_3^{2-})$ عند التكافؤ .

3- سرعة التفاعل: بفرض التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية: $\alpha A+\theta B=\lambda C+\delta D$

سرعة التفاعل	سرعة تشكل نوع كيميائي	سرعة اختفاء نوع كيميائي
 $v=\frac{dx}{dt}$ حيث x هو تقدم التفاعل وتمثل بيانيا ميل المماس للمنحنى $x=f(t)$ عند اللحظة t $v=\tan\alpha=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ السرعة الحجمية للتفاعل $v=\frac{1}{V}\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}$ حيث V حجم الوسط التفاعلي	 $v_D=\frac{dn_D}{dt}$ وتمثل ميل المماس عند اللحظة t للمنحنى $n_D=f(t)$ $v_D=\tan\alpha=\frac{\Delta n_D}{\Delta t}$ السرعة الحجمية لتشكل النوع D $v_D=\frac{1}{V}\cdot\frac{\Delta n_D}{\Delta t}=\frac{d[D]}{dt}$ وتمثل ميل المماس للمنحنى $[D]=f(t)$ عند اللحظة t $v_D=\tan\alpha=\frac{\Delta[D]}{\Delta t}$ 	 $v_A=-\frac{dn_A}{dt}$ وتمثل ميل المماس للمنحنى $n_A=f(t)$ عند اللحظة t $v_A=-\tan\alpha=-\frac{\Delta n_A}{\Delta t}$ السرعة الحجمية لاختفاء النوع A $v_A=-\frac{1}{V}\cdot\frac{\Delta n_A}{\Delta t}=-\frac{d[A]}{dt}$ وتمثل ميل المماس للمنحنى $[A]=f(t)$ عند اللحظة t $v_A=-\tan\alpha=-\frac{\Delta[A]}{\Delta t}$ 

ملاحظة : تعطي العلاقة بين هذه السرعات على الشكل.

$$v=\frac{v_A}{\alpha}=\frac{v_B}{\theta}=\frac{v_C}{\lambda}=\frac{v_D}{\delta}$$

إذا كانت المعاملات الستوكيومترية مساوية 1

فإن: سرعة التفاعل = سرعة الشكل = سرعة الاختفاء

4- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي x_{max} في تفاعل تام

5- العوامل الحركية المؤثرة في تفاعل كيميائي.

أ- تأثير التركيز الابتدائي للمتفاعلات:

كلما يزداد التركيز المولي الابتدائي للمتفاعل كلما كان التفاعل أسرعا ونفسر ذلك بأنه كلما كان عدد الأفراد في وحدة الحجم أكبركان تواترالاصطدامات الفعالة أكبر وكان التحول أسرعا.

ب- تأثير درجة الحرارة:

كلما ارتفعت درجة الحرارة يكون تطور جملة كيميائية سريعا ونفسر ذلك بأنه كلما كانت درجة الحرارة عالية كان تواتر الاصطدامات الفعالة أكبر وكان التحول أسرعا.

ج- تأثير الوسيط:

التفاعلات الكيميائية غالبا ما تكون بطيئة أو بطيئة جدا لأنها تمر بمراحل انتقالية تحتاج إلى طاقة كبيرة وبالتالي صعبة دور الوسيط يساعد على تجنب حدوث التفاعلات الانتقالية الأمر الذي يؤدي إلى زيادة سرعة التفاعل.

قسم التمارين

التمرين 01

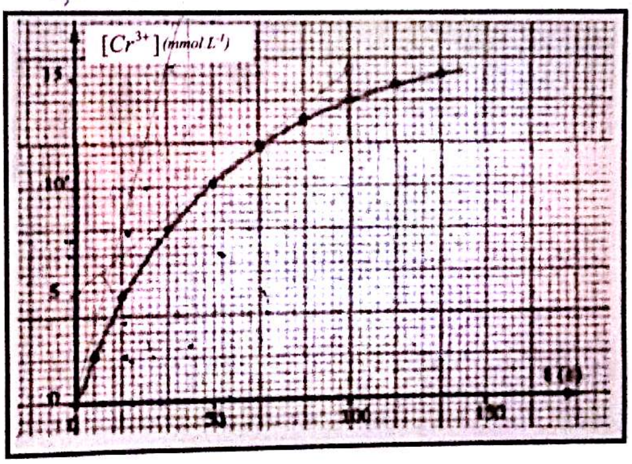
نريد انجاز معايرة بين محلول (S_1) لحمض الأ كساليك $H_2C_2O_4$ تركيزه $60\ mmol/L$ ومحلول (S_2) لثاني كرومات البوتاسيوم $K_2Cr_2O_7$ تركيزه $16{,}7\ mmol/L$ في وسط حمضي.

لدراسة هذا التطور بدلا لة الزمن نأخذ مزيجا يتكون من $50\ mL$ من المحلول (S_1) و $50mL$ من المحلول (S_2)

1– أكتب معادلة التفاعل المنمذج لهذا التحول علما أن الثنائيتين (Ox/Red) هما :

$(CO_2/H_2C_2O_4)_{aq}$ و $(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+})_{aq}$

– نحتفظ بدرجة حرارة ثابتة المقدرة بـ $25°C$ و نتابع تركيز الشوارد Cr^{3+} الناتجة عن التفاعل فنحصل على المنحنى المقابل :



2 – عرف السرعة الحجمية v لهذا التفاعل .

– ما هي العلا قة التي تربط v بـ : $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$ ؟

3– حدد هذه السرعة عند اللحظتين : $t=0s$ و $t=50s$.

– كيف تتغير السرعة الحجمية لهذا التفاعل خلا ل الزمن ؟

4 – حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

5 – نغير درجة حرارة الوسط التفاعلي لتصبح 50^0C ونحافظ على نفس الشروط السابقة

أ– كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل؟ فسر ذلك مجهريا .

ب– مثل على المنحنى السابق تغيرات تركيز الشوارد Cr^{3+} خلال الزمن .

6 – هل يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس الناقلية ؟ علل.

الحل:

1–كتابة معادلة التفاعل:

– المعادلة النصفية للأكسدة :

$$(H_2C_2O_4+2H_2O=2CO_2+2H_3O^++2e^-)\times 3$$

– المعادلة النصفية للإرجاع :

$$Cr_2O_7^{2-}+14H_3O^++6e^-=2Cr^{3+}+21H_2O$$

– معادلة الأكسدة والإرجاع :

$$3H_2C_2O_4+Cr_2O_7^{2-}+8H_3O^+ = 6CO_2+2Cr^{3+}+15H_2O$$

2–تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة:

$$v=\frac{1}{V}\cdot\frac{dx}{dt}$$

حيث V حجم الوسط التفاعلي

– العلا قة التي تربط v بـ : $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$

من جدول التقدم:

المعادلة	$3\,H_2C_2O_4+Cr_2O_7^{2-}=6CO_2+2Cr^{3+}$			
الحالة الإبتدائية	C_1V_1	C_2V_2	0	0
الحالة الانتقالية	$C_1V_1-3x(t)$	$C_2V_2-x(t)$	$6x(t)$	$2x(t)$
الحالة النهائية	$C_1V_1-3x_{max}$	$C_2V_2-x_{max}$	$6x_{max}$	$2x_{max}$

$$v(Cr^{3+})=\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}=\frac{d(\frac{2x}{V})}{dt}=\frac{2}{V}.\frac{dx}{dt}=2v$$

إذن سرعة التفاعل هي: $v=\frac{1}{2}.\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$

3-حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$:

$$\left.\begin{array}{l}1,5\,cm\rightarrow 50\,s\\0,6\,cm\rightarrow 20\,s\end{array}\right\}\tan\alpha=\frac{10}{20}$$

$$=0,5\,mmol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$v_0=\frac{1}{2}.\,0,5=0,25\,mmol.L^{-1}.s^{-1}$$

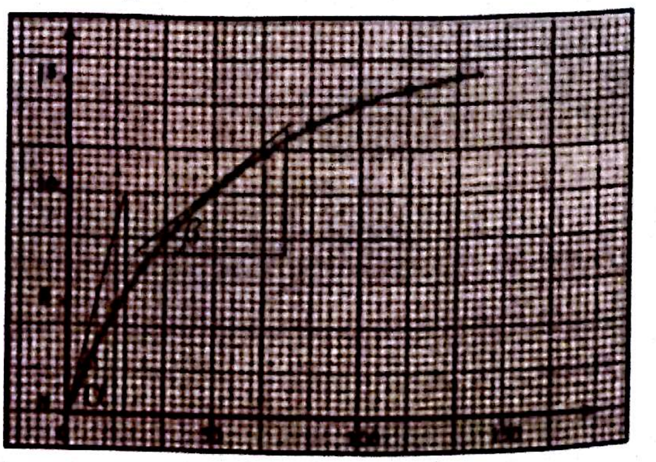
- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=50\ s$:

$1,5\,cm\rightarrow 50\,s$ $\quad$ $2,5\ cm\rightarrow 10\ mmol$

$1,6\,cm\rightarrow 53,3\,s$ $\quad$ $1,5\ cm\rightarrow 6\ mmol$

$$\tan\beta=\frac{6}{53,3}=0,1125\ mmol.L^{-1}s^{-1}$$

$$v_{(50)}=\frac{1}{2}.0,1125\ =0,06\ mmol/L.s$$



- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

4- تحديد زمن نصف التفاعل:

- حساب التقدم الأعظمي :

- نعتبر حمض الأكساليك هو الذي يختفي تماما:

$$n_1=C_1V_1=0,06.0,05=3\,mmol$$
$$n_1-3x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=1mmol$$

- نعتبر شوارد الكرومات هي التي تختفي تماما :

$$n_2=C_2V_2=0,0167.0,05=0,835\ mmol$$
$$n_2-x_{max}\ =\ 0\Rightarrow x_{max}=0,835\,mmol$$

إذن شوارد الكرومات هي التي تختفي تماما و يكون التقدم الأعظمي: $x_{max}=0,835\,mmol$

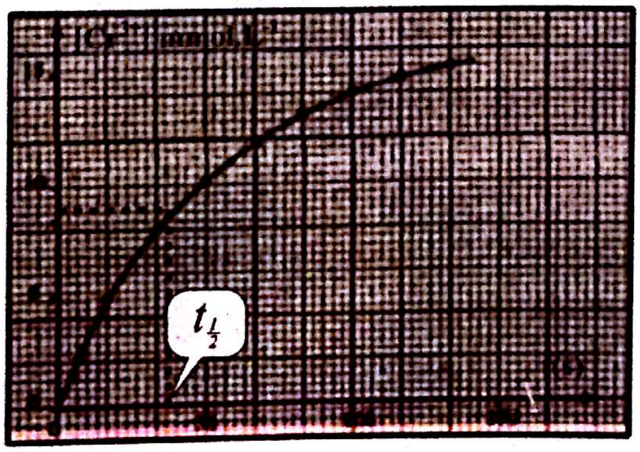
- حساب $[Cr^{3+}]_{1/2}$ عند اللحظة $t_{1/2}$:

$$[Cr^{3+}]_{1/2}=\frac{n(Cr^{3+})}{V}=\frac{2x}{V}=\frac{2\frac{x_{max}}{2}}{V}$$

$$=\frac{x_{max}}{V}=\frac{0,835}{0,1}=8,35\ mmol/L$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد :

$2,5\,cm\rightarrow 10\,mmol/L$	$1,5\ cm\rightarrow 50\,s$
$2,1\,cm\rightarrow 8,35\,mmol/L$	$1,1\,cm\rightarrow t_{1/2}=36,7\,s$



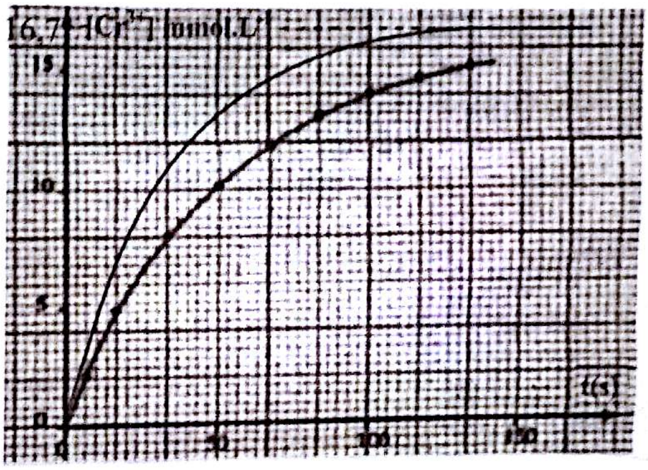
5- أ- كلما تزداد درجة الحرارة يكون التفاعل أسرع و ذلك لأنه كلما زادت درجة الحرارة يكون تواتر الإصطدامات الفعالة أكبر و كان التحول أسرع.

ب- تمثيل كيفيا على المنحنى السابق تغيرات $[Cr^{3+}]$ بدلالة الزمن t عند درجة الحرارة $50°C$.

$$[Cr^{3+}]_{max}=\frac{2x_{max}}{V}=\frac{2.0,835}{0,1}=16,7\ mmol.L^{-1}$$

لدينا : $2,5cm \rightarrow 10\ mmol.L^{-1}$

ومنه : $4,2cm \rightarrow 16,7\ mmol.L^{-1}$



6- يمكن متابعة هذا التحول بواسطة الناقلية لاحتواء الوسط التفاعلي على شوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية.

التمرين 02

تتفاعل كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ مع محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ حسب المعادلة التالية: $CaCO_3+2H_3O^+= CO_2+3H_2O+Ca^{2+}$

لدراسة حركية هذا التفاعل نصب في حوجلة تحتوي على كمية وافرة من كربونات الكالسيوم حجما V_a=100 mL من محلول حمض كلور الماء ذو التركيز $C_a = 0,1mol / L$.

نقيس ضغط ثنائي أكسيد الكربون الناتج بواسطة جهاز مناسب و تحت حجم ثابت V=1L عند الدرجة $\theta = 25°C$.

يعطي الجدول أسفله النتائج المتحصل عليها :

$t(s)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$P(CO_2)\ hPa$	12,5	22,8	33,2	41,2	48,8	55,6	60,9	65,4	69,4	71,5

1- بتطبيق علاقة الغازات المثالية ، احسب كمية مادة ثنائي أكسيد الكربون $n(CO_2)$ عند كل لحظة.

2- أنشئ جدول تقدم التفاعل، واستنتج العلاقة بين التقدم x و $n(CO_2)$.

3- أرسم البيان $x = f(t)$.

4- عين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين $t = 0s$ و $t = 50s$ ، ماذا تستنتج؟

5- علما أن التفاعل تام و أن الشوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد ، عين :

أ- التقدم الأعظمي x_{max}. ب- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

6- أ- يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية . فسر لماذا ؟

ب- ما هي الشوارد المتواجدة في المزيج التفاعلي؟ ما هي الشاردة الخاملة كيميائيا؟

ج- أوجد العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x .

د- أحسب الناقليتين النوعيتين :

σ_0 عند اللحظة $t = 0s$.

σ_{max} عند التقدم x_{max} .

المعطيات : $R = 8,31\ S.I$

$\lambda(H_3O^+) = 35mS.m^2 / mol$

$\lambda(Cl^-) = 7,5mS.m^2 / mol$

$\lambda(Ca^{2+}) = 12\ mS.m^2 / mol$

الحل

1- حساب كمية مادة ثنائي أكسيد الكربون $n(CO_2)$ عند كل لحظة:

$$PV= nRT \Rightarrow n=\frac{PV}{RT}=\frac{P.10^{-3}}{8,31.298}=4,04.10^{-7} P$$

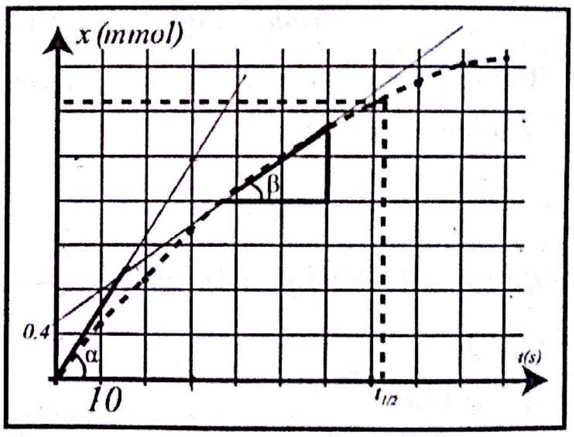
$t(s)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$n(CO_2)mmol$	0,51	0,92	1,34	1,66	1,97	2,25	2,46	2,64	2,80	2,89

2-جدول التقدم:

المعادلة	$CaCO_3+2H_3O^+=CO_2+Ca^{2+}$			
الحالة الإبتدائية	بزيادة	C_aV_a	0	0
الحالة الانتقالية	بزيادة	$C_aV_a-2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	بزيادة	$C_aV_a\text{-}2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

من جدول التقدم نجد : $n(CO_2)=x(t)$

3-تمثيل البيان : $x=f(t)$



4 - تعيين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0s$:

$$v=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$$

$$\tan\alpha=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{2,5\times 0,4}{15}=0,07\ mmol.s^{-1}$$

$$v_0=\frac{1}{0,1}.0,07=0,7\ mmol/L.s$$

- تعيين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=50\,s$:

$$\tan\beta=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1,4.0,4}{20}=0,03\ mmol/s$$

$$v_{(50)}=\frac{1}{0,1}.0,03=0,3\ mmol/L.s$$

- نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

5-أ- حساب التقدم الأعظمي:

$$C_aV_a-2x_{max}=0$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{C_a.V_a}{2}=\frac{0,1\times 0,1}{2}=5\times 10^{-3}mol$$

ب- تعيين زمن نصف التفاعل :

عند $t=t_{1/2}$ يكون $x=\frac{x_{max}}{2}=\frac{5}{2}=2,5\ mmol$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد $t_{1/2}=7,2\times 10=72\ s$

6 -أ- يمكن متابعة التحول السابق بواسطة قياس الناقلية لإحتواء الوسط التفاعلي على شوارد.

ب-الشوارد المتواجدة في المحلول هي :

$$H_3O^+,\ Ca^{2+},\ Cl^-$$

الشاردة الخاملة كيميائيا هي : Cl^-

جـ- العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x :

$$\sigma=[H_3O^+].\lambda_{H_3O^+}+[Ca^{2+}].\lambda_{Ca^{2+}}+[Cl^-].\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=\left(\frac{C_aV_a-2x}{V_a}\right).\lambda_{H_3O^+}+\frac{x}{V_a}.\lambda_{Ca^{2+}}+C_a\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=\left(C_a-\frac{2x}{V_a}\right).\lambda_{H_3O^+}+\frac{x}{V_a}.\lambda_{Ca^{2+}}+C_a.\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=C_a\lambda_{H_3O^+}-\frac{2x}{V_a}\lambda_{H_3O^+}+\frac{x}{V_a}\lambda_a+C_a\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=\frac{x}{V_a}\lambda_{Ca^{2+}}-\frac{2x}{V_a}\lambda_{H_3O^+}+C_a\lambda_{H_3O^+}+C_a\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=\frac{x}{V_a}\left(\lambda_{Ca^{2+}}-2\lambda_{H_3O^+}\right)+C_a\left(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-}\right)$$

$$\sigma=\frac{x}{10^{-4}}(12.10^{-3}-2,35.10^{-3})$$
$$+100(35.10^{-3}+7,5.10^{-3})$$

$$\sigma=-580.x+4,25$$

د- حساب الناقلية النوعية σ_0 :عند اللحظة $t=0$

يكون $x=0$ و بالتالي: $\sigma_0=4,25S/m$

- حساب الناقلية النوعية σ_{max} :

$$\sigma_{max}=-580.5.10^{-3}+4,25=1,35S/m$$

التمرين 03

نحل كمية من حمض الأكساليك كتلتها $m = 0,1606\ g$ في مذيب معين برفع درجة الحرارة وفق معادلة التفاعل التام التالي: $H_2C_2O_4 = CO_2 + HCOOH$

نتابع تطورات التفاعل السابق بقياس حجم ثنائي أكسيد الكربون المتشكل عند درجة حرارة $T = 293°K$ وتحت ضغط $1013\,hPa$، في هذه الشروط الحجم المولي للغازات هو $V_M = 24L/mol$

النتائج المحصل عليها مسجلة في الجدول التالي:

$V(mL)$	0	4,2	9,2	14,6	22,2	29,9	34,3
$t(s)$	0	300	700	1200	2100	3400	4500
$x(mol)$							

1 - أوجد عبارة التقدم $x(t)$ بدلالة الحجم $V(t)$، ثم احسب التقدم عند كل لحظة.

2 - مثل البيان $x = f(t)$ بإختيار سلم مناسب.

3 - إستنتج التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 50\,min$

4 - حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

5 - أحسب أكبر حجم لثنائي أكسيد الكربون الذي يمكن أن نتحصل عليه في شروط التجربة.

يعطى: $M(O)=16g/mol$ - $M(C)=12g/mol$

$M(H)=1g/mol$

الحل:

1-إيجاد عبارة التقدم $x(t)$ بدلالة الحجم $V(t)$:

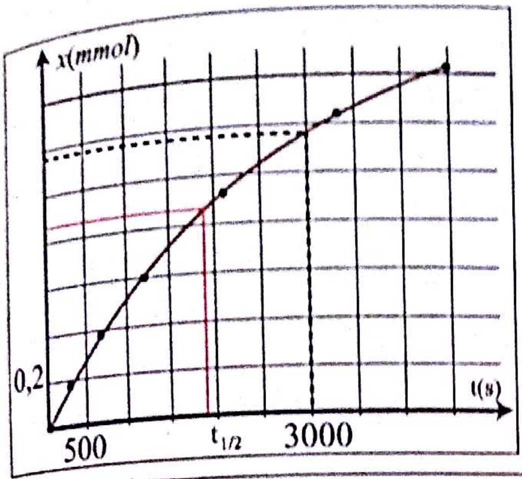
المعادلة	$H_2C_2O_4 =$	CO_2	$+ HCOOH$
الحالة الإبتدائية	n_0	0	0
الحالة الانتقالية	$n_0 - x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$n_0 - x_{max}$	x_{max}	x_{max}

$$n(CO_2) = x(t) = \frac{V_g}{V_M} = \frac{V_g}{24}$$

- حساب التقدم عند كل لحظة:

$t(s)$	0	300	700	1200	2100	3400	4500
$x(mmol)$	0	0,175	0,383	0,608	0,925	1,246	1,429

2- تمثيل البيان $x = f(t)$:



3 -إيجاد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 50min$.

عند اللحظة $t = 50\,min = 3000\,s$

واعتمادا على البيان : $0,5\,cm \rightarrow 0,2\,mmol$

$2,9\,cm \rightarrow x\,mmol$

$$x = \frac{2,9 \times 0,2}{0,5} = 1,16\,mmol$$

و بالتالي : $n(CO_2) = n(HCOOH) = 1,16\,mmol$

$n(H_2C_2O_4) = n_0 - x$

علما أن : $n_0 = \frac{m}{M} = \frac{0,1606}{90} = 1,78\,mmol$

$n(H_2C_2O_4) = 1,78 - 1,16 = 0,62\,mmol$

4-تحديد $t_{1/2}$:

حساب التقدم الأعظمي x_{max}:

$$n_0 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_0 = 1,78\,mmol$$

عند $t = t_{1/2}$ يكون : $x = \frac{x_{max}}{2} = \frac{1,78}{2} = 0,89\,mmol$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد :

$$\left.\begin{array}{l} 0,5\,cm \rightarrow 500\,s \\ 1,8\,cm \rightarrow t_{1/2} \end{array}\right\} t_{1/2} = \frac{1,8 \times 500}{0,5} = 1800\,s$$

5-حساب أكبر حجم لغاز الفحم CO_2:

$$x_{max} = \frac{V_{max}}{V_M} \Rightarrow V_{max} = x_{max}.V_M = 1,78 \times 10^{-3} \times 24$$

$$V_{max} = 42,72 \times 10^{-3}\,L$$

تمرين 04

يتفاعل محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ مع معدن الألمنيوم Al معطيا غاز ثنائي الهيدروجين، لأجل ذلك نستعمل تجهيزا مناسبا للتجربة.

1-أذكر الأدوات المستعملة ثم ضع رسما تخطيطيا لذلك.

2-أ- أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الارجاع.

ب- ما هو الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد و الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المرجع من بين المتفاعلين ؟

جـ - أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق.

3- عند اللحظة $t = 0$ نمزج كتلة قدرها $m=1{,}20g$ من مسحوق الألمنيوم مع $V=60\,mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C=0{,}30\,mol/L$ عند الدرجة 20^0C.

أ- أنشئ جدول التقدم للتفاعل السابق.

ب- استنتج التقدم الأعظمي وحدد المتفاعل المحد.

4 - من الدراسة السابقة يمكن حساب كمية مادة شوارد الألمنيوم الناتجة في لحظات مختلفة ، نعطي فيما يلي جدولا للنتائج المحصل عليها :

$t(s)$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$n(Al^{3+})(mmol)$	0,83	1,50	2,00	2,50	2,91	3,33	3,67	4,00	4,33	4,50

أ-مثل البيان : $n(Al^{3+}) = f(t)$

يعطى سلم الرسم : $1cm \rightarrow 50s$

$1cm \rightarrow 1mmol$

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدده من البيان.

جـ- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أحسبها عند اللحظة $t = t_{1/2}$.

د- كيف تتطور هذه السرعة بمرور الوقت ؟

5 - يمكن متابعة تطورات هذا التحول بواسطة قياس الناقلية النوعية σ في كل لحظة.

أ- فسر ذلك.

ب- ما هي الشوارد المتواجدة في المزيج ؟ ما هي الخاملة كيميائيا ؟

جـ-أوجد العلاقة بين الناقلية النوعية σ والتقدم x .

د- أحسب الناقليتين النوعيتين σ_0 عند اللحظة $t = 0$ و $\sigma_{1/2}$ عند اللحظة $t = t_{1/2}$.

6 - أعيدت التجربة السابقة عند الدرجة 50^0C بنفس الشروط السابقة .

أ- كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل؟ اشرح ذلك بتقديم تفسير مجهري.

ب- مثل كيفيا تغيرات كمية مادة شوارد الألمنيوم الجديدة بدلالة الزمن على نفس الورقة.

المعطيات : $\lambda(H_3O^+) = 35\,ms.m^2/mol$.

$\lambda(Cl^-) = 7{,}63\,mS.m^2/mol$.

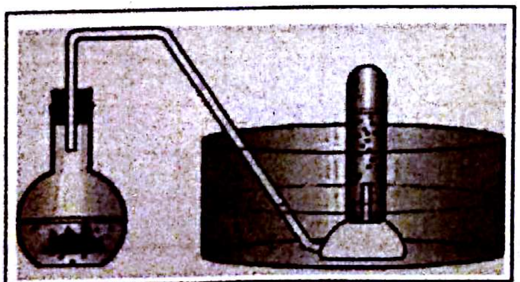
$\lambda(Al^{3+}) = 18{,}3\,mS.m^2/mol$.

$M(Al) = 27\,g/mol$

الحل

1- الأدوات المستعملة هي:

- حوجلة مزودة بسدادةو أنبوب إنطلاق.
- أنبوب إختبار مدرج.
- حوض به ماء.
- محلول حمض كلور الماء.
- معدن الألمنيوم.
- مخطط التجربة:



2- أ- المعادلة النصفية للأكسدة :

$(Al = Al^{3+} + 3e^-) \times 2$

- المعادلة النصفية للإرجاع :

$(2H_3O^+ + 2e^- = 2H_2O + H_2) \times 3$

ب- الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد هو شوارد الهيدرونيوم H_3O^+.

- الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المرجع هو الألمنيوم Al.

جـ- معادلة التفاعل هي:

$2Al + 6H_3O^+ = 2Al^{3+} + 3H_2 + 6H_2O$

3- أ- جدول التقدم :

المعادلة	$2Al$	$+6H_3O^+$	$=2Al^{3+}$	$+3H_2$
الحالة الإبتدائية	$\frac{m}{M}$	CV	0	0
الحالة الإنتقالية	$\frac{m}{M} - 2x(t)$	$CV - 6x(t)$	$2x(t)$	$3x(t)$
الحالة النهائية	$\frac{m}{M} - 2x_{max}$	$CV - 6x_{max}$	$2x_{max}$	$3x_{max}$

ب- نعتبر معدن الألمنيوم هو الذي يختفي تماما :

$\frac{m}{M} - 2x_{max} = 0$

$\Rightarrow x_{max} = \frac{m}{2M} = \frac{1,2}{2\times27} = 22\,mmol$

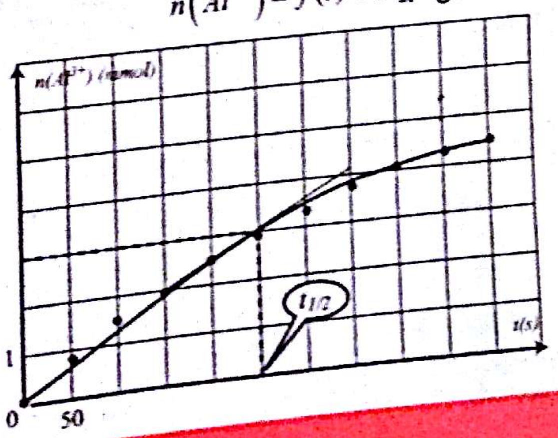
- نعتبر شوارد الهيدرونيوم هي التي تختفي تماما:

$CV - 6x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{CV}{6}$

$= \frac{0,3\times0,06}{6} = 3\ mmol$

إذن شوارد الهيدرونيوم متفاعل محد.

4- أ- تمثيل البيان : $n(Al^{3+}) = f(t)$



ب- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- تحديد قيمته : $n(Al^{3+})_{1/2} = 2\cdot\frac{x_{max}}{2} = 3\,mmol$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد: $t_{1/2} = 5.50 = 250\,s$

جـ- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعبارة $v = \frac{1}{V}\cdot\frac{dx}{dt}$ حيث x تقدم التفاعل و V حجم الوسط التفاعلي.

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_{1/2}$:

$\tan\alpha = \frac{\Delta n(Al^{3+})}{\Delta t} = \frac{2,2.1}{4.50} = 11.10^{-3}\,mmol/s$

$v(Al^{3+}) = \frac{1}{V}\cdot\frac{dn(Al^{3+})}{dt} = \frac{1}{0,06}.11.10^{-3}$

$= 0,183\ mmol/(L.s)$

من جهة أخرى لدينا $v = \frac{v(Al^{3+})}{2}$

إذن : $v = \frac{0,183}{2} = 9,15.10^{-2}\,mmol/(L.s)$

د- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

5- أ- يمكن متابعة تطورات هذا التحول بواسطة قياس الناقلية لوجود الشوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية.

ب- الشوارد المتواجدة في المزيج هي: H_3O^+, Al^{3+}, Cl^-

- الشاردة الخاملة كيميائيا هي : Cl^-.

جـ- عبارة الناقلية هي:

$\sigma = [H_3O^+]\lambda_{H_3O^+} + [Al^{3+}]\lambda_{Al^{3+}} + [Cl^-]\lambda_{Cl^-}$

$\sigma = \left(\frac{CV - 6x}{V}\right)\lambda_{H_3O^+} + \frac{2x}{V}\lambda_{Al^{3+}} + C\lambda_{Cl^-}$

$\sigma = \left(C - \frac{6x}{V}\right)\lambda_{H_3O^+} + \frac{2x}{V}\lambda_{Al^{3+}} + C\lambda_{Cl^-}$

$$[H^+]_{1/2} = C - \frac{2\frac{x_{max}}{2}}{V} = C - \frac{x_{max}}{V} = 0,5 - \frac{0,01}{0,04}$$

$$= 0,25\ mol/L$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

$$t_{1/2} = 2,8.100 = 280$$

5- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 150s$:

$$v(H^+) = -\frac{d[H^+]}{dt} = -\tan\alpha = -\frac{\Delta[H^+]}{\Delta t} = -\frac{0,29\text{-}0,37}{100}$$

$$v(H^+) = 0,8\ mmol/L.s$$

$$v = \frac{v(H^+)}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,40\ mmol/(L.s)$$

6- حساب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t = 250s$:

$$[H^+] = 0,26\ mol/L$$

$$[Zn^{2+}] = \frac{x}{V} = \frac{V(H_2)}{V.V_M} = \frac{120}{40.25} = 0,12\ mol/L$$

$$[Cl^-] = C = 0,5\ mol/L$$

7- حساب كتلة الزنك عند اللحظة $t = 750s$:

إيجاد $n(Zn)$

$$x = \frac{V(H_2)}{V} = \frac{0,180}{25} = 7,2\ mmol$$

$$n(Zn) = \frac{m}{M} - x = \frac{1}{65,4} - 7,2.10^{-3} = 7,8\ mmol$$

$$m' = n(Zn).M = 7,8.10^{-3}.65,4 = 0,51g$$

تمرين 07

لدراسة حركية تفاعل الأكسدة - إرجاع ،نسكب حجما $V = 200\ mL$ من حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه المولي $C = 1mol/L$ على الكتلة $m = 4,9g$ من مسحوق الزنك Zn.

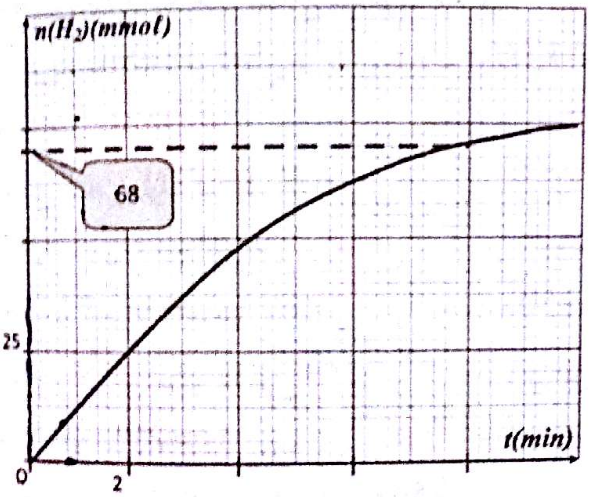
1 - أكتب معادلة التفاعل المنمذج لهذا التحول.

2 -أنجز جدول التقدم الموافق لهذا التحول الكيميائي.

3 - عين التركيب المولي للمزيج عند اللحظات $t \to \infty, t = t_{1/2}, t = 0$

- هل المزيج ستوكيومتري ؟

4 - يعطى البيان $n(H_2) = f(t)$



أ- استنتج حجم الغاز المنطلق عند $t = 0$ و $t = 8min$.

- كم يكون حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة ؟

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته .

جـ- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أوجد قيمتها عند اللحظة $t = 6min$.

د- أعط شكل البيانات: $n(H_3O^+) = g(t)$ ، $n(Zn) = h(t)$ مبينا عليه اللحظة $t_{1/2}$.

5 - لو استعملت مادة التوتياء على شكل قطعة، هل تتغير النتائج السابقة ؟ علل.

يعطى: $V_M = 24\ L/mol, M(Zn) = 65,4\ g/mol$

- معادلة الأكسدة الإرجاعية

$$5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H_3O^+ = 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 14H_2O$$

2- جدول التقدم:

المعادلة	$5H_2C_2O_4+2MnO_4^-=10CO_2+2Mn^{2+}$			
الحالة الإبتدائية	C_1V_1	C_2V_2	0	0
الحالة الإنتقالية	$C_1V_1-5x(t)$	$C_2V_2-2x(t)$	$10x(t)$	$2x(t)$
الحالة النهائية	$C_1V_1-5x_{max}$	$C_2V_2-2x_{max}$	$10x_{max}$	$2x_{max}$

- نعتبر حمض الأكساليك هو الذي يختفي تماما:

$$C_1V_1 - 5x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{C_1.V_1}{5} = \frac{0,5\times 0,02}{5} = 2\,mmol$$

- نعتبر شوارد البرمنغنات هي التي تختفي تماما:

$$C_2V_2 - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{C_2.V_2}{2} = \frac{0,2\times 0,02}{2} = 2\,mmol$$

إذن لا يوجد متفاعل محد و المزيج مأخوذ وفق الشروط الستوكيومترية.

3- حساب C_0 تركيز شوارد MnO_4^- الإبتدائي في المزيج:

$$C_0 = [MnO_4^-]_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = \frac{0,2.0,02}{0,02+0,02} = 0,1mol/L = 100\,mmol/L$$

4- عبارة x بدلالة : C، C_0، V

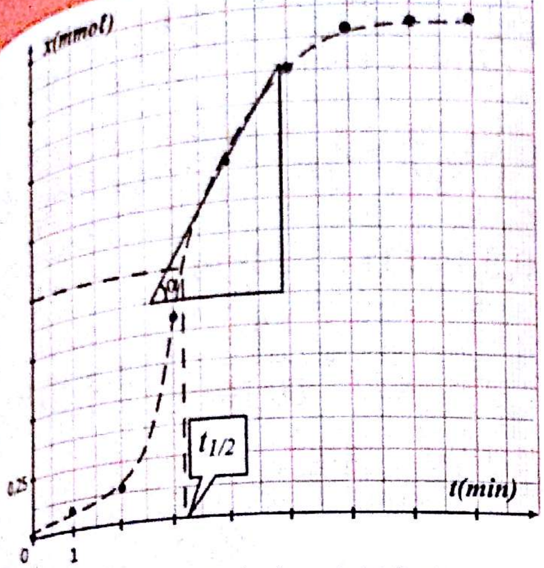
$$C = [MnO_4^-] = \frac{C_2V_2-2x}{V_1+V_2} = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} - \frac{2x}{V_1+V_2}$$

$$= C_0 - \frac{2x}{V} \Rightarrow x = (C_0 - C)\frac{V}{2}$$

5- إكمال الجدول:

t(min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x(mmol)	0	0,08	0,14	0,80	1,40	1,76	1,90	1,94	1,96

- تمثيل المنحنى $x = f(t)$



6- تزداد سرعة التفاعل ببطء في البداية وفجأة تزداد بصفة ملحوظة ثم تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

نستنتج أنه يوجد عامل حركي أدى إلى تسريع التفاعل و هو تشكل شوارد المنغنيز Mn^{2+} تسمى وساطة ذاتية.

7- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ من البيان: $x = \frac{x_{max}}{2} = \frac{2}{2} = 1\,mmol$

بعد الإسقاط نجد : $t_{1/2} = 3,2\,min$

8- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $v = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

حيث x تقدم التفاعل و V حجم الوسط التفاعلي.

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=4\,min$:

$$\tan\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,76-0,8}{2} = 0,48\,mol/min$$

$$v = \frac{1}{V}.\tan\alpha = \frac{1}{0,04}.0,48 = 12\,mmol/(L.min)$$

9- تركيب المزيج عند اللحظة $t = 4min$:

يكون : $n = 5,6\times 0,25 = 1,4\,mmol$

$$n(H_2C_2O_4) = C_1V_1 - 5x = 0,5.0,02 - 5.1,4.10^{-3} = 3mmol$$

$$n(MnO_4^-) = C_2V_2 - 2x = 0,2.0,02 - 2.1,4.10^{-3} = 1,2mmol$$

$$n(CO_2) = 10x = 10.1,4 = 14mmol$$

$$n(Mn^{2+}) = 2x = 2.1,4 = 2,8mmol$$

تمرين 06

نضع كتلة $m=1g$ من الزنك Zn في حوجلة، نضيف لها حجما قدره $V=40\,mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين $(H^{+}+Cl^{-})$ تركيز $C=0,5mol/L$.

نتابع تطور التفاعل الكيميائي الحادث بقياس حجم غاز الهيدروجين المنطلق خلال لحظات زمنية مختلفة فنحصل على النتائج التالية:

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$V(H_2)(mL)$	0	36	64	86	104	120	132	154	170	180
$[H^+]\ (mol/L)$										

1- أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق.

2 - أوجد العلاقة التي تعطي $[H^{+}]$ بدلالة $V(H_2)$ ثم أكمل الجدول السابق.

3 - مثل المنحنى $[H^{+}]=f(t)$.

4 - عرف زمن نصف التفاعل ثم استنتج قيمته من البيان.

5-أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=150\,s$.

6 -أوجد التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t=250\,s$

7 - أحسب كتلة الزنك عند اللحظة $t=750\,s$.

يعطى: $M(Zn)=65,4g/mol$ ، $V_M=25L/mol$

الحل

1- معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق :

-المعادلة النصفية للأكسدة: $Zn=Zn^{2+}+2e^{-}$

- المعادلة النصفية للإرجاع: $2H^{+}+2e^{-}=H_2$

- معادلة الأكسدة الإرجاعية:

$$Zn+2H^{+}=Zn^{2+}+H_2$$

2- إيجاد العلاقة بين $V(H_2)$ و $[H^{+}]$.

نستعين بجدول التقدم:

المعادلة	Zn +	$2H^+$ =	Zn^{2+} +	H_2
الحالة الإبتدائية	$\frac{m}{M}$	CV	0	0
الحالة الانتقالية	$\frac{m}{M}-x(t)$	$CV-2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$\frac{m}{M}-x_{max}$	$CV-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

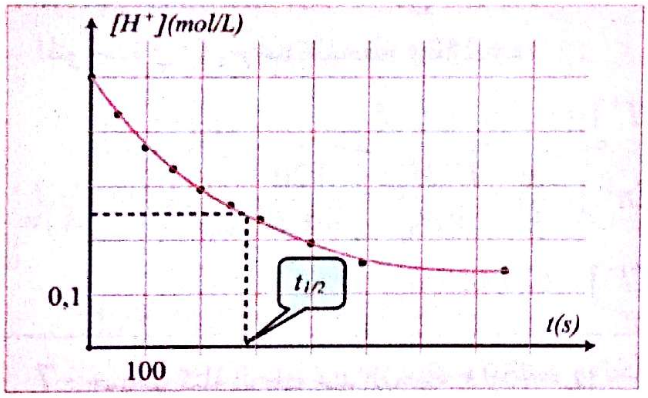
$$n(H_2)=x=\frac{V(H_2)}{V_M}$$

$$[H^{+}]=\frac{n(H^{+})}{V}=\frac{CV-2x}{V}=C-\frac{2x}{V}=C-\frac{2V(H_2)}{V.V_M}$$

- إكمال الجدول:

$t(s)$	0	50	100	150	200	250	300	400	500	750
$[H^+](mol/L)$	0,50	0,43	0,37	0,33	0,29	0,26	0,24	0,19	0,16	0,14

3- تمثيل المنحنى $[H^{+}]=f(t)$



4- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ بيانيا:

- نعتبر معدن الزنك هو الذي يختفي تماما:

$$\frac{m}{M}-x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{m}{M}=\frac{1}{65,4}=15\ mmol$$

- نعتبر شوارد H^{+} هي التي تختفي تماما:

$$CV-2x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{CV}{2}=\frac{0,5.0,04}{2}=10\ mmol$$

إذن شوارد H^{+} متفاعل محد.

$$[H^+]_{1/2} = C - \frac{2\frac{x_{max}}{2}}{V} = C - \frac{x_{max}}{V} = 0,5 - \frac{0,01}{0,04}$$

$$= 0,25\ mol/L$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

$$t_{1/2} = 2,8.100 = 280$$

5- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $: t = 150s$

$$v(H^+) = -\frac{d[H^+]}{dt} = -\tan\alpha = -\frac{\Delta[H^+]}{\Delta t} = -\frac{0,29-0,37}{100}$$

$v(H^+) = 0,8\,mmol/L.s$

$$v = \frac{v(H^+)}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,40\ mmol/(L.s)$$

6- حساب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t = 250s$:

$[H^+] = 0,26\,mol/L$

$$[Zn^{2+}] = \frac{x}{V} = \frac{V(H_2)}{V.V_M} = \frac{120}{40.25} = 0,12\,mol/L$$

$[Cl^-] = C = 0,5\,mol/L$

7- حساب كتلة الزنك عند اللحظة $t = 750s$:

إيجاد $n(Zn)$

$$x = \frac{V(H_2)}{V} = \frac{0,180}{25} = 7,2\ mmol$$

$$n(Zn) = \frac{m}{M} - x = \frac{1}{65,4} - 7,2.10^{-3} = 7,8\ mmol$$

$$m' = n(Zn).M = 7,8.10^{-3}.65,4 = 0,51g$$

تمرين 07

لدراسة حركية تفاعل الأكسدة-إرجاع، نسكب حجما $V = 200\ mL$ من حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه المولي $C = 1mol/L$ على الكتلة $m = 4,9g$ من مسحوق الزنك Zn.

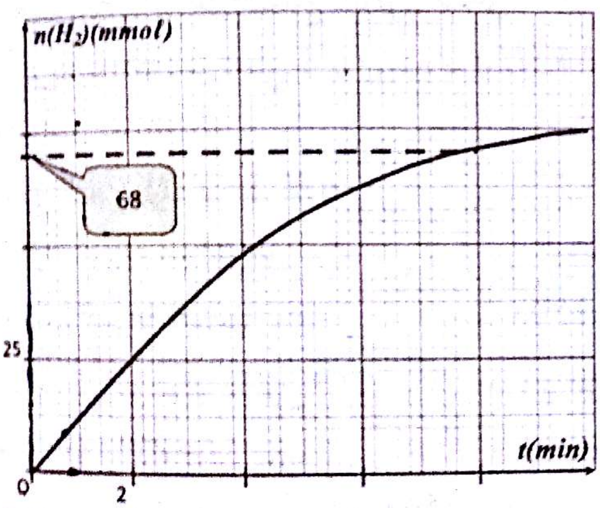
1 - أكتب معادلة التفاعل المنمذج لهذا التحول.

2 -أنجز جدول التقدم الموافق لهذا التحول الكيميائي.

3 - عين التركيب المولي للمزيج عند اللحظات $t \to \infty, t = t_{1/2}, t = 0$

- هل المزيج ستوكيومتري ؟

4 - يعطى البيان $n(H_2) = f(t)$



أ- استنتج حجم الغاز المنطلق عند $t = 0$ و $t = 8min$.

- كم يكون حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة ؟

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته.

جـ- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أوجد قيمتها عند اللحظة $t = 6\,min$.

د- أعط شكل البيانات: $n(H_3O^+) = g(t)$، $n(Zn) = h(t)$ مبينا عليه اللحظة $t_{1/2}$.

5 - لو استعملت مادة التوتياء على شكل قطعة، هل تتغير النتائج السابقة ؟ علل.

يعطى: $V_M = 24\,L/mol, M(Zn) = 65,4\,g/mol$

الحل

1- معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق:

- المعادلة النصفية للأكسدة: $Zn = Zn^{2+} + 2e^-$

- المعادلة النصفية للإرجاع:

$$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O$$

- معادلة الأكسدة والإرجاع:

$$Zn + 2H_3O^+ = Zn^{2+} + H_2 + 2H_2O$$

2- جدول التقدم:

المعادلة	Zn	$+ 2H_3O^+$	$= Zn^{2+}$	$+ H_2$
الحالة الإبتدائية	$\frac{m}{M}$	CV	0	0
الحالة الإنتقالية	$\frac{m}{M} - x(t)$	$CV - 2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$\frac{m}{M} - x_{max}$	$CV - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

3- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t=0$:

$$n_0(Zn) = \frac{m}{M} = \frac{4,9}{65,4} = 0,075\ mol$$

$$n_0(H_3O^+) = CV = 1.0,2 = 0,2 mol$$

$$n_0(Zn^{2+}) = n_0(H_2) = 0$$

- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t=t_{1/2}$:

- إيجاد x_{max}:

- نعتبر معدن الزنك هو الذي يختفي تماما:

$$\frac{m}{M} - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{m}{M} = 0,075 mol$$

- نعتبر شوارد الهيدرونيوم هي التي تختفي تماما:

$$CV - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{CV}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1 mol$$

إذن معدن الزنك هو المتفاعل المحد و بالتالي:

$$x = \frac{x_{max}}{2} = 3,75.10^{-2} mol$$

$$n(Zn) = n_0(Zn) - x = 0,075 - 3,75.10^{-2}$$
$$= 3,75.10^{-2} mol$$

$$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - 2x = 0,2 - 2.3,75.10^{-2}$$
$$= 0,125\ mol$$

$$n(Zn^{2+}) = n(H_2) = x = 3,75.10^{-2}\ mol$$

- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = \infty$:

$$n(Zn) = 0$$

$$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - 2x_{max}$$
$$= 0,2 - 2.0,075 = 0,05\ mol$$

$$n(Zn^{2+}) = x_{max} = n(H_2) = 0,075 mol$$

- المزيج ليس ستوكيومتريا لأن Zn متفاعل محد.

4- أ- حساب حجم الغاز المنطلق عند اللحظة $t=0$:

$$n(H_2) = 0 \rightarrow V_g = 0$$

- حساب حجم الغاز المنطلق عند اللحظة $t = 8 min$:

$$n(H_2) = 68 mmol$$

$$\Rightarrow V_g = n.V_M = 0,068 \times 24 = 1,632\ L$$

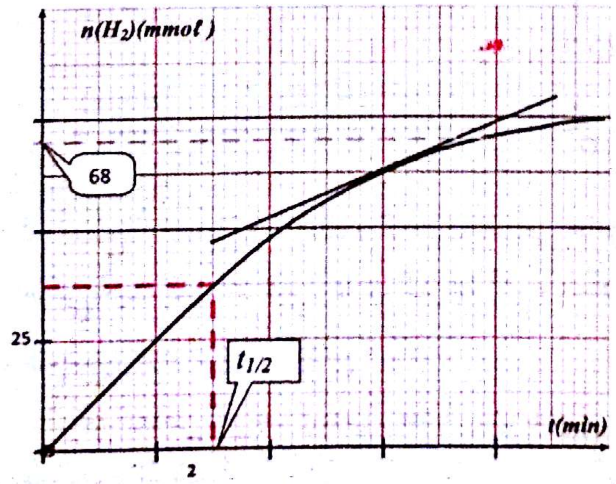
- حساب حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة:

$$n(H_2) = 75 mmol \Rightarrow V_g = 0,075 \times 24 = 1,8 L$$

ب- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

تحديد $t_{1/2}$ بيانيا: من أجل: $x = 3,75 \times 10^{-2}\ mol$

بعد الإسقاط نجد: $t_{1/2} = 3 min$



جـ- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $v=\frac{1}{V}\cdot\frac{dx}{dt}$

حيث x تقدم التفاعل و V حجم الوسط التفاعلي.

-حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=6\,min$:

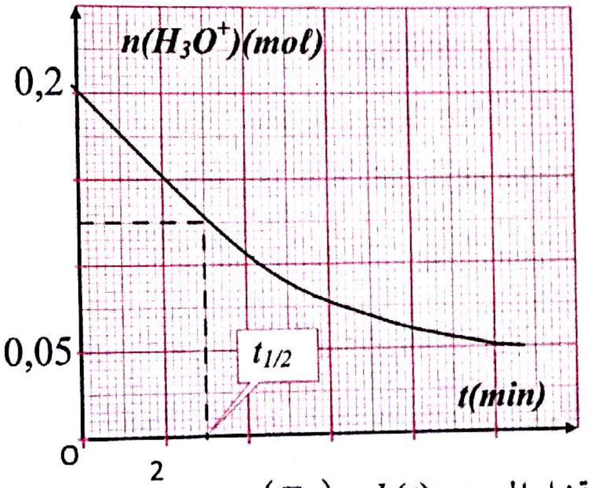
$$\frac{d(H_2)}{dt}=\tan\alpha=\frac{\Delta(H_2)}{\Delta t}=\frac{0,9.25}{2,1.2}$$

$$=5,36\,mmol/\min$$

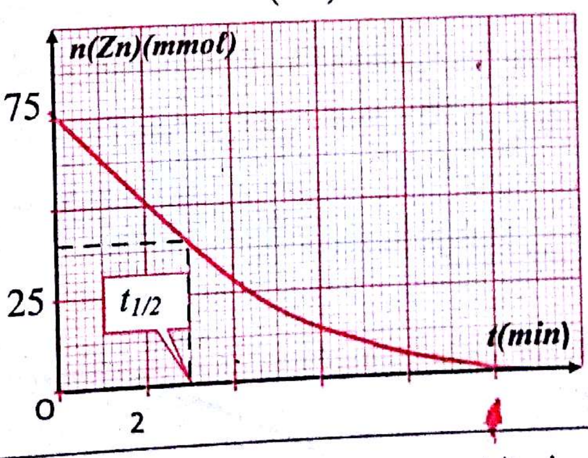
$$v(H_2)=v=\frac{1}{V}\tan\alpha=\frac{1}{0,2}5,36$$

$$=26,8\,mmol/L.min$$

د- تمثيل البيان $n\left(H_3O^+\right)=g(t)$:



- تمثيل المنحنى $n(Zn)=h(t)$



5- سطح التلامس بين الزنك و المحلول الحمضي عامل حركي حيث كلما كان كبيرا كانت السرعة أكبر و العكس صحيح، دون أن تتغير النتائج السابقة.

- سرعة التفاعل أقل عند إستعمال قطعة زنك مقارنة بمسحوق الزنك.

التمرين 08

نضع في كأس بيشر حجما $V=100\,mL$ من محلول حمض الآزوت $(H^+ + NO_3^-)$ تركيزه المولي $C=1mol/L$ ، نضيف له الكتلة $m=19,2g$ من النحاس Cu .

1-علما أن الثنائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل هما: (Cu^{2+}/Cu) , (NO_3^-/NO).

أ-أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق.

ب - أحسب كمية النحاس الإبتدائية ثم كمية مادة شوارد النترات الإبتدائية.

جـ-أنشئ جدولا لتقدم التفاعل السابق.

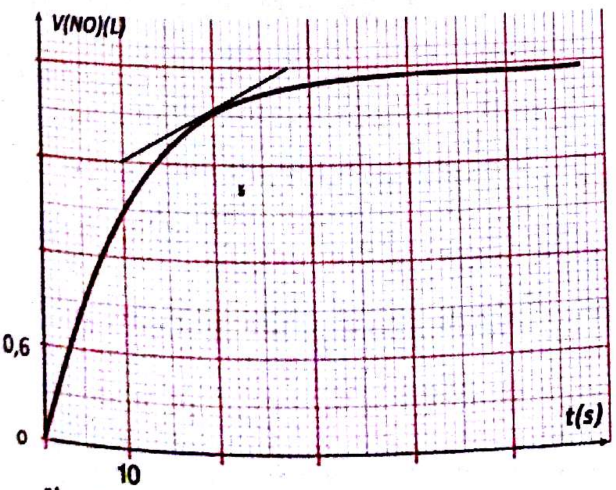
د -حدد المتفاعل المحد.

2-علما أن التجربة أجريت في درجة الحرارة $17°C$ و تحت الضغط $P=10^5\,Pa$

أ-بين أن الحجم المولي للغازات في شروط التجربة هو $V_M=24L/mol$.

ب-أوجد العلاقة بين حجم غاز أكسيد الآزوت $V(NO)$ المنطلق و التقدم x.

3-يعطى الشكل المرافق تغير حجم غاز أكسيد الآزوت V_{NO} بدلالة الزمن t .



-عرف سرعة التفاعل و احسب قيمتها في اللحظة $t=20s$.

4-أعط عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمحلول بدلالة التقدم x.

المعطيات : $M(Cu)=64g/mol$; $R=8,31$

$\lambda(H^+)=35mS.m^2/mol$

$\lambda(NO_3^-)=7,14mS.m^2/mol$

$\lambda(Cu^{2+})=10,4mS.m^2/mol$

الحل

1-أ- المعادلة النصفية للأكسدة هي:

$$(Cu = Cu^{2+} + 2e)\times 3$$

- المعادلة النصفية للإرجاع هي:

$$(NO_3^- + 4H^+ + 3e^- = NO + 2H_2O)\times 2$$

- معادلة الأكسدة الإرجاعية:

$$3Cu+2NO_3^-+8H^+ = 3Cu^{2+}+2NO+4H_2O$$

ب- حساب كمية مادة النحاس الإبتدائية:

$$n_0(Cu)=\frac{m}{M}=\frac{19,2}{64}=0,3mol$$

- حساب كمية مادة شوارد النترات الإبتدائية :

$$n_0(NO_3^-)=CV=1.0,1=0,1mol$$

جـ- جدول التقدم:

المعادلة	$3Cu$	$+2NO_3^-$	$=3Cu^{2+}$	$+2NO$
الحالة الأبتدائية	$n_0(Cu)$	$n_0(NO_3^-)$	0	0
الحالة الانتقالية	$n_0(Cu)-3x(t)$	$n_0(NO_3^-)-2x(t)$	$3x(t)$	$2x(t)$
الحالة النهائية	$n_0(Cu)-3x_{max}$	$n_0(NO_3^-)-2x_{max}$	$3x_{max}$	$2x_{max}$

د- تحديد المتفاعل المحد:

- نعتبر معدن النحاس هو الذي يختفي تماما:

$$n_0(Cu)-3x_{max}=0$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{n_0(Cu)}{3}=\frac{0,3}{3}=0,1mol$$

- نعتبر شوارد النترات هي التي تختفي تماما:

$$n_0(NO_3^-)-2x_{max}=0$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{n_0(NO_3^-)}{2}=\frac{0,1}{2}=0,05mol$$

إذن المتفاعل المحد هي شوارد النترات NO_3^-

2- أ-إثبات أن الحجم المولي للغازات هو $24\,L/mol$:

$$PV=nRT\Rightarrow V_M=\frac{nRT}{P}=\frac{1.8,31.290}{10^5}$$

$$=0,024\,m^3=24\,L$$

ب- إيجاد العلاقة بين $V(NO)$ و التقدم x :

$$n(NO)=2x\Rightarrow x=\frac{n(NO)}{2}=\frac{\frac{V(NO)}{V_M}}{2}=\frac{V(NO)}{2V_M}$$

3- تعرف سرعة التفاعل بالعلاقة $v=\frac{dx}{dt}$ حيث x هو تقدم التفاعل.

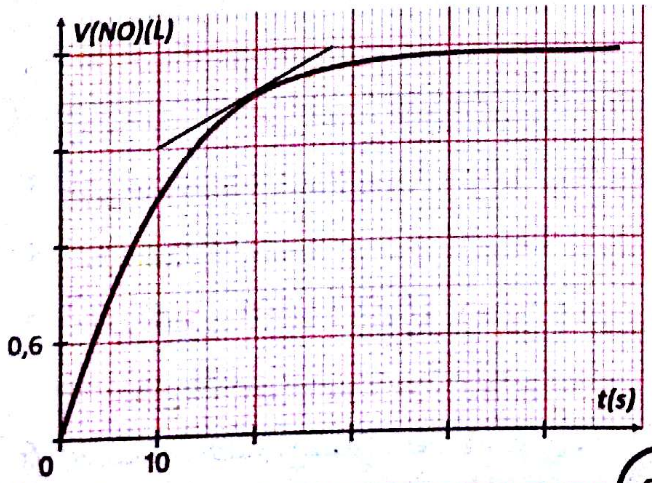
- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t=20s$:

$\tan\alpha=\frac{dV(NO)}{dt}$ من جهة أخرى $x=\frac{V(NO)}{2V_M}$

إذن: $\frac{dx}{dt}=\frac{1}{2V_M}.\frac{dV(NO)}{dt}=\frac{1}{2V_M}.\tan\alpha$

$$\tan\alpha=\frac{0,6}{18}=0,033L/s$$

$$v=\frac{1}{2.24}.0,033=6,94.10^{-4}mol/s$$



4-عبارة الناقلية النوعية σ للمحلول بدلالة التقدم x:

$$\sigma=[H^+].\lambda_{H^+}+[Cu^{2+}].\lambda_{Cu^{2+}}+[NO_3^-].\lambda_{NO_3^-}$$

$$\sigma=C\lambda_{H^+}+\frac{3x}{V}\lambda_{Cu^{2+}}+\frac{CV-2x}{V}\lambda_{NO_3^-}$$

$$\sigma=C\lambda_{H^+}+\frac{3x}{V}\lambda_{Cu^{2+}}+(C-\frac{2x}{V})\lambda_{NO_3^-}$$

$$\sigma=C\lambda_{H^+}+\frac{3x}{V}\lambda_{Cu^{2+}}+C\lambda_{NO_3^-}-\frac{2x}{V}\lambda_{NO_3^-}$$

$$\sigma=C(\lambda_{H^+}+\lambda_{NO_3^-})+\frac{x}{V}(3\lambda_{Cu^{2+}}-2\lambda_{NO_3^-})$$

$$\sigma=1.10^3(35+7,14).10^{-3}$$
$$+\frac{x}{0,1.10^{-3}}(3.10,4-2.7,14).10^{-3}$$

$$\sigma=42,14+169,2.x$$

تمرين 09

ندخل كتلة m من معدن المغنزيوم Mg في حوجلة بها محلول حمض كلور الهيدروجين $(H_3O^++Cl^-)$ حجمه $V=60mL$ وتركيزه $C=5,0mol/L$ فنلاحظ إنطلاق غاز ثنائي الهيدروجين H_2.

نقيس حجم الغاز المنطلق خلال فترات زمنية مختلفة فنحصل على جدول القياسات التالي:

$t(min)$	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10
$V(H_2)(mL)$	0	317	705	779,5	881	916	952	987	987	987
$[H_30^+](mol/L)$										

1-أعط رسم تخطيطي للتجربة السابقة .

2-أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحوّل السابق.

3-أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

4-أكمل جدول القياسات.

5-أ-مثل المنحنى: $[H_3O^+]=f(t)$

ب- إستنتج المتفاعل المحّد.

6-أحسب قيمة التقدّم الأعظمي.

7-أحسب الكتلة m المستعملة في التفاعل.

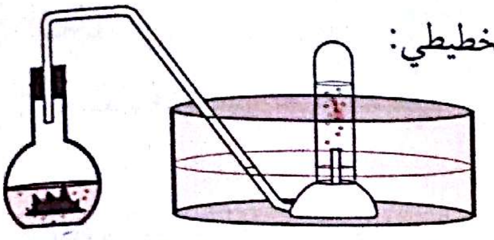
8-أوجد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

9-عيّن السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين: $t=3min$ و $t=5min$ ماذا تستنتج؟

المعطيات: $M(Mg)=24,3g/mol$ ، $V_M=24,0\ L/mol$

الحل

1- الرسم التخطيطي:



2- معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق:

- المعادلة النصفية للأكسدة : $Mg=Mg^{2+}+2e^-$
- المعادلة النصفية للإرجاع : $2H_3O^++2e^-=H_2+2H_2O$
- معادلة الأكسدة -إرجاع :

$$Mg+2H_3O^+=Mg^{2+}+H_2+2H_2O$$

3- جدول التقدم:

المعادلة	Mg + $2H_3O^+$ = Mg^{2+} + H_2			
الحالة الإبتدائية	$n_0(Mg)$	$n_0(H_3O^+)$	0	0
الحالة الانتقالية	$n_0(Mg)-x(t)$	$n_0(H_3O^+)-2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$n_0(Mg)-x_{max}$	$n_0(H_3O^+)-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

4- إكمال جدول القياسات المعطى:

$$[H_3O^+]=\frac{n(H_3O^+)}{V}=\frac{n_0(H_3O^+)-2x}{V}$$

$$=\frac{CV-2x}{V}=C-\frac{2x}{V}$$

من جهة أخرى: $n(H_2)=x=\frac{V_g}{V_M}$

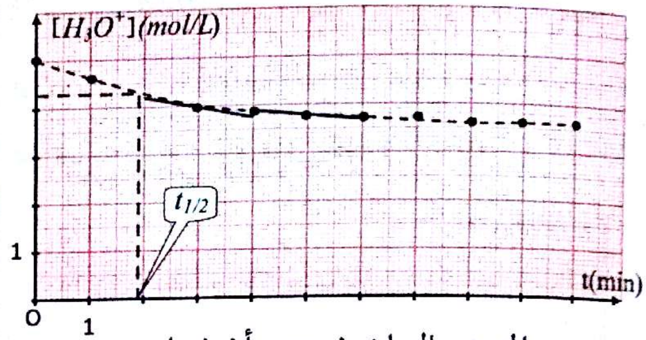
نعوض في العلاقة السابقة نجد :

$$[H_3O^+]=C-\frac{2\frac{V_g}{V_M}}{V}=C-2\frac{V_g}{V.V_M}$$

$$=5-2\frac{V_g}{0,06.24}=5-1,39\ V_g$$

$t(min)$	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10
$[H_3O^+](mol/L)$	5,00	4,56	4,02	3,92	3,77	3,73	3,66	3,63	3,63	3,63

5-أ- تمثيل المنحنى $[H_3O^+]=f(t)$



ب- من المنحنى السابق نستنتج أن شوارد الهيدرونيوم H_3O^+ لا تختفي كليا عند بلوغ التفاعل حده و بالتالي المتفاعل المحد هو معدن المغنزيوم Mg.

6- حساب التقدم الأعظمي :

$$[H_3O^+]_f = C - \frac{2x_{max}}{V}$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{V}{2}(C - [H_3O^+]_f) = \frac{0,06}{2}(5-3,63)$$

$$x_{max} = 0,0411 mol$$

7- حساب الكتلة m المستعملة:

$$n_0(Mg) - x_{max} = 0 \Rightarrow n_0(Mg) = x_{max} = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = M.x_{max} = 24,3.0,0411 \approx 1g$$

8- إيجاد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$$[H_3O^+]_{1/2} = C - \frac{2}{V}.\frac{x_{max}}{2} = C - \frac{x_{max}}{V} = 5 - \frac{0,041}{0,06}$$

$$= 4,31 mol/L$$

بعد الإسقاط على البيان نجد : $t_{1/2} = 1,9\ min$

9- حساب السرعة الحجمية لإختفاء شوارد H_3O^+:

- عند اللحظة $t = 3\ min$:

$$v_{vol}(H_3O^+) = -\frac{d[H_3O^+]}{dt} = -\tan\alpha = -\frac{3,92-4,56}{2}$$

$$v_{vol}(H_3O^+) = 0,32\ mol/(L.min)$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v = \frac{v(H_3O^+)}{2} = 0,16\ mol/(L.min)$$

- عند اللحظة $t = 5\ min$:

$$v_{vol}(H_3O^+) = -\tan\beta = -\frac{3,73-3,92}{2}$$

$$v_{vol}(H_3O^+) \simeq 0,1\ mol/L.min$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v = \frac{v(H_3O^+)}{2} = 0,05 mol/(L.min)$$

نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

تمرين 10

عند درجة الحرارة $\theta=20°C$ وفي دورق زجاجي حجمه $V=500mL$ نتابع باستعمال جهاز قياس الضغط التفاضلي، التحوّل الذي يحدث بين الحجم $V'=200mL$ لحمض كلور الهيدروجين $(H^++Cl^-)_{aq}$ ذي التركيز المولي $C=1,0mol/L$ والكتلة $m=90mg$ من المغنزيوم Mg.

-جهاز قياس الضغط يقيس تغيرات الضغط للغاز الناتج عن التفاعل السابق خلال أزمنة مختلفة فكانت النتائج كالآتي:

$t(s)$	0	18	52	71	90	115	144
$P.10^4(Pa)$	0	0,25	0,88	1,18	1,50	1,89	2,30
$t(s)$	160	174	193	212	238	266	290
$P.10^4(Pa)$	2,52	2,64	2,85	2,88	2,88	2,88	2,88

1- أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحوّل السابق علما أنّ الثنائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل هما: (Mg^{2+}/Mg) و (H^+/H_2).

2- أحسب كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

3- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

4- ما هو المتفاعل المحد ؟

5- مثل البيان : $P = f(t)$

6- جد العبارة الحرفية للتقدم x بدلالة ضغط الغاز الناتج P ثم أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=160s$.

7- عيّن عند اللحظة $t = 180s$ كمية مادة الغاز المتشكل والتركيز المولي لشوارد $Mg^{2+}_{(aq)}$ في الوسط التفاعلي.

يعطى: $M(Mg)=24,3g/mol$، $R=8,31J/°K.mol$.

الحل

1- معادلة التفاعل المنمذج للتحول:

- المعادلة النصفية للأكسدة هي: $Mg = Mg^{2+} + 2e^-$

- المعادلة النصفية للإرجاع هي: $2H^+ + 2e^- = H_2$

- معادلة الأكسدة والإرجاع هي:

$$Mg + 2H^+ = Mg^{2+} + H_2$$

2- حساب كمية مادة المغنزيوم Mg الإبتدائية:

$$n_0(Mg^{2+}) = \frac{m}{M} = \frac{90.10^{-3}}{24,3} = 3,7.10^{-3}\,mol$$

- حساب كمية مادة شوارد H^+ الإبتدائية :

$$n_0(H^+) = CV' = 1.0,2 = 0,2mol$$

3- جدول التقدم:

المعادلة	$Mg + 2H^+ = Mg^{2+} + H_2$			
الحالة الإبتدائية	$n_0(Mg)$	$n_0(H^+)$	0	0
الحالة الانتقالية	$n_0(Mg)-x(t)$	$n_0(H^+)-2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$n_0(Mg)-x_{max}$	$n_0(H^+)-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

4- إيجاد المتفاعل المحد:

- نعتبر معدن المغنزيوم Mg هو الذي يختفي تماما:

$$n_0(Mg) - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_0(Mg) = 3.7\,mmol$$

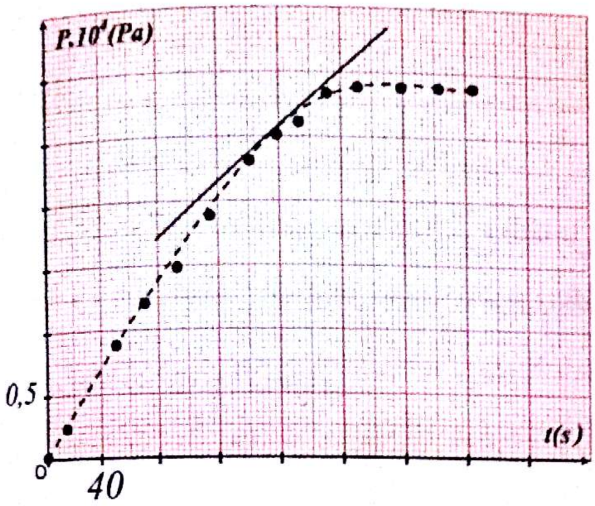
- نعتبر شوارد H^+ هي التي تختفي تماما:

$$n_0(H^+) - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{n_0(H^+)}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1mol$$

إذن معدن المغنزيوم متفاعل محد.

5- تمثيل المنحنى $P = f(t)$:



6- إيجاد العلاقة بين x و P : $P\,V_{(g)} = n\,R\,T$

$$P\,V_{(g)} = x\,R\,T \Rightarrow x = \frac{Vg}{RT}P = \frac{(500-200).10^{-6}}{8,31.293}P$$

إذن : $x = 1,23.10^{-7}P$

و بالتالي: $\frac{dx}{dt} = 1,23.10^{-7}\frac{dP}{dt}$

حيث $\tan\alpha = \frac{dP}{dt}$ وعليه : $\frac{dx}{dt} = 1,23.10^{-7}\tan\alpha$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=160s$:

$$\tan\alpha = \frac{1,3.0,5.10^4}{1,5.40} = 108,3Pa/s$$

$$v_{vol} = \frac{1}{V'}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V'}.1,23\times10^{-7}\times\tan\alpha$$

$$= \frac{1}{0,2}1,23\times10^{-7}\times108,3$$

$$v_{vol} = 6,7\times10^{-5}\,mol/L.s$$

7-حساب كمية مادة الغاز المتشكل عند اللحظة $t = 180s$:

بعد الإسقاط من المنحنى نجد :

$$P = 5,5.0,5.10^4 = 2,75.10^4\,Pa$$

- حساب التقدم x عند اللحظة السابقة :

$$n\,(H_2) = x = 1,23.10^{-7}\,P = 1,23.10^{-7}.2,75.10^4$$

$$= 3,38.10^{-3}\,mol$$

- حساب تركيز شوارد المغنيزيوم $[Mg^{2+}]$:

$$[Mg^{2+}] = \frac{n}{V'} = \frac{x}{V'} = \frac{3,38.10^{-3}}{0,2} = 16,9\,mmol/L$$

تمرين 11

نضع في حوجلة زجاجية بها الحجم $V=100mL$ من محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$ تركيزه $C = 0,1\,mol/L$ كتلة قدرها $m = 2g$ من كربونات الكالسيوم $CaCO_3$.

ننمذج التفاعل الحادث بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$CaCO_{3(S)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(\ell)}$$

تم قياس التقدم x للتفاعل السابق بدلالة الزمن فحصلنا على الجدول التالي:

$t(s)$	0	40	60	80	100	140	200	260	320	360
$x(mmol)$	0	2,00	2,58	2,95	3,23	3,64	4,09	4,46	4,70	4,83
$\sigma\ (S/m)$										

1-أ-لماذا يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بقياس الناقلية النوعية σ ؟

ب-ما هي الشوارد المتواجدة في الوسط التفاعلي محددا الشاردة الخاملة كيميائيا ؟

جـ-أثبت مستعينا بجدول التقدم أن عبارة الناقلية النوعية σ بدلالة التقدم x تعطى بالعلاقة:

$$\sigma = 4,26 - 580.x$$

2-أكمل الجدول ثم مثل المنحنى $\sigma = f(t)$

3-عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته من البيان.

4-أحسب سرعة التفاعل عند اللحظتين : $t_1 = 60s$ و $t_2 = 200\,s$ ماذا تستنتج ؟

المعطيات: $M(O)=16g/mol$

$M(C)=12g/mol$

$M(Ca)=40g/mol$

عند الدرجة $25°C$ تكون: $\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2/mol$

$\lambda_{Ca^{2+}} = 12mS.m^2/mol$

$\lambda_{Cl^-} = 7,63mS.m^2/mol$

الحل

1-أ-يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بقياس الناقلية النوعية σ لأن الوسط التفاعلي يحتوي على شوارد.

ب- الشوارد المتواجدة في الوسط التفاعلي هي:

$$Cl^-, H_3O^+, Ca^{2+}$$

- الشاردة الخاملة كيميائيا هي : Cl^-

جـ- جدول التقدم:

المعادلة	$CaCO_{3(S)}$ +	$2H_3O^+_{(aq)}$ =	$Ca^{2+}_{(aq)}$ +	$CO_{2(g)}$
الحالة الإبتدائية	$\frac{m}{M}$	CV	0	0
الحالة الانتقالية	$\frac{m}{M}-x(t)$	$CV-2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$\frac{m}{M}-x_{max}$	$CV-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

- إيجاد عبارة الناقلية النوعية σ بدلالة التقدم x :

$$\sigma = [H_3O^+]\lambda_{H_3O^+} + [Ca^{2+}]\lambda_{Ca^{2+}} + [Cl^-]\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = (\frac{CV-2x}{V})\lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V}\lambda_{Ca^{2+}} + C\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=(C-\frac{2x}{V})\lambda_{H_3O^+}+\frac{x}{V}\lambda_{Ca^{2+}}+C\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=C\lambda_{H_3O^+}-\frac{2x}{V}\lambda_{H_3O^+}+\frac{x}{V}\lambda_{Ca^{2+}}+C\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma=C(\lambda_{H_3O^+}+\lambda_{Cl^-})+\frac{x}{V}(\lambda_{Ca^{2+}}-2\lambda_{H_3O^+})$$

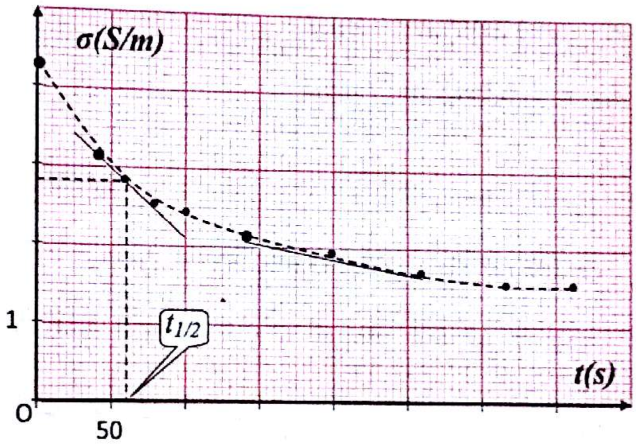
$$\sigma=0,1.10^3(35+7,63)10^{-3}+\frac{x}{0,1.10^{-6}}(12-2.35).10^{-3}$$

$$\sigma=4,26-580..x$$

2- إكمال الجدول:

$t(s)$	0	40	60	80	100	140	200	260	320	360
$\sigma\ (S/m)$	4,26	3,10	2,76	2,55	2,39	2,15	1,89	1,67	1,53	1,46

- تمثيل المنحنى $\sigma=f(t)$:



3- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- حساب التقدم الأعظمي:

- نعتبر $CaCO_3$ هو الذي يختفي تماما:

$$\frac{m}{M}-x_{max}=0\Rightarrow x_{max}=\frac{m}{M}=\frac{2}{100}=0,02\,mol$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي التي تختفي تماما:

$$CV-2x_{max}=0$$

$$\Rightarrow x_{max}=\frac{CV}{2}=\frac{0,1.0,1}{2}=0,005\,mol$$

إذن شوارد الهيدرونيوم متفاعل محد ويكون $\frac{x_{max}}{2}=0,0025\,mol$.

$$\sigma_{1/2}=4,26-580.\frac{x_{max}}{2}=4,26-580.0,0025$$
$$=2,81\,S/m$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد: $t_{1/2}=60\,s$

4- حساب سرعة التفاعل: $\sigma=4,26-580.x$

$$\frac{d\sigma}{dt}=-580\frac{dx}{dt}\Rightarrow\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{580}\frac{d\sigma}{dt}$$

حيث: $\tan\alpha=\frac{d\sigma}{dt}$

إذن: $v=\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{580}\tan\alpha$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1=60\,s$:

$$\tan\alpha=\frac{d\sigma}{dt}=-\frac{2,55-3,10}{80-40}=-0,014\,S/s$$

$$v_1=-\frac{1}{580}(-0,014)=2,4.10^{-5}\,mol/s$$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2=200\,s$:

$$\tan\beta=\frac{d\sigma}{dt}=-\frac{1,67-2,15}{260-140}=-0,004\ S/s$$

$$v_2=-\frac{1}{580}(-0,004)=6,9.10^{-6}\,mol/s$$

نستنتج أن سرعة التفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

التمرين 12

إن تفاعل كحول الإيثانول C_2H_6O مع شوارد ثاني كرومات $Cr_2O_7^{2-}$ بوجود حمض الكبريت المركز تفاعل بطيء وتام.

1- علما أن الثنائيتين الداخلتين في التفاعل هما:

$C_2H_4O_2/C_2H_6O$ ، $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$

- أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق.

2- في اللحظة $t=0$ نمزج حجما $V_1=3,4mL$ من كحول الإيثانول كتلته الحجمية $\rho = 0,8\ g/mL$ مع حجم $V_2=100mL$ من محلول ثاني كرومات البوتاسيوم تركيزه المولي $C_2=2.10^{-1}mol/L$ في وجود حمض الكبريت المركز الموجود بزيادة، ثم نتابع تطور $[Cr_2O_7^{2-}]$ في المزيج الذي نعتبر حجمه $V \approx 100mL$ خلال أزمنة مختلفة فتحصلنا على النتائج المدونة في الجدول التالي:

(t(min	0	10	20	30	40	50	60	70
$[Cr_2O_7^{2-}]$(mmol/L)	200	126	80	52	32	20	12	6

أ- أرسم المنحنى البياني $[Cr_2O_7^{2-}]=f(t)$

ب- أحسب كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

جـ- هل المزيج ستوكيومتري؟

د- بين أن التقدم x للتفاعل يعطى بالعلاقة:

$$x = \frac{V_T}{2}\left([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}]\right)$$

3- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته بيانيا.

4- أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[Cr_2O_7^{2-}]$ ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t=20min$.

- كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل خلال الزمن؟

5- هل يمكن متابعة تطور هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية؟ علل.

يعطى: $M_C = 12\ g/mol$

$M_H = 1\ g/mol$

$M_O = 16\ g/mol$

الحل:

1- كتابة معادلة التفاعل:

- المعادلة النصفية للأكسدة :

$$3.(C_2H_6O + H_2O = C_2H_4O_2 + 4H^+ + 4e^-)$$

- المعادلة النصفية للإرجاع:

$$2.(Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- = 2Cr^{3+} + 7H_2O)$$

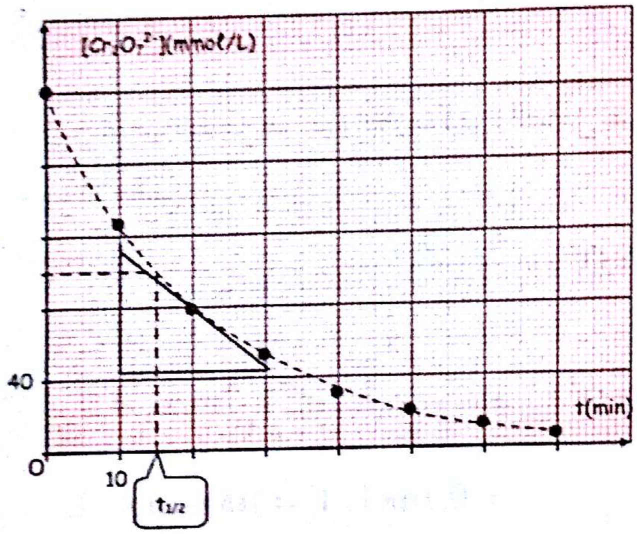
- معادلة الأكسدة- إرجاع:

$$3C_2H_6O + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H^+ = 3C_2H_4O_2 + 4Cr^{3+} + 11H_2O$$

إذن:

$$3C_2H_6O + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H_3O^+ = 3C_2H_4O_2 + 4Cr^{3+} + 27H_2O$$

2- أ- تمثيل المنحنى $[Cr_2O_7^{2-}]=f(t)$:



ب- حساب كمية مادة الإيثانول الإبتدائية:

$$n_1 = \frac{m}{M} = \frac{\rho . V_1}{M} = \frac{0,8.3,4}{46} = 0,06mol$$

- حساب كمية مادة شوارد ثاني الكرومات الإبتدائية:

$$n_2 = C_2V_2 = 0,2.0,1 = 0,02\ mol$$

جـ- جدول التقدم:

المعادلة	C_2H_6O +	$2Cr_2O_7^{2-}$ =	$3C_2H_4O_2$	+ $4Cr^{3+}$
الحالة الإبتدائية	n_1	n_2	0	0
الحالة الإنتقالية	n_1-3x	n_2-2x	$3x$	$4x$
الحالة النهائية	n_1-3x_{max}	n_2-2x_{max}	$3x_{max}$	$4x_{max}$

- نعتبر $Cr_2O_7^{2-}$ هو المتفاعل المحد:

$$n_2 - 2x_{max} = 0 \rightarrow x_{max} = \frac{n_2}{2} = \frac{0,02}{2} = 0,01mol$$

- نعتبر C_2H_6O هو المتفاعل المحد:

$$n_1-3x_{max}=0 \rightarrow x_{max}=\frac{n_1}{3}=\frac{0,06}{3}=0,02mol$$

- إذن $Cr_2O_7^{2-}$ متفاعل محد و يكون $x_{max}=0,01mol$

و بالتالي المزيج ليس ستوكيومتري لأنه يوجد متفاعل محد

د-إثبات أن $x=\frac{V_T}{2}\left([Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}]\right)$

$$[Cr_2O_7^{2-}]=\frac{n_2-2x}{V_T}=\frac{n_2}{V_T}-\frac{2x}{V_T}=[Cr_2O_7^{2-}]_0-\frac{2x}{V_T}$$

$$\frac{2x}{V_T}=[Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}]$$

إذن: $x=\frac{V_T}{2}([Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}])$

3-زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

تحديده بيانيا: $[Cr_2O_7^{2-}]=\frac{n_2-2x}{V_T}$

$$[Cr_2O_7^{2-}]_{1/2}=\frac{n_2-2\frac{x_{max}}{2}}{V_T}=\frac{n_2-x_{max}}{V_T}=\frac{0,02-0,01}{0,1}$$

$$=0,1mol/L=100mmol/L$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_{1/2}=15min$

4- عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[Cr_2O_7^{2-}]$:

$$\upsilon=\frac{1}{V_T}.\frac{dx}{dt}=\frac{1}{V_T}.\frac{d}{dt}\left(\frac{V_T}{2}([Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}])\right)$$

$$=\frac{1}{V_T}.\frac{V_T}{2}\frac{d}{dt}\left([Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}]\right)$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{d}{dt}\left([Cr_2O_7^{2-}]_0-[Cr_2O_7^{2-}]\right)$$

$$=\frac{1}{2}.\frac{d}{dt}([Cr_2O_7^{2-}]_0)-\frac{1}{2}.\frac{d}{dt}([Cr_2O_7^{2-}])$$

إذن: $v=-\frac{1}{2}.\frac{d([Cr_2O_7^{2-}])}{dt}$

-حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة t=20min

$$\upsilon=-\frac{1}{2}\tan\alpha=-\frac{1}{2}.(-\frac{5,2-126}{20})=1,85\ mmol/L.min$$

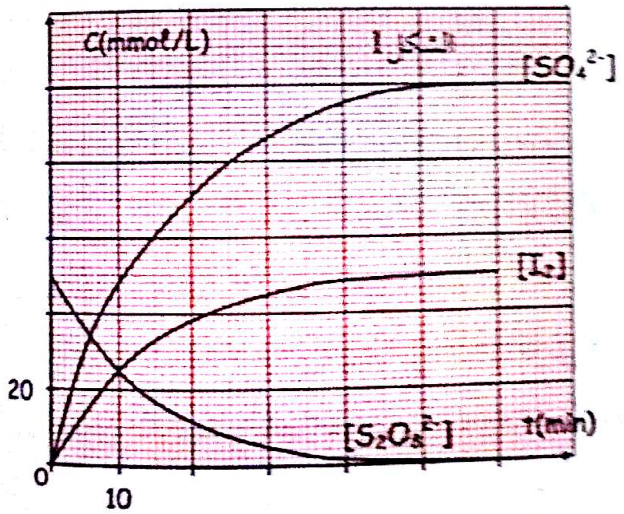
- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

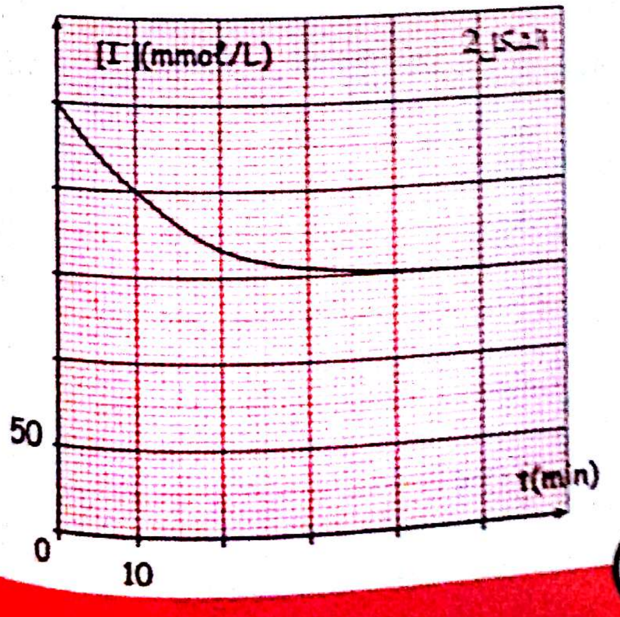
5- يمكن متابعة تطور هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية لأن الوسط التفاعلي يحتوي على شوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية.

التمرين 13

عند درجة حرارة 30 C° نجري تفاعل أكسدة و إرجاع و ذلك بمزج عند اللحظة t=0 حجما $V_1=50mL$ من محلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^++S_2O_8^{2-})_{aq}$ تركيزه المولي C_1 مع $V_2=50mL$ من محلول يود البوتاسيوم $(K^++I^-)_{aq}$ تركيزه المولي C_2.

المتابعة الزمنية لتطور هذا التحوّل الكيميائي مكّنت من رسم الشكلين التاليين:





1- أعط تعريفا لكل من المؤكسد و المرجع.

2- إعتمادا على الشكلين 1 و 2 :

أ- حدّد نواتج التفاعل ثمّ أكتب الثنائيتين (ox/red).

ب-أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع ثم معادلة الأكسدة الإرجاعية.

3- أكتب عبارة التركيز الإبتدائي $[S_2O_8^{2-}]_0$ بدلالة C_1، V_T،V_1 و عبارة التركيز الإبتدائي $[I^-]_0$ بدلالة C_2، V_2، V_T ثم أحسب قيمتي C_1 و C_2 حيث $V_T=V_1+V_2$.

4- أنجز جدولا لتقدم التفاعل ثم عين المتفاعل المحد.

5- عبّر عن سرعة تقدم التفاعل بدلالة $[I^-]$ ثمّ أحسب قيمتها عند اللحظة t=20min.

6- عرّف زمن نصف التفاعل ثمّ أوجد قيمته مبينا الطريقة المتبعة.

الحل:

1-المؤكسد هو الفرد الكيميائي القادر على إكتساب إلكترونات خلال تفاعل كيميائي و المرجع هو الفرد الكيميائي القادر على فقدان الإلكترونات.

2-أ-إعتمادا على الشكلين 1 و 2 نواتج التفاعل هي SO_4^{2-} و I_2 لأن تركيزهما يزداد تدريجيا مع مرور الوقت.

- الثنائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل هما:

$(S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-})$ و (I_2/I^-)

ب-المعادلة النصفية للأكسدة هي: $2I^- = I_2 + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع هي: $S_2O_8^{2-} + 2e^- = 2SO_4^{2-}$

معادلة الأكسدة -الإرجاع هي: $S_2O_8^{2-}+2I^-=2SO_4^{2-}+I_2$

3- عبارة $[S_2O_8^{2-}]_0$ هي: $[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_1V_1}{V_T}$

عبارة $[I^-]_0$ هي: $[I^-]_0 = \frac{C_2V_2}{V_T}$

حساب C_1 و C_2:

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = 20.2,5 = 50mmol/L = \frac{C_1V_1}{V_T}$$

$$C_1 = [S_2O_8^{2-}]_0.\frac{V_T}{V_1} = 50.\frac{0,1}{0,05} = 100mmol/L$$

$$[I^-]_0 = 50.5 = 250mmol/L = \frac{C_2V_2}{V_T}$$

$$C_2 = [I^-]_0.\frac{V_T}{V_2} = 250.\frac{0,1}{0,05} = 500mmol/L$$

4-جدول التقدم:

المعادلة	$S_2O_8^{2-}$ +	$2I^-$ =	$2SO_4^{2-}$ +	I_2
الحالة الإبتدائية	C_1V_1	C_2V_2	0	0
الحالة الإنتقالية	C_1V_1-x	C_2V_2-2x	2 x	x
الحالة النهائية	$C_1V_1-x_{max}$	$C_2V_2-2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

-نعتبر شوارد البيروكسوديكبريتات هي المتفاعل المحد:

$$C_1V_1 - x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = C_1V_1 = 0,1.0,05 = 5mmol$$

-نعتبر شوارد اليود هي المتفاعل المحد:

$$C_2V_2 - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{C_2V_2}{2} = \frac{0,5.0,05}{2} = 12,5mmol$$

إذن شوارد $S_2O_8^{2-}$ هي المتفاعل المحد و يكون x_{max}=12,5mmoℓ

5-عبارة سرعة تقدم التفاعل بدلالة $[I^-]$

$$\upsilon(I^-) = -\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{d}{dt}(\frac{C_2V_2 - 2x}{V_T}) = -\frac{d}{dt}(\frac{C_2V_2}{V_T}) + \frac{d}{dt}(\frac{2x}{V_T})$$

$$\upsilon(I^-) = \frac{2}{V_T}\frac{dx}{dt}$$

$$-\frac{d[I^-]}{dt} = \frac{2}{V_T}\frac{dx}{dt}$$

و منه $\upsilon = \frac{dx}{dt} = -\frac{d[I^-]}{dt}\frac{V_T}{2}$

عند اللحظة:

$$\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{50}{24} = -2,1mmol/(L.min)\ t=20min$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -(-2,1)\frac{0,1}{2} = 0,105mmol/min$$

6- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي في تفاعل تام.

$\frac{x_{max}}{2}$ نعوض $x_{max}=5mmol \Rightarrow \frac{x_{max}}{2}=2,5mmol$

في عبارة $[I_2]$ نجد:

$$[I_2]_{1/2}=\frac{x_{max}/2}{V_T}=\frac{2,5}{0,1}=25mmol/L$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد $t_{1/2}=10min$

التمرين 14

ندرس تفاعل المغنزيوم مع محلول حمض كلور الهيدروجين.

أجرى فوجان من التلاميذ التجربتين التاليتين:

الفوج الأول:

قام بوضع قطعة من المغنزيوم كتلتها $m=1g$ في إناء يحتوي على حجم $V_1=30mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي $C_1=0,1mol/L$، ثمّ يقوم من حين لآخر بقياس pH المزيج فحصل على النتائج التالية:

t(min)	0	1	3	5	7	9
pH	1,0	1,3	1,6	2,0	2,4	3,4

الفوج الثاني:

قام بوضع قطعة من المغنزيوم كتلتها $m=1g$ في إناء يحتوي على حجم $V_2=100mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي $C_2=0,1mol/L$، ثمّ وصل الإناء بإناء آخر حجمه $V=300mL$ لجمع الغاز المنطلق وزوّد هذا الأخير بمقياس الضغط.

الضغط الجوي $P=1010hPa$ و درجة الحرارة $\theta=20°C$.

1- أحسب كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلين في كل تجربة.

2- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل في كل تجربة.

3- من أجل التجربة الأولى:

أ- أوجد العلاقة بين التقدم والتركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم في كل لحظة.

ب- أوجد قيمة التقدم في اللحظة $t=9min$.

- هل ينتهي التفاعل في هذه اللحظة؟ علل.

ج- علما أن السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم في اللحظة $t=0$ هي $v_{H_3O^+}=5,5.10^{-2}mol/L.min$

- أحسب السرعة الحجمية للتفاعل في نفس اللحظة.

4- من أجل التجربة الثانية:

أ- أكتب العلاقة بين التقدم و ضغط الغاز.

ب- أحسب قيمة التقدم عندما يكون الضغط في الإناء $P=1240hPa$.

ج- أحسب قيمة الضغط في الإناء عند نهاية التفاعل.

يعطى: $M_{Mg}=24g/mol$ ، $R=8.31SI$

الحل

1- حساب كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات:

التجربة الأولى: $n(Mg)=\frac{m}{M}=\frac{1}{24}=0,042mol$

$$n_1(H_3O^+)=C_1V_1=0,1.0,03=0,003mol$$

التجربة الثانية: $n(Mg)=0,042mol$

$$n_2(H_3O^+)=C_2V_2=0,1.0,1=0,01mol$$

2- جدول التقدم:

معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق هي :

- المعادلة النصفية للأكسدة: $Mg=Mg^{2+}+2e^-$

- المعادلة النصفية للإرجاع:

$$2H_3O^++2e^-=2H_2O+H_2$$

- معادلة الأكسدة و الإرجاع :

$$Mg+2H_3O^+=Mg^{2+}+2H_2O+H_2$$

التجربة الأولى:

المعادلة	Mg+	$2H_3O^+$ =	Mg^{2+} +	H_2
الحالة الإبتدائية	n	n_1	0	0
الحالة الإنتقالية	n-x	n_1-2x	x	x
الحالة النهائية	n-x_{max}	n_1-2x_{max}	x_{max}	x_{max}

التجربة الثانية:

المعادلة	$Mg + 2H_3O^+ =$		$Mg^{2+} + H_2$	
الحالة الإبتدائية	n	n_2	0	0
الحالة الإنتقالية	$n-x$	n_2-2x	x	x
الحالة النهائية	$n-x_{max}$	n_2-2x_{max}	x_{max}	x_{max}

3-أ- العلاقة بين التقدم x و $[H_3O^+]$

$$[H_3O^+] = \frac{n_1 - 2x}{V_1} \longrightarrow [H_3O^+].V_1 = n_1 - 2x$$

إذن: $x = \frac{n_1}{2} - \frac{[H_3O^+].V_1}{2}$

ب- إيجاد قيمة التقدم عند اللحظة $t = 9min$:

$$x = \frac{0,003}{2} - \frac{10^{-3,4}.0,03}{2} = 1,5.10^{-3}mol$$

إيجاد التقدم الأعظمي:

- نعتبر معدن المغنزيوم هو المتفاعل المحد:

$$x_{max} = n = 0,042mol$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد:

$$x_{max} = \frac{n_1}{2} = \frac{0,003}{2} \simeq 1,5.10^{-3}mol$$

ومنه شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد و يكون :

$$x_{max} = 1,5.10^{-3}mol$$

- بما أنه عند اللحظة $t=9min$ يكون $x=x_{max}$ فإن التفاعل بلغ حده عند تلك اللحظة.

جـ- حساب سرعة التفاعل عند نفس اللحظة:

$$v(H_3O^+) = -\frac{d[H_3O^+]}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}\left(\frac{n_1 - 2x}{V_1}\right) = -\frac{1}{V_1}.\frac{dn_1}{dt} + \frac{2}{V_1}.\frac{dx}{dt}$$

$$v(H_3O^+) = 2\upsilon$$

$$v = \frac{\upsilon(H_3O^+)}{2} = \frac{5,5.10^{-2}}{2}$$

$$= 2,75.10^{-2} mol/(L.min)$$

4-أ- العلاقة بين التقدم x و الضغط P:

$$P(H_2)V = nRT$$

$$n = x = \frac{P(H_2)V}{RT}$$

$$x = P(H_2)\frac{300.10^{-6}}{8,31.(273+20)} = 1,23.10^{-7}P(H_2)$$

ب- حساب قيمة التقدم لما $P=1240hPa$

$$P(H_2) = P - P_{atm} = 1240 - 1010 = 230hPa$$
$$= 230.10^2Pa$$

$$x = 1,23.10^{-7}.230.10^2 = 2,83.10^{-3}mol$$

جـ- حساب قيمة الضغط في الإناء عند نهاية التفاعل:

إيجاد التقدم الأعظمي:

- نعتبر معدن المغنزيوم هو المتفاعل المحد:

$$x_{max} = n = 0,042mol$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد:

$$x_{max} = \frac{n_1}{2} = \frac{0,01}{2} = 5.10^{-3}mol$$

ومنه الشوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد و يكون :

$$x_{max} = 5.10^{-3}mol$$

- حساب قيمة ضغط غاز الهيدروجين:

$$P(H_2) = \frac{x_{max}.RT}{V} = \frac{5.10^{-3}.8,31.298}{300.10^{-6}} = 41273Pa$$

- حساب قيمة الضغط في الإناء:

$$P = P_{atm} + P(H_2) = 101000 + 41273 = 142273Pa$$

التمرين 15

الليكول Lugol مادة مطهرة تباع عند الصيدليات مكونها الأساسي هو ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ (نذكر أن محلول ثنائي اليود يتميز بلونه البني).

عند درجة الحرارة 20°C، نغمر صفيحة من الزنك $Zn_{(s)}$ في كأس يحتوي على حجم $V=250mL$ من الليكول حيث التركيز الإبتدائي لثنائي اليود $C_0=2,00.10^{-2}mol/L$

التحول الكيميائي بين الليكول و الزنك تحول بطيء و يمكن نمذجته بالمعادلة الكيميائية التالية :

$$I_{2(aq)} + Zn_{(s)} = 2I^{-}_{(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)}$$

1- أحسب كمية المادة الإبتدائية المتواجدة في المحلول .

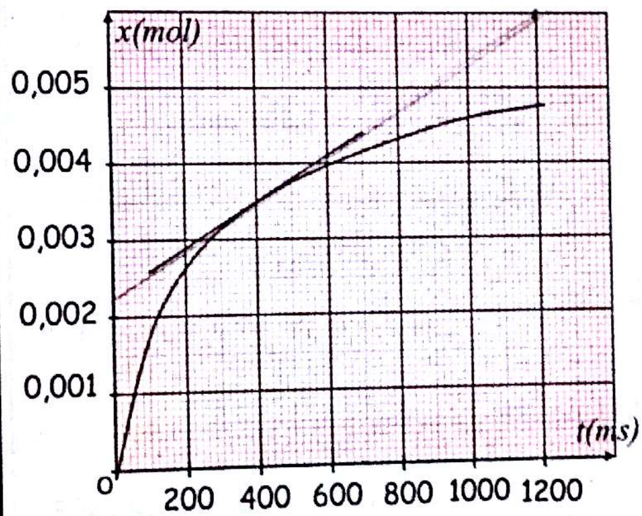
2- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل $x(t)$ للجملة الكيميائية في الكأس حيث نعتبر ثنائي اليود متفاعل محدّ .

3- أ/ أوجد العلاقة بين التقدم $x(t)$ و كمية مادة ثنائي اليود عند اللحظة (t) ثمّ إستنتج العلاقة بين $x(t)$ و $[I_{2(aq)}]$ التركيز المولي لثنائي اليود عند اللحظة (t).

ب/ أوجد التقدم الأعظمي x_{max} .

4- نحتفظ بدرجة الحرارة ثابتة و نتابع تطور تركيز ثنائي اليود المتبقي في الكأس بواسطة المعايرة .

يمثل المنحنى التالي تغيرات التقدم $x(t)$ بدلالة الزمن (t):



أ/ أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة t=400s

ب/ كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل عبر الزمن؟

جـ/ عرّف و حدّد زمن نصف التفاعل .

5- نعيد التجربة السابقة عند درجة حرارة 30°C ونحافظ على نفس الشروط السابقة.

أ/ كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل ؟ فسر ذلك مجهريا .

ب/ مثل كيفيا على المنحنى السابق تغيرات التقدم $x(t)$ بدلالة الزمن (t).

6-أ/ هل يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس الناقلية؟ علل.

ب/ أوجد العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x .

يعطى:

$\lambda_{I^-}=7,7 mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{Zn^{2+}}= 10,6 mS.m^2/mol$

الحل:

1- حساب كمية المادة الإبتدائية المتواجدة في المحلول:

$$n_0=C_0.V_0=2,00\times10^{-2}\times0,25=5.10^{-3}mol$$

2- جدول التقدم:

المعادلة	I_2	+ Zn	= $2I^-$	+ Zn^{2+}
الحالة الإبتدائية	n_0	n_1	0	0
الحالة الإنتقالية	n_0-x	n_1-x	$2x$	x
الحالة النهائية	n_0-x_{max}	n_1-x_{max}	$2x_{max}$	x_{max}

3-أ- العلاقة بين x و $[I_2]$:

$$n(I_2)=n_0-x(t)\longrightarrow[I_2]=\frac{n_0-x(t)}{V_0}$$

$$[I_2]=\frac{C_0V_0-x}{V_0}=C_0-\frac{x}{V_0}$$

ب- التقدم الأعظمي:

بما أن ثنائي اليود متفاعل محد فإن: $n_0-x_{max}=0$

$$x_{max}=n_0=5.10^{-3}mol$$

4-أ- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=400\ s$.

$$v_{vol}=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}=\frac{1}{0,25}.\frac{1,2.10^{-3}}{400.10^{-3}}=1,2.10^{-2}mol/(L.s)$$

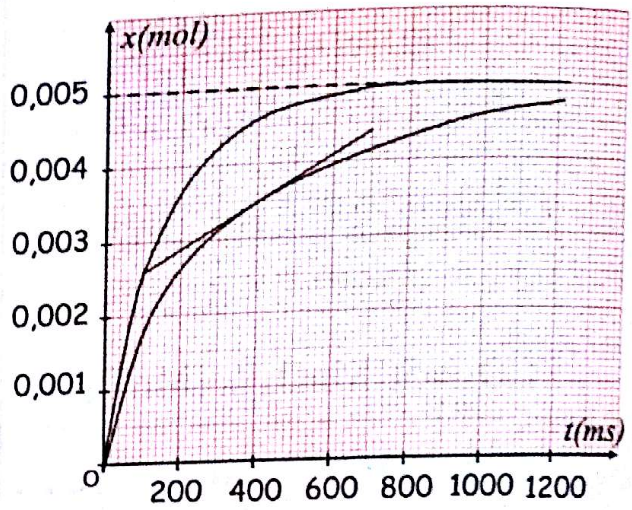
ب- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل تدريجيا إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

جـ- زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

تحديده بيانيا: $\frac{x_{max}}{2} = 0,0025mol \rightarrow t_{1/2} \simeq 200\ s$

5-أ-درجة الحرارة عامل حركي و بالتالي تسرع التفاعل لأنه أثناء إزدياد درجة الحرارة يزداد تواتر الإصطدامات الفعالة.

ب- تمثيل المنحنى كيفيا:



6-أ/ يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس الناقلية لوجود شوارد I^- و Zn^{2+} في الوسط التفاعلي والتي تتحكم في قياس الناقلية.

ب/ العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x

$$\sigma = \lambda_{Zn^{2+}}.[Zn^{2+}] + \lambda_{I^-}.[I^-]$$

$$\sigma = \lambda_{Zn^{2+}}.\frac{x(t)}{V} + \lambda_{I^-}.\frac{2x(t)}{V} = (\lambda_{Zn^{2+}} + 2\lambda_{I^-}).\frac{x(t)}{V}$$

$$\sigma = (10,6 + 2.7,7)\times 10^{-3}\frac{x(t)}{250\times 10^{-6}}$$

$$\sigma = 104.x(t)$$

التمرين 16

نمزج في لحظة t=0 وفي درجة حرارة ثابتة T_1 حجما V_1 من محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+ + MnO_4^-)$ تركيزه C_1 ، مع حجم V_2 من محلول حمض الأكساليك $H_2C_2O_4$ تركيزه C_2 في وسط حمضي.

المعادلة المنمذجة للتفاعل هي:

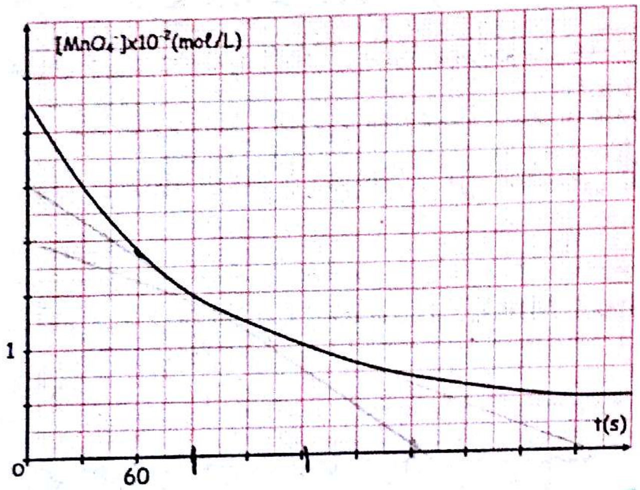
$$5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H^+ = 2Mn^{2+} + 10CO_2 + 8H_2O$$

لمتابعة تطور هذا التفاعل نأخذ خلال أزمنة مختلفة t حجما V' للمزيج ثم نعاير كمية شوارد MnO_4^- المتبقية بواسطة محلول لكبريتات الحديد الثنائية ذو التركيز C=0,25mol/L، حيث هذا التفاعل سريع و تام.

المعادلة المنمذجة للتفاعل هي:

$$5Fe^{2+} + MnO_4^- + 8H^+ = Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 4H_2O$$

نتائج القياس مكنتنا من رسم المنحنى $[MnO_4^-] = f[t]$ الممثل في الشكل التالي:



1-أ/ ما هو البروتوكول التجريبي الذي يمكن اتباعه في المعايرة؟

ب/ كيف يمكن التعرف على حدوث التكافؤ؟

2-أ/ عرف السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^- واحسب قيمتها في اللحظتين $t_1=90s$ و $t_2=150s$

ب/ كيف تتغير هذه السرعة؟

3-أ/ أنشئ جدولا لتقدم التفاعل المدروس ثم بين أنه في أي لحظة t:

$$[MnO_4^-] = [MnO_4^-]_0 - \frac{1}{5}[CO_2]$$

حيث $[MnO_4^-]_0$ يمثل التركيز في اللحظة t=0.

ب/ أوجد عبارة السرعة الحجمية لتشكل CO_2 و احسبها في اللحظة $t_1=90s$.

4-أ/ أكتب عبارة حجم محلول كبريتات الحديد الثنائي V_e المضاف لكي نحصل على نقطة التكافؤ في اللحظة t

بدلالة C، V'، $[MnO_4^-]$.

ب/ أحسب قيمة هذا الحجم V_e في اللحظة $t_2 = 150\ s$ حيث $V'=50mL$.

5- نعيد نفس التجربة في درجة حرارة T_2 حيث $T_2>T_1$.

- أرسم في نفس المعلم شكل المنحنى $[MnO_4^-]=f(t)$ الجديد.

الحل:

1. أ/ في بيشر موضوع فوق خلاط مغناطيسي، نضع حجما V' من محلول المزيج الناتج عن التحول الأول. نسكب تدريجيا محلول كبريتات الحديد الثنائية بواسطة سحاحة مدرجة.

ب/ عند حدوث التغير اللوني نوقف عملية السكب، عندها نكون عند نقطة التكافؤ (يتغير اللون من البنفسجي إلى البرتقالي).

2. أ/ تعرف السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^- بالعلاقة التالية:

$$\upsilon(MnO_4^-) = -\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$$

و هي تمثل ميل المنحنى $[MnO_4^-]=f(t)$ عند اللحظة t.

- عند اللحظة $t=90s$:

$$\upsilon_{90} = \frac{1,4.0,5.10^{-2}}{2,2.30} = 1,1.10^{-4}\ mol/(L.s)$$

- عند اللحظة $t=150s$:

$$\upsilon_{150} = \frac{0,7.0,5.10^{-2}}{1,8.30} = 6,5.10^{-5}\ mol/(L.s)$$

ب/ تتناقص السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^- مع مرور الزمن إلى أن تنعدم في نهاية التحوّل.

3. أ/ جدول التقدم للتحول الأول:

المعادلة	$5H_2C_2O_4$ +	$2MnO_4^-$ =	$2Mn^{2+}$ +	$10CO_2$
الحالة الإبتدائية	n_1	n_2	0	0
الحالة الإنتقالية	n_1-5x	n_2-2x	$2x$	$10x$
الحالة النهائية	n_1-5x_{max}	n_2-2x_{max}	$2x_{max}$	$10x_{max}$

إثبات أن $[MnO_4^-] = [MnO_4^-]_0 - \frac{1}{5}[CO_2]$

لدينا: $[CO_2] = \frac{10x}{V} \rightarrow \frac{x}{V} = \frac{[CO_2]}{10}$ من جهة ثانية

$$[MnO_4^-] = \frac{n_2 - 2x}{V} = \frac{n_2}{V} - \frac{2x}{V}$$

$$= [MnO_4^-]_0 - 2\frac{[CO_2]}{10}$$

$$= [MnO_4^-]_0 - \frac{[CO_2]}{5}$$

ب/ عبارة السرعة الحجمية لتشكل CO_2:

من العلاقة السابقة:

$$[CO_2]=5([MnO_4^-]_0-[MnO_4])$$

و عليه: $\frac{d[CO_2]}{dt}=\frac{d}{dt}\left(5\left([MnO_4^-]_0-[MnO_4^-]\right)\right)$

$$\frac{d[CO_2]}{dt} = 5\frac{d[MnO_4^-]_0}{dt} - 5\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$$

$$= 5\left(-\frac{d[MnO_4^-]}{dt}\right) = 5\upsilon(MnO_4^-)$$

$$v(CO_2)=5.1,1.10^{-4}=5,5.10^{-4}mol/(L.s)$$

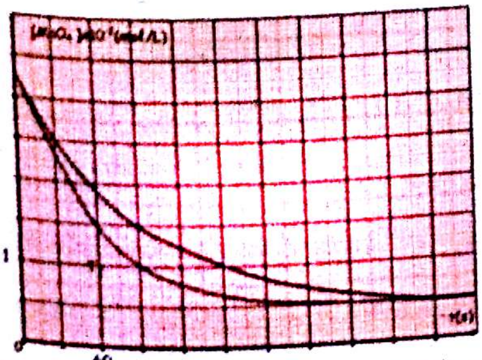
4. أ/ من المعادلة 2:

عند التكافؤ: $\frac{CV_e}{5}=\frac{[MnO_4^-]V'}{1} \rightarrow V_e=\frac{5[MnO_4^-]V'}{C}$

ب/ حساب V_e عند اللحظة $t=150s$

$$V_e = \frac{5.1.10^{-2}.0,05}{0,25} = 0,01L = 10mL$$

5. شكل المنحنى الجديد:



التمرين 17

يتفاعل 2- كلورو 2- ميثيل بروبان مع الماء فيعطي كحولا 2 ـ كلورو 2- ميثيل بروبان 2- أول حيث يكون التفاعل بطيئا و تاما، ننمذجه بالمعادلة التالية:

$$(CH_3)_3C\text{-}Cl_{(l)} + 2H_2O_{(l)} = (CH_3)_3C\text{-}OH_{(l)} + H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

نضع في حوجلة مدرجة $1,0\,mL$ من 2- كلورو 2- ميثيل بروبان و كمية من الأسيتون لتتحصل على حجم $25,0\,mL$ من المحلول (S).

نضع في بيشر $200,0\,mL$ من الماء المقطر بعد ذلك نغمس جهاز قياس الناقلية عند اللحظة $t = 0$ نشغل الميقاتية و نضيف $5,0\,mL$ من المحلول (S) في البيشر الموضوع فوق مخلاط مغناطيسي يسمح بمزج مكونات المحلول جيدا، ونقيس قيمة الناقلية للخليط بعد مرور الزمن .

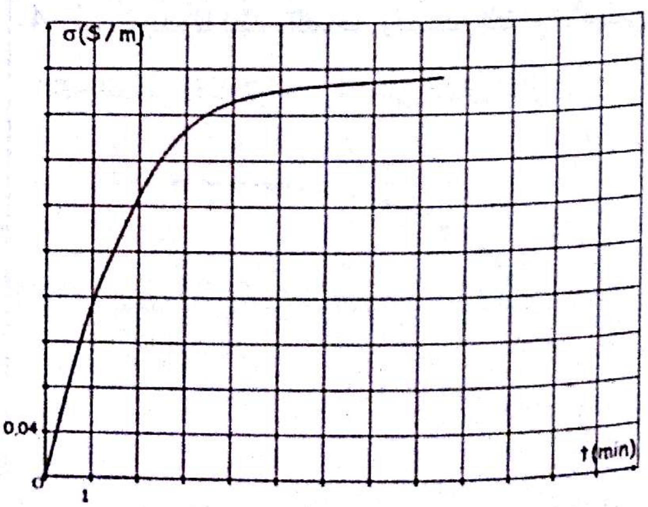
1- بيّن أنّ الكمية الإبتدائية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان في الخليط الموجود في البيشر هي: $n_0 = 1,8\,mmol$.

2- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل السابق.

3- أوجد عبارة الناقلية النوعية σ للمزيج بدلالة التقدم x.

4- تأكد أنّ هذا التحوّل تام علما أنّ $\sigma_{max} = 0,374\,S/m$.

5- نتائج الدراسة السابقة أدت إلى تمثيل البيان $\sigma = f(t)$ التالي:



5-1- عرّف السرعة الحجمية للتفاعل ثمّ حددها عند اللحظة $t = 3\,min$.

5-2- كيف تتطور هذه السرعة مع مرور الوقت ؟

5-3- عرّف زمن نصف التفاعل ثمّ قدّر قيمته.

5-4- نجري نفس التجربة في درجة حرارة مرتفعة.

أ/ مثل كيفيا تغيرات الناقلية النوعية σ الجديدة بدلالة الزمن t .

ب / كيف تفسر ذلك مجهريا ؟

<u>يعطى</u>: الكتلة المولية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان هي: $M = 92\,g/mol$ وكتلته الحجمية هي: $\rho = 0,85\,g/mL$

$\lambda_{H_3O^+} = 35\,mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{Cl^-} = 7,63\,mS.m^2/mol$

الحل:

1- حساب كمية المادة الإبتدائية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان الموجود في البيشر:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M} = \frac{1.0,85}{92} = 9,2.10^{-3}\,mol$$

$$\left.\begin{matrix} n \to 25mL \\ n_0 \to 5mL \end{matrix}\right\} \quad n_0 = \frac{n.5}{25} = \frac{9,2}{5} = 1,8mmol$$

2- جدول التقدم:

المعادلة	C_4H_9Cl	$+2H_2O =$	$C_4H_{10}O$	$+ H_3O^+$	$+ Cl^-$
الحالة الإبتدائية	n_0	بزيادة	0	0	0
الحالة الإنتقالية	$n_0 - x$	بزيادة	x	x	x
الحالة النهائية	$n_0 - x_{max}$	بزيادة	x_{max}	x_{max}	x_{max}

3- إيجاد عبارة الناقلية النوعية σ :

$$\sigma = [H_3O^+].\lambda_{H_3O^+} + [Cl^-].\lambda_{Cl^-}$$

$$= \frac{x}{V}\lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V}\lambda_{Cl^-} = \frac{x}{V}(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})$$

$$= \frac{x}{205.10^{-6}}(35 + 7,63).10^{-3} = 207,95\,x$$

4- التأكد من أن هذا التحول تام:

$$x_{max} = \frac{\sigma_{max}}{207,95} = \frac{0,374}{207,95} = 1,8mmol$$

من جدول التقدم:

2- كلورو 2- ميثيل بروبان متفاعل محد و بالتالي:

$$n_0 - x_{max} = 0 \longrightarrow x_{max} = n_0 = 1,8mmol$$

و هي مطابقة للقيمة السابقة إذن التحول تام.

5-1- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $\upsilon = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

حيث V حجم الوسط التفاعلي.

- تحديد السرعة الحجمية للتفاعل من البيان:

$$\sigma = 207,95\ x \longrightarrow \frac{d\sigma}{dt} = 207,95\ \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{207,95}\frac{d\sigma}{dt}$$

و بالتالي: $$\nu = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V.207,95}\frac{d\sigma}{dt}$$

- حساب ميل المماس عند اللحظة t =3 min :

$$\nu\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1,8.0,04}{1,9.1} = 3,8.10^{-2} S / m.min$$

$$\nu = \frac{1}{205.10^{-3}.207,95}.3,8.10^{-2}$$

$$= 9.10^{-4} mol / L.min$$

5-2- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

5-3- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

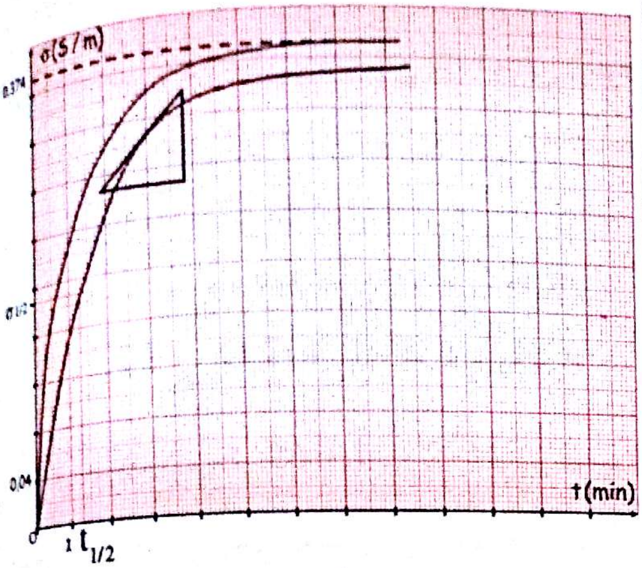
- تحديد $t_{1/2}$ بيانيا: $$\frac{x_{max}}{2} = \frac{1,8}{2} = 0,9\ mmol$$

$$\sigma_{1/2} = 207,95\frac{x_{max}}{2} = 207,95.0,9.10^{-3}$$

$$\sigma_{1/2} = 0,187\ S / m$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_{1/2} = 1,3min$

5-4-أ تمثيل البيان الجديد من أجل درجة حرارة أكبر:



ب- عند إزدياد درجة الحرارة يزداد تواتر الإصطدامات الفعالة و بالتالي تزداد سرعة التفاعل.

التمرين 18

في حوجلة عيارية سعتها $V_0 = 250mL$ نسكب حجما $V = 40mL$ من محلول حمض كلور الماء $(H^+,Cl^-)_{aq}$ تركيزه المولي $C = 0,5mol / L$.

في اللحظة $t = 0$ نغمر فيه شريطا من معدن المغنزيوم $Mg_{(S)}$ كتلته $m = 0,12g$.

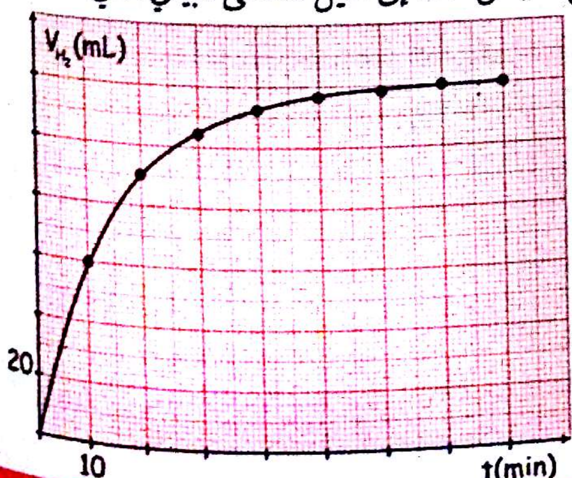
1-أرسم مخطط التجربة الذي يسمح بقياس حجم غاز ثنائي الهيدروجين الناتج.

2-أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي السابق.

3- أحسب كمية المادة الإبتدائية للمتفاعلات.

4- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل واستنتج التقدم الأعظمي.

نتائج القياس أدت إلى تمثيل المنحنى البياني التالي:



5- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدده بيانيا.

6-أ/ بين أن سرعة التفاعل يمكن حسابها من العلاقة $\upsilon = 0,04 \frac{dV_{H_2}}{dt}$ حيث V_{H_2} حجم غاز ثنائي الهيدروجين.

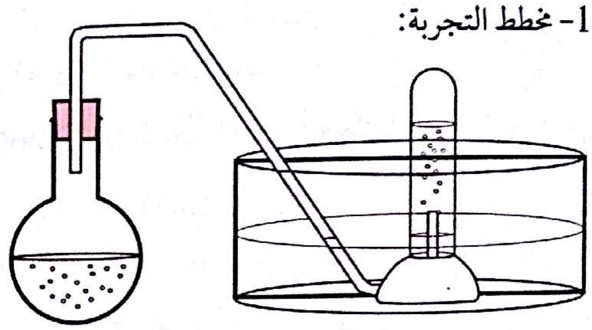
ب/ أحسب قيمتها عند اللحظتين $t_1 = 20min$ و $t_2 = 40min$

جـ/ كيف تتغير قيمة سرعة التفاعل مع مرور الزمن؟

يعطى: $V_M = 24L/mol$ ، $M_{Mg} = 24g/mol$

الحل:

1- مخطط التجربة:



2- المعادلة النصفية للأكسدة: $Mg = Mg^{2+} + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع: $2H^+ + 2e^- = H_2$

معادلة الأكسدة-إرجاع: $Mg + 2H^+ = Mg^{2+} + H_2$

3- حساب كمية مادة المغنزيوم الإبتدائية:

$$n_1 = \frac{m}{M} = \frac{0,12}{24} = 0,005mol$$

حساب كمية مادة شوارد H^+ الإبتدائية:

$$n_2 = CV = 0,5.0,04 = 0,02mol$$

4- جدول التقدم:

المعادلة	$Mg +$	$2H^+$	$= Mg^{2+}$	$+ H_2$
الحالة الإبتدائية	n_1	n_2	0	0
الحالة الإنتقالية	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	x
الحالة النهائية	$n_1 - x_{max}$	$n_2 - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}

نعتبر Mg متفاعل محد: $x_{max} = n_1 = 0,005mol$

نعتبر H^+ متفاعل محد: $x_{max} = \frac{n_2}{2} = \frac{0,02}{2} = 0,01mol$

إذن Mg متفاعل محد و يكون $x_{max} = 0,005mol$

5- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدّة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ بيانيا: $\frac{x_{max}}{2} = \frac{5.10^{-3}}{2} = 2,5.10^{-3}mol$

$$n_{H_2} = \frac{V_{H_2}}{V_M} \longrightarrow V_{H_2} = n_{H_2}.V_M$$

$$V_{H_2}(t_{1/2}) = 2,5.10^{-3}.24 = 0,06L = 60mL$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد $t_{1/2} = 10min$

6-أ/ إثبات أن: $\upsilon = 0,04 \frac{dV_{H_2}}{dt}$

$$n_{H_2} = x$$

$$\frac{dn_{H_2}}{dt} = \frac{dx}{dt}.$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{V_{H_2}}{V_M}\right) = \frac{1}{V_M}.\frac{dV_{H_2}}{dt} = \frac{1}{24}\frac{dV_{H_2}}{dt}$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = 0,04\frac{dV_{H_2}}{dt}$$

ب/ حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1 = 20min$:

$$\upsilon_1 = 0,04\tan\alpha = 0,04\frac{2,2 \times 20 \times 10^{-3}}{20}$$

$$\upsilon_1 = 0,088 \times 10^{-3} mol/min$$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 40min$:

$$\upsilon_2 = 0,04\tan\alpha = 0,04\frac{0,6 \times 20 \times 10^{-3}}{20}$$

$$\upsilon_2 = 0,024 \times 10^{-3} mol/min$$

جـ/ تتناقص سرعة التفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحوّل.

التمرين 19

نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 100mL$ من محلول ليود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)_{aq}$ تركيزه المولي C_1 مع حجم V_2 من الماء الأوكسيجيني H_2O_2 تركيزه المولي : $C_2 = 0,3mol / L$.

متابعة تغيرات كمية المادة للمتفاعلات $n_T(H_2O_2)$ و $n_T(I^-)$ في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة مكنتنا من الحصول على المنحنيين $n_T(H_2O_2) = f(t)$ و $n_T(I^-) = g(t)$.

1-أكتب معادلة التفاعل المنمذجة للتحول الكيميائي الحاصل علما أن الثنائيتين مر/ مؤ المشاركتين في التفاعل هما:

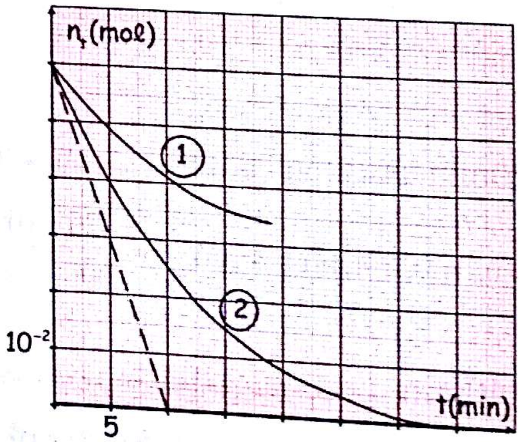
$I_{2(aq)} / I^-_{(aq)}$ و $H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(l)}$

2-انشئ جدولا لتقدم التفاعل .

3-اعتمادا على البيان وجدول التقدم :

أ-استنتج المتفاعل المحد .

ب-أنسب لكل منحنى البيان الموافق من البيانين 1و2.



جـ- أحسب كل من C_1 و V_2.

د- أكمل رسم البيان 1 .

4-أ- عرف السرعة الحجمية للتفاعل وبين أن عبارتها تكتب على الشكل : $v_{vol} = \frac{-1}{2V}\frac{dn_T(I^-)}{dt}$

ب -أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 0$.

جـ- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته

الحل:

1- معادلة التفاعل الكيميائي :

المعادلة النصفية للأكسدة : $2I^- = I_2 + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع : $H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- = 2H_2O$

معادلة الأكسدة والإرجاع: $2I^- + H_2O_2 + 2H^+ = I_2 + 2H_2O$

2- جدول التقدم :

المعادلة	$2I^- + H_2O_2 + 2H^+ = I_2 + 2H_2O$				
الحالة الإبتدائية	C_1V_1	C_2V_2	بالزيادة	0	بالزيادة
الحالة الإنتقالية	$C_1V_1 - 2x$	$C_2V_2 - x$	بالزيادة	x	بالزيادة
الحالة النهائية	$C_1V_1 - 2x_f$	$C_2V_2 - x_f$	بالزيادة	x_f	بالزيادة

3- أ- تحديد المتفاعل المحد :

- نعتبر I^- متفاعل محد:

$$n_1 - 2x_{max} = 0 \longrightarrow x_{max} = \frac{n_1}{2} = 0,03mol$$

- نعتبر H_2O_2 متفاعل محد:

$$n_2 - x_{max} = 0 \longrightarrow x_{max} = n_2 = 0,06mol$$

اذن المتفاعل المحد : شوارد اليود

ب- البيان -1- يمثل $n_T(H_2O_2) = f(t)$

-البيان -2- يمثل $n_T(I^-) = g(t)$

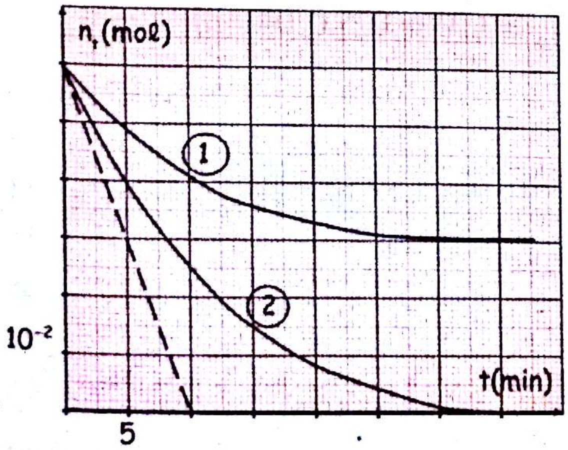
جـ- حساب C_1

$$n_1 = C_1V_1 \longrightarrow C_1 = \frac{n_1}{V_1} = \frac{6.10^{-2}}{0,1} = 0,6mol / L$$

- حساب V_2:

$$n_2 = C_2V_2 \longrightarrow V_2 = \frac{n_1}{C_2} = \frac{6.10^{-2}}{0,3} = 0,2L$$

د-إكمال البيان:من جدول التقدم $x_{max} = \frac{n_1}{2} = 3.10^{-2} mol$



4- أ- السرعة الحجمية للتفاعل : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

من جدول التقدم : $n_{T(I^-)} = n_1 - 2x$

$$x = \frac{n_1 - n_{T(I^-)}}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{dn_{T(I^-)}}{dt}$$

بالتعويض : $v = -\frac{1}{2V}\frac{dn_{T(I^-)}}{dt}$

ب- قيمتها عند $t = 0$

$$\frac{dn_{T(I^-)}}{dt} = -\frac{6.10^{-2}}{10} = -6.10^{-3} mol / min$$

$$v = \frac{-1}{2.0,3}(-6.10^{-3}) = 0,01 mol / min.L$$

جـ - $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- حساب قيمته بيانيا:

$$n_{T(I^-)} = n_1 - 2\frac{x_{max}}{2} = 6.10^{-2} - 3.10^{-2} = 3.10^{-2} mol$$

بالإسقاط $t_{1/2} = 5.1,65 = 8,25 min$

التمرين 20

أكسيد ثنائي الأزوت الغازي N_2O غاز عديم اللون ، يستخدم كمخدر في العمليات الجراحية البسيطة .

يتفكك أكسيد ثنائي الأزوت الغازي N_2O وفق تفاعل بطيء وكلي إلى غاز ثنائي الأكسجين O_2 و غاز ثنائي الأزوت N_2 . لدراسة حركية هذا التفاعل ندخل عند اللحظة $t = 0$ في حوجلة حجمها ثابت 3 L و مفرغة من الهواء ، كمية مادة $n_0 = 41,3$ mmol من غاز أكسيد ثنائي الأزوت .

نقيس بواسطة جهاز مانومتر تغيرات الضغط الكلي $P(t)$ داخل الحوجلة خلال الزمن فنحصل على النتائج التي مكنتنا من رسم المنحنى أسفله. نعتبر أن الغازات مثالية و نرمز للضغط الإبتدائي بـ P_0.

1- أكتب معادلة التفاعل الحاصل داخل الحوجلة . و أنشئ جدول التقدم لتطور هذا التحول .

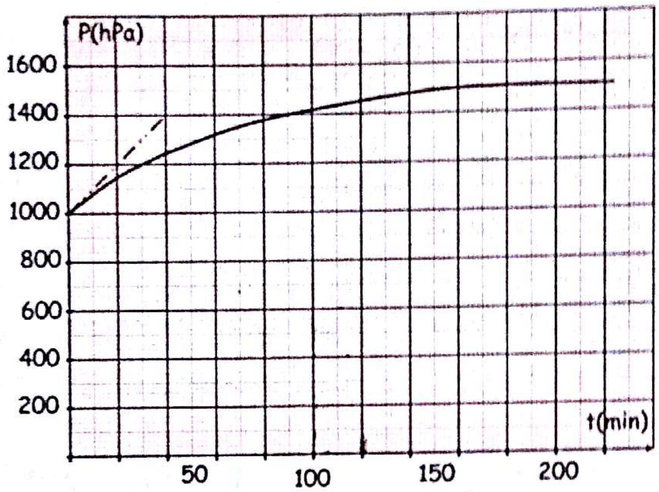
2- بيّن أنّ عبارة كمية المادة الكلية للغازات في الحوجلة عند اللحظة t هي $n(t) = n_0 + x(t)$.

3- إعتمادا على قانون الغاز المثالي بين أن عبارة تقدم التفاعل $x(t)$ عند لحظة t هو : $x(t) = n_0\left(\frac{P(t)}{P_0} - 1\right)$

4- عرّف زمن نصف التفاعل ثم عيّن قيمته بيانيا .

5- أ/ عبّر عن سرعة التفاعل بدلالة $P(t)$ ، P_0 ، n_0 .

ب/ أحسب سرعة التفاعل عند اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 50$ min ، ماذا تستنتج ؟



الحل:

1- معادلة التحول الحادث : $2N_2O = 2N_2 + O_2$

- جدول التقدم :

المعادلة	$2N_2O$ =	$2N_2$ +	O_2
الحالة الإبتدائية	n_0	0	0
الحالة الإنتقالية	$n_0 - 2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$n_0 - 2x_{max}$	$2x_{max}$	x_{max}

2- عبارة كمية المادة الكلية للغازات في الحوجلة عند اللحظة t .

- الغازات الموجودة عند اللحظة t هي مجموع كميات الغازات الموجودة في الخليط أي:

$$n(t) = n(N_2O) + n(N_2) + n(O_2)$$
$$= n_0 - 2x(t) + 2x(t) + x(t)$$
$$= n_0 + x(t)$$

3- عبارة تقدم التفاعل $x(t)$ عند لحظة t :

عند اللحظة $t = 0$ يكون: $P_0V = n_0RT......(1)$

عند اللحظة t يكون :

$$P(t).V = n(t).RT = (n_0 + x).RT.....(2)$$

بقسمة العلاقة (2) على العلاقة (1) نجد:

$$\frac{P(t).V}{P_0V} = \frac{(n_0 + x).RT}{n_0RT}$$

$$\frac{P(t)}{P_0} = \frac{(n_0 + x)}{n_0} = 1 + \frac{x}{n_0}$$

$$\frac{x}{n_0} = \frac{P(t)}{P_0} - 1 \longrightarrow x = n_0\left(\frac{P(t)}{P_0} - 1\right)$$

4- زمن نصف التفاعل : هي المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي .

حساب $P(t_{1/2})$: $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = n_0\left(\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1\right)$

من جدول التقدم: $x_{max} = \frac{n_0}{2}$ إذن:

$$\frac{n_0}{4} = n_0\left(\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1\right)$$

$$\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1 = \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{P(t_{1/2})}{P_0} = 1 + \frac{1}{4} = 1,25$$

$$P(t_{1/2}) = 1,25P_0 = 1,25.1000 = 1250hPa$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد : $t_{1/2} = 40\ min$

5-أ/ عبارة سرعة التفاعل :

بما أنّ $\upsilon = \frac{dx}{dt}$ فإنّ : $\upsilon = \frac{d}{dt}\left(n_0\left(\frac{P(t)}{P_0} - 1\right)\right)$

$$\upsilon = \frac{d}{dt}\left(n_0\frac{P(t)}{P_0}\right) - \frac{dn_0}{dt}$$

$$\upsilon = \frac{n_0}{P_0}.\frac{dP(t)}{dt}$$

ب/ حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1 = 0$:

$$\frac{dP(0)}{dt} = \frac{400.10^2}{40} = 10^3 Pa / min$$

$$\upsilon(0) = \frac{n_0}{P_0}.\frac{dP(0)}{dt} = \frac{43,3.10^{-3}}{1000.10^2}10^3$$

$$\upsilon(0) = 4,33.10^{-4} mol / min$$

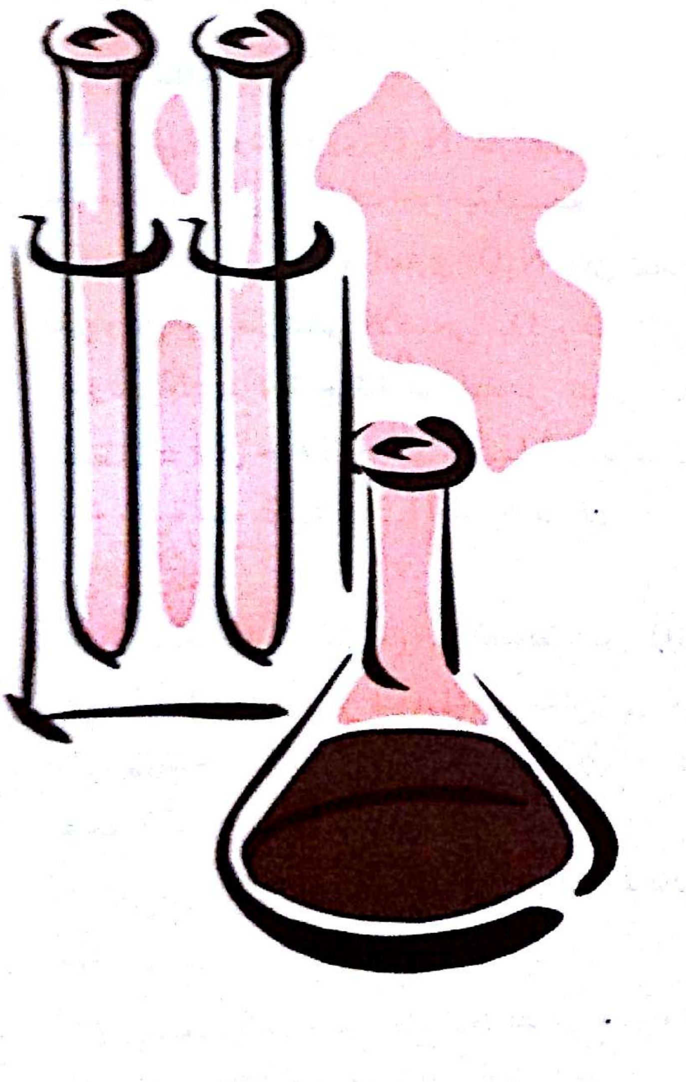
حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 50min$

$$\frac{dP(50)}{dt} = \frac{1.2.200.10^2}{3.5.20} = 342,9Pa / min$$

$$\upsilon(50) = \frac{n_0}{P_0}.\frac{dP(50)}{dt} = \frac{43,3.10^{-3}}{1000.10^2}342,9$$

$$\upsilon(50) = 1,5.10^{-4} mol / min$$

تتناقص سرعة التفاعل مع الزمن .



الوحدة 2

التناقص الإشعاعي



1- النموذج النووي:

نمثل نواة ذرة لعنصر كيميائي X بالرمز $^{A}_{Z}X$ حيث :

X : رمز العنصر الكيميائي.

Z : عدد البروتونات.

A : العدد الكتلي $A = Z + N$ و N هو عدد النوترونات:

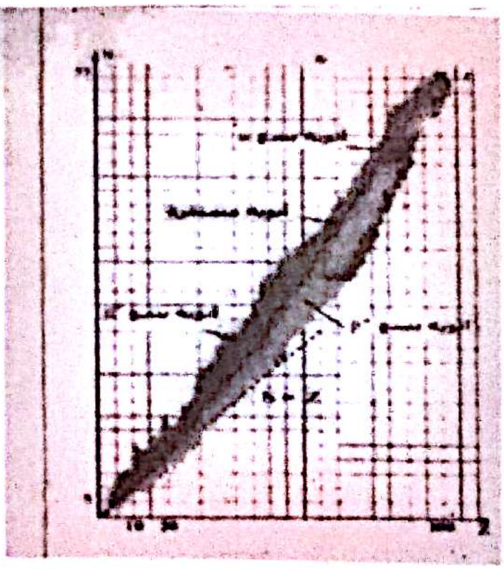
- النظائر: هي أنوية تنتمي لنفس العنصر ولها نفس الخواص الكيميائية حيث تحتوي على نفس عدد البروتونات وتختلف في عدد النوترونات.

2- النشاط الإشعاعي:

أ- تعريف: النشاط الإشعاعي هو تحول طبيعي تلقائي غير مرتقب عبر الزمن تتحول خلاله نواة غير مستقرة (مشعة) تسمى النواة الأم إلى نواة أكثر خفة تسمى النواة البنت.

ب- مخطط (N,Z) (مخطط سيقري)

- بواسطة مخطط سيقري يمكن تحديد الأنوية المستقرة والأنوية المشعة .



يسمى المجال الذي يحوي الأنوية المستقرة منطقة الاستقرار (وادي الاستقرار) يحاديه من كل جهة الأنوية غير المستقرة.

ملاحظة: بالنسبة الأنوية الخفيفة $Z < 20$ تكون مستقرة إذا كانت $N = Z$

الأنوية المتموضعة فوق وادي الاستقرار يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط β^- (قصد الاقتراب من وادي الاستقرار) حسب المعادلة: $^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e$ الناتجة عن تحول نوترون إلى بروتون. $^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}P + ^{0}_{-1}e$

الأنوية المتموضعة تحت وادي الاستقرار يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط β^+ حسب المعادلة $^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A}_{Z-1}Y + ^{0}_{+1}e$ الناتجة عن تحول بروتون إلى نوترون $^{1}_{1}P \longrightarrow ^{1}_{0}n + ^{0}_{+1}e$

الأنوية الثقيلة $(Z \geq 82)$ كلها غير مستقرة بحيث يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط α حسب المعادلة

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He$$

ملاحظة:

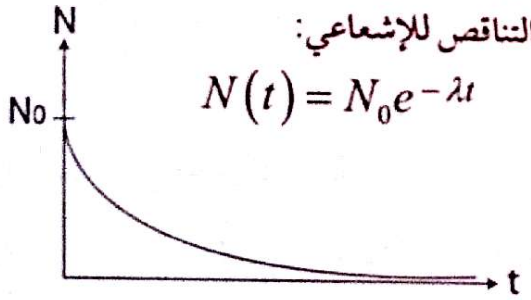
في غالب الأحيان يصاحب هذه التحولات $(\alpha, \beta^+, \beta^-)$ انبعاث إشعاعات كهرومغناطيسية γ وهذا ويلاحظ عند ما تكون النواة الأصلية في حالة مثارة حيث تتوفر على فائض في الطاقة. $^{A}_{Z}Y^* \longrightarrow ^{A}_{Z}Y + \gamma$

- تتحول النواة الأصلية المشعة إلى نواة أخرى وإذا كانت هذه الأخيرة مشعة أيضا فإنها تتحول بدورها إلى نواة أخرى وهكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة نسمي مجموع الأنوية الناتجة عن نفس النواة الأصلية الفصيلة المشعة.

3- التناقص الإشعاعي:

أ- قانون التناقص للإشعاعي:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$



حيث $N(t)$ عدد الأنوية المتبقية عند اللحظة t

حيث: N_0 عدد الأنوية الابتدائية (الكلية).

λ ثابت التفكك الإشعاعي وهو احتمال التفكك خلال الزمن وحدته s^{-1}

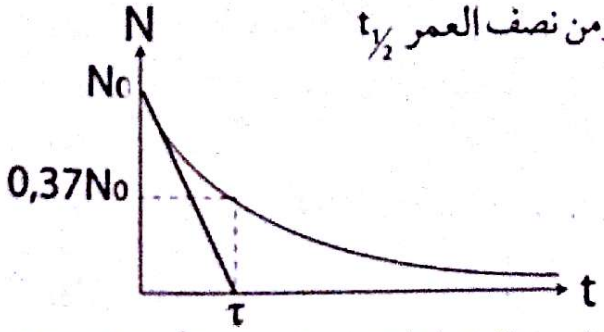
ب- ثابت الزمن τ :

هو متوسط العمر للنواة المشعة ويعطي بالعلاقة $\tau = \frac{1}{\lambda}$

ويمثل بيانيا نقطة تقاطع المماس للمنحنى $N = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة.

ملاحظة: $N(\tau) = N_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = N_0 e^{-1} = 0,37 N_0$

ج- زمن نصف العمر $t_{1/2}$



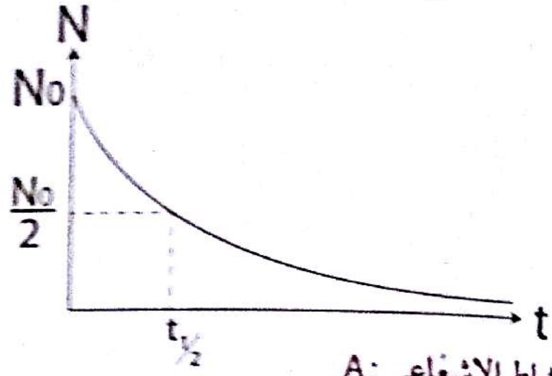
هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية N_0

ملاحظة:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} \longrightarrow 2 = e^{\frac{t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\ln 2 = \frac{t_{1/2}}{\tau} \longrightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2 = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



د- النشاط الإشعاعي A:

نعرف النشاط الإشعاعي $A(t)$ لعينة بعدد التفككات التي تنتج في الثانية الواحدة ويقدر بـ بيكريل Bq

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \lambda e^{-\lambda t}$$

بما أن : $A_0 = \lambda N_0$ إذن: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

من جهة أخرى: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ إذن : $A(t) = \lambda N(t)$

ملاحظة:

يمكن استغلال طاقة النشاط الإشعاعي في المجال الطبي كتدمير الخلايا السرطانية في الجسم، كما يستعمل النشاط الإشعاعي في مجال التأريخ كتحديد عمر الكواكب والآثار...

4- التفاعلات النووية:

علاقة أنشتاين:

- تمتلك كل مجموعة كتلتها m طاقة E تسمى طاقة الكتلة تعطي بالعبارة $E=mC^2$ حيث C سرعة الضوء في الفراغ.

- عندما تتغير كتلة المجموعة بـ Δm خلال تحول ما تتغير طاقة الكتلة لهذه المجموعة بـ $\Delta E = \Delta m C^2$

فإذا كانت $\Delta E<0$ تحرر المجموعة طاقة تمنحها للوسط الخارجي

وإذا كانت $\Delta E>0$ تكسب المجموعة طاقة من الوسط الخارجي

وحدة الكتلة الذرية:

وحدة الكتلة الذرية u.m.a ويرمز لها بالرمز u حيث 1u تمثل $\frac{1}{12}$ من كتلة ذرة الكربون ^{12}C $1u = 1{,}66 \cdot 10^{-27} kg$

وحدة الطاقة:

* الوحدة الأساسية للطاقة هي joule وهناك وحدات أخرى تستعمل في الفيزياء النووية حيث: $1eV = 1{,}6.10^{-19} j$

$$1MeV = 10^6 eV = 1{,}6 \cdot 10^{-13} j$$

$1u \longrightarrow 931{,}5 MeV$ أو $1u = 931{,}5 \frac{MeV}{C^2}$

- **طاقة الربط:** هي الطاقة اللازمة لتماسك نويات النواة أو هي الطاقة اللازمة لتفكك نويات النواة وتعطي بالعبارة:

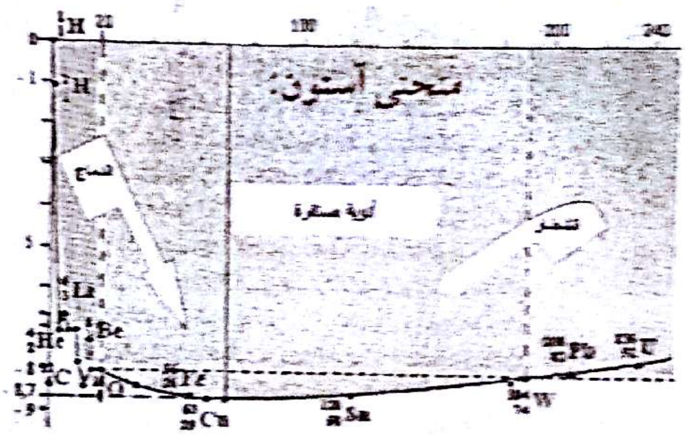
$E_\ell = \Delta m C^2$ حيث Δm هو النقص الكتلي للنواة

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m(^A_Z X)$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية:

تعطي بالعلاقة : $\varepsilon = \frac{E_\ell}{A}$ وتقدر بـ MeV/ nuc

ملاحظة: تكون النواة أكثر استقرارا كلما كانت طاقة الربط بالنسبة لنوية أكبر.



- بالنسبة للأنوية الخفيفة $(A < 20)$:تتحد فيما بينها لتعطي نواة أكثر ثقلا، تسمى هذه الظاهرة الاندماج النووي مثل:

$$^2_1H + ^3_1H \longrightarrow ^4_2He + ^1_0n$$

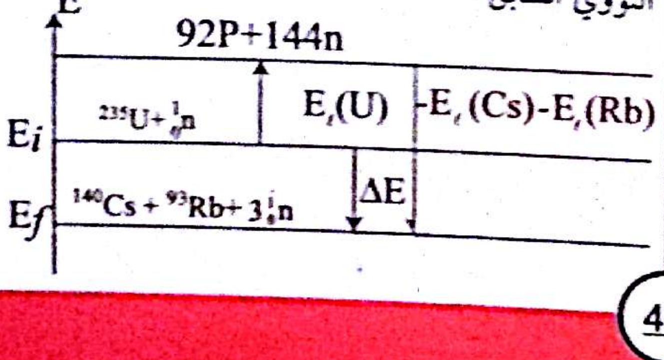
- بالنسبة للنوية الثقيلة $(A>190)$

تنشطر إلى نواتين خفيفتين بعد قذفها بنوترون تسمى هذه الظاهرة الانشطار النووي مثل:

$$^{235}_{92}U + ^1_0n \longrightarrow ^{140}_{55}Cs + ^{93}_{37}Rb + 3^1_0n$$

ملاحظة: الانشطار والاندماج النوويان تفاعلان نوويان مفتعلان.

الحصيلة الطاقوية لتفاعل نووي: تعتبر تفاعل الانشطار النووي السابق.



قسم التمارين

التمرين 01

أ- تتفكك نواة اليورانيوم $^{234}_{92}U$ لتعطي دقيقة α و نواة التوريوم Th.

1- أكتب معادلة هذا التفاعل النووي.

2-أحسب بوحدة الـ joule و الـMeV الطاقة المحررة خلال تفكك نواة واحدة من اليورانيوم 234.

3-الطاقة المحررة تحولت كلها إلى طاقة حركية إكتسبتها النواة المتولدة و الدقيقة α ، نعتبر أن الطاقة الحركية للدقيقة α تساوي 98% من الطاقة الكلية المكتسبة.

- أحسب الطاقة الحركية للدقيقة α واستنتج سرعتها.

4- جزء من الدقائق α خلال إنبعاثها طاقتها الحركية تساوي $E_C(\alpha)=13{,}00\,MeV$.

يفسر الفرق بين القيمتين بانبعاث إشعاع γ .

- أحسب طاقة الإشعاع المنبعث γ .

ب- نعتبر عينة S تحتوي عند اللحظة $t=0$ على N_0 نواة من اليورانيوم 234 و لا تضم أية نواة للتوريوم Th.

1- علما أن هذه العينة تحتوي عند اللحظة t على N نواة من اليورانيوم 234 وN' نواة من التوريوم المتكونة .

-أثبت أن $t=\frac{N'}{N}.\frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ حيث $t_{1/2}$ زمن نصف العمر للنواة $^{234}_{92}U$.

نعتبر أن $t \ll t_{1/2}$ يكون $e^{\varepsilon}=1+\varepsilon$.

2- تحتوي العينة S عند اللحظة t على 2g من اليورانيوم 234 و $50\mu g$ من التوريوم.

-أحسب عمر العينة S.

المعطيات: $m(^{234}_{92}U)=233{,}9904\,u$ ، $m(\alpha)=4{,}0015\,u$ ، $m(Th)=229{,}9737\,u$

$u=1{,}66.10^{-27}Kg$ ، $1u=931{,}5\frac{MeV}{C^2}$ ،

$C=3.10^8 m/s$ ، $N_A=6{,}023.10^{23}$

$M(U)=234 g/mol$ ، $M(Th)=230 g/mol$ ،

$t_{1/2}(U)=4{,}5.10^9 ans$

الحل:

أ-1- معادلة التفاعل النووي هي:

$$^{234}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}Th$$

حسب قوانين الإنحفاظ $234=4+A \Longrightarrow A=230$

$92=2+Z \Longrightarrow Z=90$

إذن: $^{234}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{230}_{90}Th$

2- حساب الطاقة المحررة خلال تفكك نواة واحدة يورانيوم:

$$\Delta E=\Delta m.C^2=(m(Th)+m(He)-m(U)).C^2$$

$$E=229{,}9737+4{,}0015-233{,}9904\times1{,}66\times10^{-27}\times(3.10^8)^2$$

$$=-2{,}27.10^{-12}\ joule$$

$$=-\frac{2{,}27.10^{-12}}{1{,}6.10^{-13}}=-14{,}193\ MeV$$

طريقة2: $\Delta E=(m(Th)+m(He)-m(U)).C^2$

$$=(229{,}9737+4{,}0015-233{,}9904).C^2.931{,}5\frac{MeV}{C^2}$$

$$=-14{,}1588\ MeV$$

$$\Delta E=-14{,}1588\times1{,}6\times10^{-13}=-2{,}27.10^{-12} joule$$

3- حساب الطاقة الحركية للدقيقة α:

بما أن الدقائق α إكتسبت طاقة فإن هذه الطاقة تكون موجبة

$$E_C=0{,}98.2{,}27.10^{-12}=2{,}225.10^{-12}\ joule$$

- حساب سرعة الدقائق α :

$$E_C=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Longrightarrow \upsilon=\sqrt{\frac{2E_C}{m}}$$

$$=\sqrt{\frac{2.2{,}225.10^{-12}}{4{,}0015.1{,}66.10^{-27}}}=2{,}59.10^7\ m/s$$

2-الجسيم المنبعث خلال تفكك اليود131هو الإلكترون $^{0}_{-1}e$

3- معادلة تفكك اليود هي: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e + \gamma$

حسب قوانين الإنحفاظ : $131 = A+0 \Rightarrow A = 131$

$53 = Z-1 \Rightarrow Z=54$

إذن: $^{131}_{53}I \rightarrow ^{131}_{54}Xe + ^{0}_{-1}e + \gamma$

4- حسب علاقة التناقص الإشعاعي $A=A_0e^{-\lambda t}$

$\ln A=\ln A_0+\ln e^{-\lambda t}$

$\ln A=\ln A_0-\lambda t$

$\ln A=-\lambda t +\ln A_0$

- من جهة أخرى المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $\ln A=at+b$ حيث a معامل التوجيه.

بالمطابقة مع العلاقة المستخرجة من علاقة التناقص الإشعاعي نجد: $a=-\lambda$ و $b=\ln A_0$

إذن علاقة التناقص الإشعاعي تتفق مع المنحنى المعطى.

5- حساب A_0:

حسب ما سبق:

$$b=\ln A_0=36 \Rightarrow A_0=e^{36}=4,31.10^{15}Bq$$

6- حساب λ :

حسب ما سبق: $a=-\lambda \rightarrow \lambda=-a$

حساب معامل التوجيه:

$$\tan\alpha = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = \frac{33,5-36}{30-0} = -0,083\,jours^{-1}$$

إذن: $\lambda=-a=0,083 jours^{-1}$

- حساب $t_{1/2}$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,083} = 8,32\ jours$$

7- حساب كتلة اليود المستعملة في الحقنة:

$$\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A$$

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \frac{m_0}{M}.N_A$$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{A_0 M}{\lambda N_A} = \frac{4,31.10^{15}.131}{\frac{0,083}{24.3600}.6,023.10^{23}} \simeq 1g$$

التمرين 03

يعتبر الطب أحد المجالات الرئيسية التي عرفت تطبيقات عدة للأنشطة الاشعاعية ، ويستعمل في هذا المجال عدد من العناصر المشعة لتشخيص الأمراض و معالجتها، ومن بين هذه العناصر الصوديوم $^{24}_{11}Na$ الذي يمكن من تتبع مجرى الدم في جسم الانسان.

1- نواة الصوديوم مشعة $^{24}_{11}Na$ و ينتج عن تفككها نواة المغنزيوم $^{24}_{12}Mg$

أ- أكتب معادلة تفكك نواة الصوديوم وحدد طبيعة هذا الاشعاع .

ب- أحسب ثابت النشاط الاشعاعي λ لهذه النواة علما أن $t_{1/2}=15h$.

2- فقدشخص -اثرحادثة سير- حجما من الدم ،ولتحديد حجمه نحقن الشخص المصاب عند اللحظة$t_0=0$ بحجم $V_0=5mL$ من محلول الصوديوم 24 تركيزه :

$C_0=10^{-3}mol/L$.

أ- حدد n_1 كمية مادة الصوديوم 24 التي تبقى في دم الشخص المصاب عند اللحظة $t_1=3h$.

ب- أحسب نشاط هذه العينة عند اللحظة t_1 .

جـ- عند اللحظة t_1 أعطى تحليل الحجم $V_2=2mL$ من الدم المأخوذ من جسم الشخص المصاب كمية المادة $n_2=2,1.10^{-9}mol$ من الصوديوم 24 .

-استنتج الحجم V_p للدم المفقود باعتبار أن جسم الانسان يحتوي على 5 L من الدم وأن الصوديوم موزع فيه بصفة منتظمة.

الحل:

1-أ- معادلة تفكك نواة الصوديوم هي:

$$^{24}_{11}Na \rightarrow ^{24}_{12}Mg + ^{A}_{Z}X$$

حسب قوانين الإنحفاظ : $24 = 24 + A \Rightarrow A=0$

$11 = 12 + Z \Rightarrow Z=-1$

إذن : $^{24}_{11}Na \rightarrow ^{24}_{12}Mg + ^{0}_{-1}e$

و بالتالي نمط الإشعاع هو β^-.

ب- حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{15} = 4,62.10^{-2}\ h^{-1}$$

2-أ- حساب كمية مادة الصوديوم 24 المتبقية في الدم عند اللحظة $t_1=3h$: $N=N_0e^{-\lambda t}$

$$n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n.N_A$$

بالتعويض نجد: $n.N_A=n_0.N_Ae^{-\lambda t}$

إذن: $n=n_0e^{-\lambda t}=C_0V_0.e^{-\lambda t}$

$$n=10^{-3}\times5\times10^{-3}e^{-0,0462\times3} = 4,35\times10^{-6}mol$$

ب- حساب نشاط هذه العينة عند اللحظة t_1:

$A=\lambda.N=\lambda.n.N_A$

$$= \frac{4,62.10^{-2}}{3600}.4,35.10^{-6}.6,023.10^{23}$$

$=3,36.10^{13}Bq$

جـ- حساب حجم الدم المتبقي في جسم الشخص المصاب:

$2mL \rightarrow 2,1.10^{-9}mol$

$V \rightarrow 4,35.10^{-6}mol$

إذن: $V=4143mL=4,143L$

- حساب حجم الدم المفقود:

$V_P=5-4,143=0,857L$

التمرين 04

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات و الصخور ، من بينها تقنية تعتمد على النشاط الإشعاعي ، يستعمل الكربون 14 المشع لتحديد أعمار الحفريات إذ تبقى نسبة الكربون14 ثابتة عند الكائنات الحيّة ولكن بعد وفاتها تتناقص هذه النسبة نتيجة تفككه و عدم تعويضه.

1-تفكك نواة الكربون $^{14}_{6}C$:

يتميز الكربون 14 بنشاط اشعاعي من نوع β^-.

أ- أكتب معادلة تفكك نواة الكربون $^{14}_{6}C$ محددا النواة المتولدة $^{A}_{Z}X$.

ب- أحسب بالـMeV قيمة ΔE طاقة التفاعل النووي.

2-التأريخ بالكربون:

أخذت عينة من خشب حطام سفينة تمّ العثور عليها بالقرب من أحد السواحل ، أعطى قياس النشاط الإشعاعي لهذه العينة عند لحظة t القيمة $A=21.8Bq$ وأعطى نفس القياس على قطعة خشب حديثة (لها نفس الكتلة) من نفس نوع العينة القديمة القيمة $A_0=28,7Bq$.

أ- تحقق أنّ قيمة ثابت النشاط الاشعاعي للكربون 14 هو $\lambda=3,39.10^{-7}jours^{-1}$.

ب- حدد بالوحدة jours عمر خشب السفينة .

جـ- علما أنّ القياسات تمت سنة 2000م، في أي سنة غرقت السفينة؟

المعطيات:

$m(^{0}_{-1}e) = 0.00055u$

$m(^{A}_{Z}X) = 14.0076u$ ،

$m(^{14}_{6}C) = 14.0111u$ ، $_8O$ ، $_7N$ ، $_5B$ ، $_4Be$

$t_{1/2}=5600ans$ ، $1u = 931.5\ \frac{MeV}{C^2}$

الحل:

1-أ- معادلة تفكك نواة الكربون $^{14}_{6}C$ هي: $^{14}_{6}C \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{-1}e$

حسب قوانين الإنحفاظ : $14 = A + 0 \Rightarrow A=14$

$6 = Z-1 \Rightarrow Z=7$

إذن: $^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

ب- حساب طاقة التفاعل النووي:

$$\Delta E=[m(_7N)+m(e)-m(_6C)].C^2$$

$$(14,0076+0,00055-14,0111)\times 931,5=-2,75\ MeV$$

2-أ- حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5600.365} = 3,39.10^{-7}\ jours^{-1}$$

ب- حساب عمر خشب السفينة:

$$A=A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A_0}{A} = e^{\lambda t}$$

$$\lambda t = \ln(\frac{A_0}{A})$$

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln(\frac{A_0}{A}) = \frac{1}{3,39.10^{-7}}\ln(\frac{28,7}{21,8})$$

$$= 811171,54\ jours$$

$$= 2220,87 ans$$

ج- غرقت السفينة سنة 220,87 قبل الميلاد لأن:

$$2000 - 2220,87 = -220,87\ ans$$

التمرين 05

1- أحسب طاقة الربط لنواة البلوتونيوم $^{239}_{94}Pu$ ثم استنتج طاقة الربط لكل نوية مقدرة بـ: MeV

2- أثناء تصادم نواة البلوتونيوم 239 مع نوترون نتجت نواة الكريبتون $^{94}_{36}Kr$ ونواة السيريوم $^{144}_{58}Ce$ اضافة الى نوترونات.

أ- أكتب المعادلة النووية للتفاعل .

ب-بين أن الطاقة المحررة خلال انشطار نواة من البلوتونيوم 239 يمكن حسابها من العلاقة:

$$\Delta E=E_\ell(Pu)-E_\ell(Ce)-E_\ell(Kr)$$

حيث: $E_\ell(Pu)$ ،$E_\ell(Ce)$ ،$E_\ell(Kr)$ تمثل طاقات الربط للأنوية.

ج- أحسب قيمة هذه الطاقة بـMeV و joule علما أن طاقة الربط لكل نوية هي:

$Kr=8,6MeV/n$ ،$Ce=8,2MeV/n$

د- ما هو شكل الطاقة المحررة ؟

المعطيات: $1u = 931,5\ MeV/C^2$

$m(Pu)=239,0006u$

$m_p=1,0073u \quad m_n=1,0087u$

الحل:

1- حساب طاقة الربط لنواة البلوتونيوم : $E_\ell=\Delta m.C^2$

$$= (Zm_p+Nm_n-m(Pu)).C^2$$

$$E_\ell=(94\times 1,0073+145\times 1,0087-239,0006)\times 931,5$$

$$= 1813,72\ MeV$$

- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$\xi_\ell = \frac{E_\ell}{A} = \frac{1813,72}{239} = 7,589\ Mev/nuc$$

2-أ- المعادلة النووية للتفاعل :

$$^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{36}Kr + ^{144}_{58}Ce + x\,^{1}_{0}n$$

حسب قوانين الإنحفاظ : $239+1=94+144+x \Rightarrow x=2$

إذن : $^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{36}Kr + ^{144}_{58}Ce + 2\,^{1}_{0}n$

ب- حساب الطاقة المحررة أثناء تفاعل الإنشطار:

$$\Delta E=\Delta m.C^2=[m(Kr)+m(Ce)+m_n-m(Pu)].C^2 ...(1)$$

$$E_\ell(Kr)=(36m_p+58m_n-m(Kr))C^2 \rightarrow$$

$$m(Kr)=36m_p+58m_n-\frac{E_\ell}{C^2}(Kr)$$

$$E_\ell(Ce)=(58m_p+86m_n-m(Ce))C^2 \rightarrow$$

$$m(Ce)=58m_p+86m_n-\frac{E_\ell}{C^2}(Ce)$$

$$E_\ell(Pu)=\left(94m_p+145m_n-m(Pu)\right)C^2 \rightarrow$$

$$m(Pu)=94m_p+145m_n-\frac{E_\ell}{C^2}(Pu)$$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$\Delta E= E_\ell(pu) - E_\ell(Kr) - E_\ell(Ce)$$

$$\Delta E=1813,72-(8,6\times 94)-(8,2\times 144)=-175,48\,Mev$$

$$= -175,48\times 1,6\times 10^{-13}=-2,81\times 10^{-11}j$$

الطاقة المحررة تكون على شكل طاقة حركية للجسيمات و طاقة حرارية للوسط الخارجي.

التمرين 06

ينتج التوريوم المتواجد في الصخور البحرية عن التفكك التلقائي لليورانيوم 234 خلال الزمن و لذلك يوجد التوريوم و اليورانيوم بنسب مختلفة في جميع الصخور البحرية حسب تاريخ تكونها.

عند اللحظة $t=0$ تحتوي عينة من صخرة بحرية على عدد N_0 من أنوية اليورانيوم ولا تحتوي على أنوية التوريوم .

كما أظهرت دراسة هذه العينة عند اللحظة t أن:

$$r=\frac{N(Th)}{N(U)}=0,4$$

1- أحسب بالـMeV طاقة الربط E_ℓ للنواة $^{234}_{92}U$

2- تتحول نواة اليورانيوم تلقائيا الى نواة التوريوم $^{230}_{90}Th$

- بتطبيق قوانين الانحفاظ أكتب معادلة تفكك نواة اليورانيوم.

3- أعط عبارة عدد أنوية التوريوم $N(Th)$ عند اللحظة t بدلالة : N_0،$t_{1/2}$ زمن نصف العمر لليورانيوم.

4- أوجد عبارة اللحظة t بدلالة r و $t_{1/2}$ ثم أحسبها.

المعطيات: $t_{1/2}=4,5.10^9$ ans،$m_p=1,00728\,u$

،$m_n=1,00866u$ ،$m(U)=234,0409\,u$

$1u=931,5MeV/C^2$

الحل:

1- حساب طاقة الربط: $E_\ell=(Zm_p+Nm_n-m(U)).C^2$

$$E_\ell=(92\times 1,00728+142\times 1,0086-234,0409)931,5$$

$$=1723,33\,MeV$$

2- معادلة التفكك هي: $^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{A}_{Z}X$

حسب قوانين الإنحفاظ : $234=230+A \Rightarrow A=4$

$92=90+Z \Rightarrow Z=2$

إذن: $^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

3- عبارة $N(Th)$:

$N(U)=N_0e^{-\lambda t}$

$N_0=N(Th)+N(U)$

$N(Th)=N_0-N(U)=N_0-N_0e^{-\lambda t}=N_0(1-e^{-\lambda t})$

$$N(Th)=N_0(1-e^{-\frac{\ln 2.t}{t_{1/2}}})$$

4- عبارة اللحظة t :

$$r=\frac{N(Th)}{N(U)}=\frac{N_0(1-e^{-\lambda t})}{N_0e^{-\lambda t}}=\frac{1-e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \Rightarrow r.e^{-\lambda t}=1-e^{-\lambda t}$$

$$(r+1)e^{-\lambda t}=1 \,/\, e^{\lambda t}=r+1 \,/\, \lambda t=\ln(r+1)$$

$$\frac{\ln 2.t}{t_{1/2}}=\ln(r+1) \Rightarrow t=\frac{t_{1/2}.\ln(r+1)}{\ln 2}$$

ت-ع: $t=\dfrac{4,5.10^9\ .\ln(0,4+1)}{\ln 2}=2,2.10^9\,ans$

التمرين 07

تستعمل المفاعلات النووية لإنتاج الكهرباء، حيث توظف هذه المفاعلات الطاقة الحرارية المحررة من انشطار اليورانيوم 235 لإدارة التوربينات المولدة للكهرباء.

1- عندما يقذف اليورانيوم $^{235}_{92}U$ بواسطة نوترون يمكن أن ينتج نواة السيريوم $^{146}_{58}Ce$ ونواة السيلينيوم $^{85}_{Z}Se$ و عدد a من النوترونات .

- أكتب معادلة التفاعل و استنتج قيمة a و Z.

2- أحسب النقص في الكتلة الذي يصاحب انشطاراليورانيوم.

3- أحسب بالـjoule والـMeV الطاقة المحررة من هذا التفاعل.

4- مفاعل نووي يستعمل اليورانيوم 235 ينتج استطاعة كهربائية قدرها $P=1455MW$ ، واحتراق $1kg$ من

البترول يحرر طاقة قدرها $E=45.10^6 j$ على شكل حرارة ، علما أن مردود تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة كهربائية هو 34,2%.

- استنتج كتلة البترول اللازمة لإنتاج نفس كمية الطاقة الكهربائية المنتجة في المفاعل النووي خلال سنة واحدة.

المعطيات:

$m_n=1,00866\,u$ ، $m(Se)=84,9033\,u$

$m(Ce)=145,8782\,u$ ، $m(U)=234,9935\,u$

$C=3.10^8 m/s$ ، $1u=1,66.10^{-27} kg$

$1u=931,5 MeV/C^2$ ، $m_p=1,00728\,u$

الحل:

1- معادلة التفاعل:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{146}_{58}Ce + ^{85}_{Z}Se + a\,^{1}_{0}n$$

إيجاد Z و a: $235+1=146+58+a \Rightarrow a=5$

$$92=58+Z \Rightarrow Z=34$$

إذن: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{146}_{58}Ce + ^{85}_{34}Se + 5\,^{1}_{0}n$

2- حساب النقص الكتلي:

$\Delta m = m_f - m_i$

$= m(Ce)+m(Se)+4m_n-m(U)$

$=145,8782+84,9033+4.1,00866-234,9935$

$= -0,17736\,U$

3- حساب الطاقة المحررة من التفاعل بـ MeV:

$\Delta E=|\Delta m|.C^2=0,17736.931,5=165,21 MeV$

إيجاد الطاقة المحررة بـ joule:

$1 MeV \longrightarrow 1,6.10^{-13} joule$

$165,21 MeV \longrightarrow \Delta E=2,64.10^{-11} joule$

4- حساب الطاقة الكهربائية المنتجة خلال سنة:

$$P=\frac{E}{t} \Rightarrow E=P.t$$

$E=1455.10^6.365.24.3600=4,59.10^{16} joule$

حساب الطاقة الكهربائية الناتجة من 1kg من البترول:

$45.10^6 joule \longrightarrow 100\%$

$E' \longrightarrow 34,2\%$

$E'=15,39.10^6 joule$

- حساب كتلة البترول اللازمة:

$1Kg \rightarrow 15,39.10^6 joule$

$m \rightarrow 4,59.10^{16} joule$

$m=2,98.10^9 kg$

التمرين 08

المعطيات:

$m(He)=4,0015\,u$	$N_A=6,02.10^{23}$
$m(Rn)=221,9704\,u$	$M(Ra)=226 g/mol$
$m(Ra)=225,9771\,u$	$t_{1/2}(^{238}U)=4,47.10^9 ans$
$1u=931,5 MeV/C^2$	

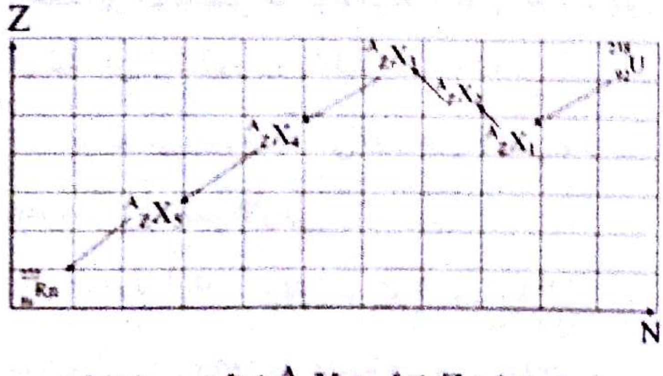
عمر الأرض $= 4,5.10^9 ans$

1- ان الراديوم 226 (^{226}Ra) هو آخر عنصر مشع في عائلة اليورانيوم238.

أ- ما المقصود بالعبارتين التاليتين : " عنصر مشع " و" عائلة اليورانيوم238"

ب-كيف تفسر وجود اليورانيوم ^{238}U حتى الآن على الأرض.

جـ- يعطى المخطط(Z , N) التالي:



- حدد قيمة A و Z للأنوية $^A_Z X$ الناتجة عن التفككات المتتالية لليورانيوم 238 والتي توصل الى الرادون222 ، مع ذكر نوع الإشعاع التي تصدره النواة الأم في كل حالة.

2- ان نصف عمر الراديوم 226 هو $t_{1/2}=1600ans$.

أ- أكتب معادلة تفكك الراديوم226 .

ب- عرف ثابت التفكك λ ثم أحسب قيمته مقدرة بـ ans^{-1} ثم بـ s^{-1}

3- أ- أعط تعريف النشاط الإشعاعي A و حدد وحدته في الجملة الدولية.

ب- نعتبر عينة من الراديوم226 كتلتها m و نشاطها A .

- أكتب العبارة الحرفية التي تعطي m بدلالة: $A،\lambda،N_A،M$ الكتلة المولية للراديوم.

جـ- أحسب قيمة m علما أن النشاط هو $3,7.10^{10}$ Bq

4- أ- أحسب النقص الكتلي Δm الموافق لهذا التفاعل .

ب- أحسب بالـMeV الطاقة المحررة خلال هذا التفاعل مستعينا بمخطط الطاقة.

جـ- أحسب الطاقة المحررة خلال ساعة من عينة كتلتها 1g من الراديوم226 .

الحل:

1-أ-العنصر المشع هو كل عنصر غير مستقر يصدر تلقائيا جسيمات α ، β^- ، β^+ و أمواج كهرومغناطيسية γ.

- عائلة اليورانيوم 238 : تتحول نواة اليورانيوم 238 إلى نواة بنت غير مستقرة التي بدورها تتحول إلى نواة أخرى و هكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة تسمى مجموع النوى الناتجة عن نواة اليورانيوم 238 فصيلة مشعة.

ب- يوجد اليورانيوم ^{238}U حتى الآن على الأرض لأن نصف عمره من رتبة عمر الأرض.

جـ- التحول 1: α

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{Z}X_1 + {}^{4}_{2}He$$

$$238 = A+4 \Rightarrow A = 234$$

$$92 = Z+2 \Rightarrow Z=90$$

إذن : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

التحول 2: β

$$^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{A}_{Z}X_2 + {}^{0}_{-1}e$$

$$234=A+0 \Rightarrow A=234$$

$$90=Z-1 \Rightarrow Z=91$$

إذن : $^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$

التحول 3: β

$$^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{A}_{Z}X_3 + {}^{0}_{-1}e$$

$$234 = A+0 \Rightarrow A = 234$$

$$91=Z-1 \Rightarrow Z=92$$

إذن : $^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e$

التحول 4: α

$$^{234}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{Z}X_4 + {}^{4}_{2}He$$

$$234=A+4 \Rightarrow A=230$$

$$92=Z+2 \Rightarrow Z=90$$

إذن : $^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

التحول 5: α

$$^{230}_{90}Th \rightarrow {}^{A}_{Z}X_5 + {}^{4}_{2}He$$

$$230 = A+4 \Rightarrow A = 266$$

$$90 = Z+2 \Rightarrow Z = 88$$

إذن : $^{230}_{90}Th \rightarrow {}^{226}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He$

2-أ- كتابة معادلة تفكك الراديوم:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

ب- ثابت التفكك λ هو إحتمال التفكك خلال الزمن.

حساب λ: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{1600} = 4,33.10^{-4} ans^{-1}$

$$= \frac{4,33.10^{-4}}{365.24.3600} = 1,37.10^{-11} s^{-1}$$

3-أ- النشاط الإشعاعي هو عدد التفككات في الثانية الواحدة وحدته Bq.

ب- إيجاد عبارة m: $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{N}{N_A} \Rightarrow m = M\dfrac{N}{N_A}$

من جهة أخرى: $A=\lambda N \Rightarrow N=\frac{A}{\lambda}$

نجد: $m=\frac{AM}{\lambda N_A}$

جـ- ت ع: $m=\frac{3,7.10^{10}.226}{1,37.10^{-11}.6,02.10^{23}} \simeq 1g$

4-أ- حساب Δm:

$\Delta m = m_f - m_i$

$= m(Rn)+m(He)-m(Ra)$

$=221,9704+4,0015-225,9771$

$= -0,0052\ U$

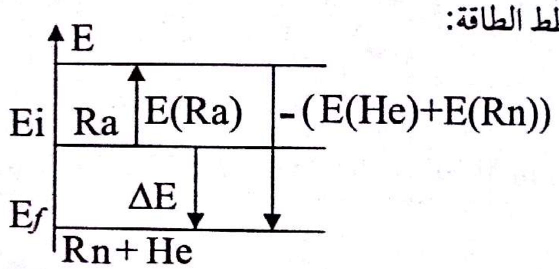
ب- حساب ΔE:

$\Delta E=\Delta m.C^2$

$=-0,0052.931,5$

$=-4,8438MeV$

مخطط الطاقة:



جـ- حساب الطاقة المحررة خلال ساعة:

بما أن t مهمل أمام $t_{1/2}$ فإن النشاط يبقى ثابتا.

حساب عدد التفككات في 1h=3600s

$x=3,7.10^{10}.3600=1,33.10^{14}$

$E_{lib}=x|\Delta E|=1,33.10^{14}.4,8438=6,44.10^{14}MeV$

التمرين 09

أثناء عملية ترميم بالثانوية عثر العمال على قطعة خشبية تحت البناء، فاستغلها تلاميذ القسم النهائي لمعرفة عمر الثانوية

1-الكربون $^{14}_{6}C$ نظير إشعاعي لعنصر الكربون ينتج عنه الإشعاع β^-.

- أكتب معادلة التحول النووي .

2- إن نسبة الكربون في الكائنات الحية ثابتة $a_0=\frac{N_0(^{14}C)}{N_0(^{12}C)}=10^{-12}$ و تتناقص في جسم ميت بسبب تفكك ^{14}C، و أن نصف عمر الكربون هو $t_{1/2}=5600ans$.

نسمي $a(t)$ نسبة $\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}$ في اللحظة t.

بطريقة معينة قمنا بقياس النسبة $\frac{a(t)}{a_0}$ في لحظات معينة فتحصلنا على الجدول التالي:

t(ans)	0	2800	5600	8400	11200	14000	16800
$\frac{a(t)}{a_0}$		0,71		0,35		0,18	

أ-أثبت أن $\frac{a(t)}{a_0}=e^{-\lambda t}$

ب-أكمل الجدول.

جـ- أرسم البيان $\frac{a(t)}{a_0}=f(t)$.

د- لاحظ التلاميذ أن نسبة $\frac{a(t)}{a_0}$ هي 0,99، ما هو عمر الثانوية ؟

- تأكد من ذلك حسابيا.

يعطى:

$_4Be$	$_5B$	$_6C$	$_7N$	$_8O$

الحل:

1- معادلة التفاعل النووي: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حسب قوانين الإنحفاظ : $14=A+0 \Rightarrow A=14$

$6=Z-1 \Rightarrow Z=7$

إذن : $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

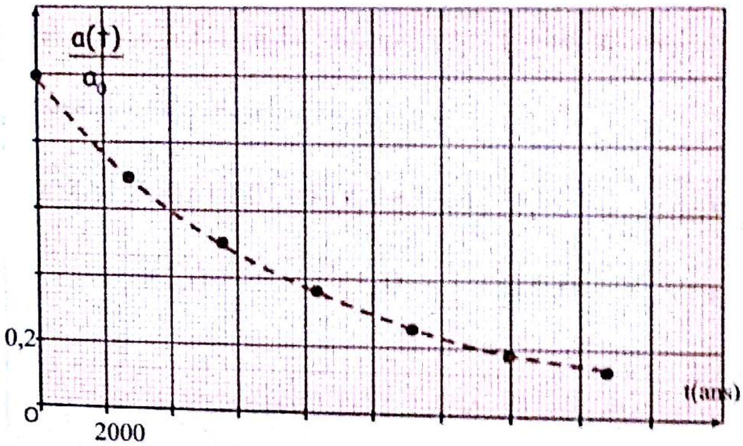
2-أ- إثبات أن $\frac{a(t)}{a_0}=e^{-\lambda t}$

$$a(t)=\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}=\frac{N_0(^{14}C).e^{-\lambda t}}{N_0(^{12}C)}=a_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{a(t)}{a_0}=e^{-\lambda t}$$

ب- إكمال الجدول:

t(ans)	0	2800	5600	8400	11200	14000	16800
$\frac{a(t)}{a_0}$	1,000	0,710	0,500	0,350	0,250	0,180	0,125

جـ- تمثيل المنحنى: $\frac{a(t)}{a_0} = f(t)$



- عمر الثانوية بيانيا:

بعد الإسقاط نجد: $t = 0,05.2000 = 100ans$

عمر الثانوية حسابيا:

$$\frac{a(t)}{a_0} = 0,99 = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{a_0}{a} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{0,99}\right) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} . t$$

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{1}{0,99}\right)$$

$$= \frac{5600}{\ln 2} \ln\left(\frac{1}{0,99}\right) = 81,2ans$$

و هي مقاربة للقيمة السابقة.

التمرين 10

يحتوي الهواء على نسبة مهمة من الرادون 222،نحصل على هذا الغاز الطبيعي المشع من اليورانيوم والراديوم تكتب إحدى التحولات التي تمكننا من الحصول على الرادون Rn على الشكل: $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$

1-أعط المعنى الفيزيائي للتحول النووي،ثمّ حدّد طبيعته في التحول أعلاه.

2-أحسب النقص الكتلي لنواة الراديوم $^{226}_{88}Ra$.

3-النقص الكتلي للنواة $^{A}_{Z}X$ هو: $\Delta m=3,04.10^{-27}kg$

أ-بتطبيق قانون صودي تعرف على النواة $^{A}_{Z}X$

ب- أحسب بوحدة الـ MeV طاقة الربط للنواة $^{A}_{Z}X$ و استنتج طاقة الربط لكل نوية.

4-أحسب الطاقة المحررة من التفاعل النووي السابق.

5- حدّد زمن تحوّل 75% من أنوية الراديوم 226 إلى النواة $^{A}_{Z}X$.

6-ما هو نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها $m_0=2g$ عند اللحظة t=0.

يعطى: $N_A=6,023.10^{23}$ ،$C=3.10^8m/s$

$1u=1,66054.10^{-27} kg = 931,5MeV/C^2$

زمن نصف العمر للراديوم ، $1ans=365j$

$t_{1/2}=1620ans$

النواة أو الجسيم	الرادون	الراديوم	الهليوم	النوترون	البروتون	الالكترون
$^{A}_{Z}X$	$^{222}_{86}Rn$	$^{226}_{88}Ra$	$^{4}_{2}He$	$^{1}_{0}n$	$^{1}_{1}p$	$^{0}_{-1}e$
m(U)	221,970	225,977	4,001	1,009	1,007	$5,49.10^{-4}$

الحل:

1- التحوّل النووي هو تحوّل تلقائي و غير مرتقب عبر الزمن يحدث خلاله إنبعاث جسيمات α، β^-، β^+ أو أمواج كهرومغناطيسية γ من نواة مشعة لتصبح نواة مستقرة.

- في التفاعل النووي السابق تنبعث جسيمات $^{4}_{2}He$ إذن هو من نمط α.

2- حساب النقص الكتلي لنواة الراديوم Δm :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m(^{226}_{88}Ra)$$

$$= 88.1,007 + 138.1,009 - 225,977$$

$$= 1,881 u$$

3-أ-حسب قانون صودي: $226 = A+4 \Rightarrow A=222$

$88 = Z+2 \Rightarrow Z=86$

إذن النواة $^{A}_{Z}X$ هي $^{222}_{86}Rn$.

ب- حساب طاقة الربط :

$$E\ell = \Delta m.C^2 = \frac{3,04.10^{-27}}{1,66054.10^{-27}}.931,5$$

$$= 1705,325MeV$$

- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$\xi = \frac{E\ell}{A} = \frac{1705,325}{222} = 7,68MeV / nuc$$

4- حساب الطاقة المحررة من التفاعل النووي:

$$\Delta E=[m(He)+m(Rn)-m(Ra)].C^2$$

$$=(4,001+221,970-225,977).931,5$$

$$= - 5,589 MeV$$

5- حساب زمن تحول 75% من أنوية الراديوم:

وبالتالي يتبقى 25% من الأنوية دون تحول.

$$N=N_0e^{-\lambda t}$$

$$0,25N_0 =N_0e^{-\lambda t}$$

$$\ln 0,25 = -\lambda t = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln 0,25 = -\frac{1620}{\ln 2}\ln 0,25 = 3240ans$$

6- حساب نشاط عينة من الراديوم:

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda\frac{m_0}{M}N_A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.\frac{m_0}{M}N_A$$

$$= \frac{\ln 2}{1620.365.24.3600}.\frac{2}{226}.6,023.10^{23}$$

$$= 7,23.10^{10}Bq$$

التمرين 11

1- يستعمل الكوبالت المشع في الطب النووي لمعالجة أمراض السرطان، يفسر النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت $^{60}_{27}Co$ بتحول نوترون إلى بروتون.

أ- حدد معللا جوابك، نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت.

ب- أكتب معادلة هذا النشاط الإشعاعي و تعرف على النواة المتولدة من بين النواتين التاليتين: $_{28}Ni$ و $_{26}Fe$.

2- بيّن أن قانون التناقص الإشعاعي للكوبالت يكتب:

$$m(t)=m_0e^{-\lambda t}$$

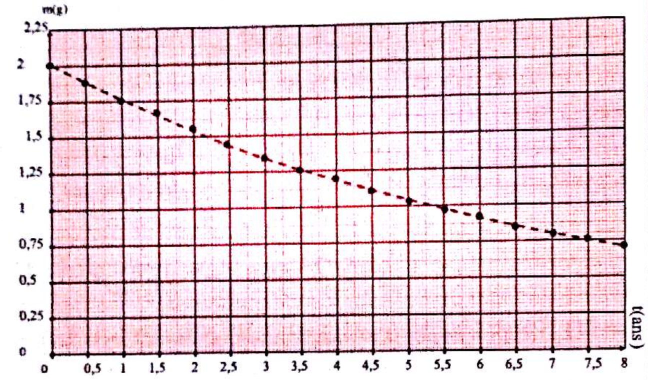
حيث $m(t)$ كتلة الكوبالت المتبقية في اللحظة t.

3- عرّف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ثم بيّن أنه عند اللحظة:

$$t = n.t_{1/2}$$

(حيث n عدد صحيح) تحقق الكتلة المتبقية من الكوبالت عند اللحظة t العلاقة التالية: $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

4- يمثل الشكل التالي منحنى التناقص الإشعاعي للكوبالت بدلالة الزمن : $m=f(t)$.



أ- حدد بيانيا $t_{1/2}$ زمن نصف عمر الكوبالت 60 واستنتج كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة t=10,5ans .

ب- برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة عند نقطة توافق $t = \tau$.

جـ- بين أنه عند اللحظة $t = \tau$ لدينا $m = \frac{m_0}{e}$.

د- أوجد عبارة النشاط الإبتدائي A_0 بدلالة: ثابت الزمن τ، m_0، M، N_A (عدد آفوقادرو).

- استنتج قيمة النشاط الإشعاعي A عند اللحظة $t= \tau$.

يعطى: $N_A=6,02.10^{23}$

الحل:

1- أ- تحديد نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت:

نمط التحويل هو β^- لإنبعاث جسيمات $^1_0n \rightarrow ^1_1P + ^0_{-1}e$ الإلكترونات أثناء تحول النوترون إلى بروتون.

ب- معادلة التفاعل النووي هي: $^{60}_{27}Co \rightarrow ^A_ZX + ^0_{-1}e$

حسب قوانين الإنحفاظ : $60 = A+0 \Rightarrow A=60$

$27 = Z-1 \Rightarrow Z=28$

إذن: ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$

2- حسب قانون التناقص الإشعاعي للأنوية : $N=N_0e^{-\lambda t}$

و لدينا من جهة ثانية: $N=\frac{m}{M}.N_A$ إذن: $\frac{m}{M}.N_A=\frac{m_0}{M}.N_Ae^{-\lambda t}$

و منه: $m=m_0.e^{-\lambda t}$

3- زمن نصف العمر هو المدة اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الإبتدائية N_0

-إيجاد العلاقة: $m = \frac{m_0}{2^n}$

$$m = m_0e^{-\lambda t} = m_0e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.nt_{1/2}}$$

$$= m_0e^{-n\ln 2} = \frac{m_0}{e^{n\ln 2}} = \frac{m_0}{e^{\ln 2^n}} = \frac{m_0}{2^n}$$

4-أ- من البيان نجد $t_{1/2}=5,25ans$

- إستنتاج كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t=10,5ans$

نلاحظ أن $t = 2t_{1/2}$ و حسب العلاقة السابقة :

$$m=\frac{m_0}{2^2}=\frac{2}{4}=0,5g$$

ب - معادلة المماس من الشكل: $m = at + b$ حيث:

$$a = \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}(m_0e^{-\lambda t}) = -\lambda m_0e^{-\lambda t}$$

عند اللحظة $t = 0$ يكون $a=-\lambda m_0$ من جهة أخرى: $b=m_0$

فتصبح معادلة المماس عند المبدأ من الشكل: $m=-\lambda m_0t+m_0$

نعوض $\lambda = \frac{1}{\tau}$ نجد: $m = -\frac{1}{\tau}m_0t + m_0$

عندما يقطع المماس محور الأزمنة تكون $m = 0$ و بالتالي:

$$-\frac{1}{\tau}m_0t + m_0 = 0 \Rightarrow t = \tau$$

جـ- عند اللحظة $t=\tau$ يكون:

$$m=m_0e^{-t/\tau}=m_0e^{-\tau/\tau}=m_0e^{-1}=\frac{m_0}{e}$$

د - إيجاد عبارة النشاط الإبتدائي A_0:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{N_0}{\tau} = \frac{m_0}{M}N_A\frac{1}{\tau} = \frac{m_0.N_A}{M.\tau}$$

- حساب النشاط عند اللحظة $t=\tau$: حسب ما سبق

$$A=\frac{m.N_A}{M.\tau}=\frac{m_0}{e}.\frac{N_A}{M.\tau}=\frac{m_0}{e}.\frac{N_A}{M.\frac{t_{1/2}}{\ln 2}}=\frac{m_0.N_A.\ln 2}{e.M.t_{1/2}}$$

$$=\frac{2.6,02.10^{23}.\ln 2}{2,72.60.5,25.365.24.3600}=3,089.10^{13}Bq$$

التمرين 12

يستعمل خليط من اليورانيوم ${}^{235}_{92}U$ و اليورانيوم الخصب ${}^{238}_{92}U$ كوقود لمفاعل غواصة نووية.

I-تنتج الطاقة المستهلكة من طرف الغواصة من إنشطار اليورانيوم ${}^{235}_{92}U$ إثر تصادمها بنوترونات و ذلك حسب معادلة التفاعل النووي التالي:

$${}^{235}_{92}U+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{Z}Sr+{}^{139}_{54}Xe+y{}^{1}_{0}n$$

1-أوجد Z و y في المعادلة النووية السابقة.

2-أحسب الطاقة المحررة بالـ :MeV من هذا التفاعل.

3-مثل الحصيلة الطاقية بإستعمال مخطط الطاقة.

4-أوجد المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة $m=1g$ من اليورانيوم ${}^{235}_{92}U$ من طرف المفاعل النووي للغواصة علما أن إستطاعته $15 MW$.

II-يمكن للنوترونات المنبعثة عن إنشطار اليورانيوم ${}^{235}_{92}U$ و التي لم تخفف سرعتها أن تحول اليورانيوم الخصب ${}^{238}_{92}U$ إلى يورانيوم ${}^{239}_{92}U$ (المشع كذلك) حسب المعادلة التالية:

$${}^{238}_{92}U+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}U$$

بعد دراسة النشاط الإشعاعي لليورانيوم 239، نجد أن قيمته تصبح $\frac{1}{8}$ من قيمته الإبتدائية بعد مرور 69 min عن بداية تفككه.

-أحسب نصف عمر اليورانيوم 239.

المعطيات: $1u=931,5MeV/C^2$، $N_A=6,02.10^{23}$، $1MeV=1,6.10^{-13}j$

النواة أو الجسيم	${}^{94}_{Z}Sr$	${}^{139}_{54}Xe$	${}^{239}_{92}U$	${}^{235}_{92}U$	${}^{1}_{0}n$
m(u)	93,89451	138,88917	239,1344	234,99345	1,00866

الحل:

I-1- إيجاد قيم Z و y في المعادلة النووية:

حسب قوانين الإنحفاظ: $235+1= 94+139 + y \Rightarrow y= 3$

$92 = Z+54 \Rightarrow Z=38$

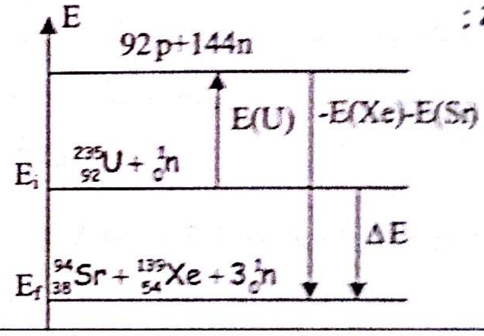
إذن: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{139}_{54}Xe + 3\,^{1}_{0}n$

2- حساب الطاقة المحررة بالـ MeV:

$\Delta E=(m_f-m_i).C^2=[m(Xe)+m(Sr)+2m_n-m(U)].C^2$

$(138,88917 + 93,89451 + 2 \times 1,00866 - 234,99345) \times C^2\,(931,5/C^2) = -179,27MeV$

3- مخطط الطاقة :



4- حساب المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة m=1g من اليورانيوم 235:

- حساب عدد الأنوية:

$N=\frac{m}{M}.N_A=\frac{1}{235}.6,02.10^{23}=2,562.10^{21}noy$

- حساب الطاقة المحررة من 1g من اليورانيوم :

$1noy \rightarrow -179,27MeV$

$2,562.10^{21}\,noy \rightarrow E$

$E=-4,593.10^{23}MeV=-4,593.10^{23}.1,6.10^{-13}$

$=-7,349.10^{10}j$

و بالتالي الطاقة المسترجعة هي: $7,349.10^{10}\,j$

- حساب المدة الزمنية:

$P=\frac{E}{t} \rightarrow t=\frac{E}{P}=\frac{7,349.10^{10}}{15.10^{6}}=4899,3s$

II- حساب زمن نصف العمر: $A=A_0e^{-\lambda t}$

$\frac{A_0}{8}=A_0e^{-\lambda t} \Rightarrow 8=e^{\lambda t}=e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t}$

$\ln 8=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t \Rightarrow t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\ln 8}.t=\frac{\ln 2}{\ln 8}.69=23min$

التمرين 13

نواة التوريوم $^{227}_{90}Th$ نظير مشع لعنصر التوريوم ، خلال تفككها تبعث الإشعاع α.

1- ما المقصود بنواة مشعة ؟

2- ما هو تركيب نواة التوريوم ؟

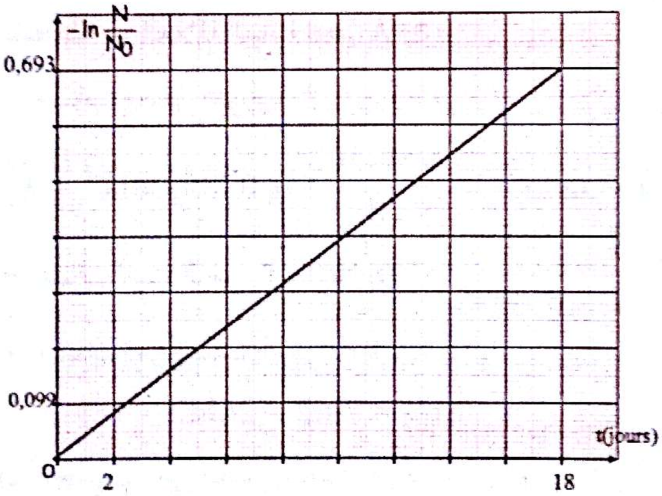
3- أكتب معادلة تفكك هذه النواة ثمّ تعرف على النواة المتولدة من خلال الجدول التالي:

$_{85}At$	$_{86}Rn$	$_{87}Fr$	$_{88}Ra$	$_{89}Ac$

4- أحسب عدد الأنوية المشعة الإبتدائية N_0 الموجودة في عينة من التوريوم كتلتها $m_0=10^{-3}mg$

يعطى: $m_p=m_n=1,67.10^{-27}\,kg$

5- يمثل البيان التالي تغيرات $-\ln\frac{N}{N_0}$ بدلالة الزمن t



إعتمادا على البيان و علاقة التناقص الإشعاعي :

أ- أحسب ثابت الزمن τ واستنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

ب- بعد كم من الزمن تصبح كتلة التوريوم عشر الكتلة الإبتدائية m_0.

الحل:

1- النواة المشعة هي نواة غير مستقرة تصدر تلقائيا إشعاعات: α ، β^- ، β^+ أو γ.

2- تركيب نواة التوريوم:

N	Z	A	النواة
137	90	227	$^{227}_{90}Th$

3- معادلة التفاعل النووي هي: $^{227}_{90}Th \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{4}_{2}He$

حسب قوانين الإنحفاظ : $227 = A+4 \Rightarrow A=223$

$90 = Z+2 \Rightarrow Z=88$

إذن: $^{227}_{90}Th \rightarrow {}^{223}_{88}Ra + {}^{4}_{2}He$

4- حساب عدد الأنوية الإبتدائية المشعة:

- حساب كتلة نواة واحدة: $m'=Am_p=227.1,67.10^{-27}$

$$=3,7909.10^{-25}kg=3,7909.10^{-22}g$$

$$N_0=\frac{m_0}{m'}=\frac{10^{-3}.10^{-3}}{3,7909.10^{-22}}=2,64.10^{15}noy$$

5-أ- المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $-\ln\frac{N}{N_0}=at$ حيث a معامل التوجيه.

- علاقة التناقص الإشعاعي هي: $N=N_0e^{-\lambda t}$

$$\frac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}\Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=-\lambda t$$

و بالتالي: $-\ln\frac{N}{N_0}=\lambda t$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $a=\lambda$

- حساب معامل التوجيه:

$$a=\tan\alpha=\frac{0,693-0}{18-0}=0,0385jours^{-1}=\lambda$$

- حساب ثابت الزمن τ: $\tau=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0,0385}\simeq 26jours$

- حساب زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

$$t_{1/2}=\tau\ln2=26\ln2\simeq 18jours$$

ب- حساب زمن تناقص الكتلة الإبتدائية إلى العشر:

- نعلم أن: $N=\frac{m}{M}N_A$ و $N=N_0e^{-\lambda t}$

إذن: $\frac{m_0}{M}N_Ae^{-\lambda t}=\frac{m}{M}N_A$ و بالتالي: $m=m_0e^{-\lambda t}$

$$\frac{m_0}{10}=m_0e^{-\lambda t}\Rightarrow 10=e^{\lambda t}$$

$$\lambda t=\ln10\Rightarrow t=\frac{\ln10}{\lambda}=\frac{\ln10}{0,0385}=59,81jours$$

التمرين 14

استخرجت شظايا عظام من موقع تاريخي و بغرض تقدير عمرها نقيس نشاط الكربون 14 الموجود في تلك البقايا. أعطى قياس النشاط الإشعاعي لكتلة من العظام القديمة المستخرجة 110 تفككا في الساعة بينما أعطى قياس النشاط الإشعاعي لنفس الكتلة من عينة جديدة المقدار 13,6 تفككا في الدقيقة.

1- علما أن أنوية الكربون $^{14}_{6}C$ تتحول إلى أنوية الآزوت $^{14}_{7}N$.

أ- هل النواتين $^{14}_{6}C$ و $^{14}_{7}N$ نظيرتين ؟ علل.

ب - أكتب المعادلة النووية المنمذجة للتفاعل النووي السابق، علما أن نواة الآزوت الناتجة تكون في حالة مستقرة.

جـ- ما طبيعة الجسيم المنبعث من التفاعل النووي و مانوع الإشعاع ؟

د- ماذا يحدث لو نتجت نواة في حالة مثارة ؟

2-أ-أعط تعريف زمن نصف العمر لنواة مشعة.

ب-أكتب عبارة النشاط الإشعاعي A بدلالة: A_0، t، τ.

جـ-أكمل الجدول التالي ثم أنشئ المنحنى $A=f(t)$

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
A(Bq)						

د- استنتج بيانيا عمر العينة.

هـ- بيّن أن عمر العينة بالسنوات يعطى بالعلاقة:

$$t=8036\ln\frac{A_0}{A}$$

ثم أحسبه و قارنه مع القيمة المستخرجة من البيان.

يعطى: زمن نصف العمر للكربون 14 هو: $t_{1/2}=5570ans$

الحل:

1-أ- النواتان $^{14}_{6}C$ و $^{14}_{7}N$ ليستا نظيرتين لأنهما لا ينتميان إلى نفس العنصر، كما أنهما تختلفان في العدد الذري Z.

ب- المعادلة النووية هي: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$.

جـ-الجسيم المنبعث هو الإلكترون $^{0}_{-1}e$ و نوع الإشعاع هو β^-.

د- لونتجت نواة في حالة مثارة فإنها تصدر تلقائيا إشعاعات كهرومغناطيسية γ.

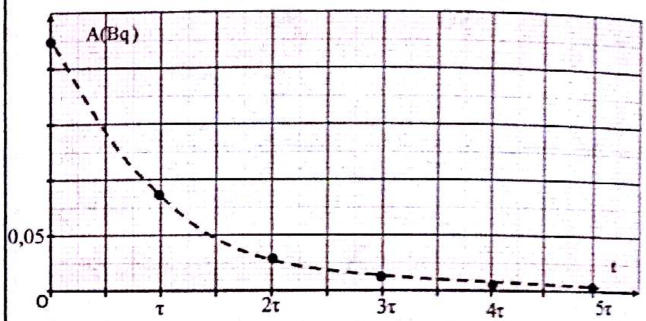
2-أ- زمن نصف العمر لنواة مشعة هو المدة اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الإبتدائية .

ب- عبارة النشاط الإشعاعي A هي: $A = A_0 e^{\frac{t}{\tau}}$

جـ- إكمال الجدول: $A_0 = \frac{13,6}{60} = 0,227Bq$

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
A(Bq)	0,227	0,084	0,031	0,011	0,004	0,002

تمثيل المنحنى : A=f(t)



د- عمر العينة: $A = \frac{110}{3600} = 0,031Bq$

بعد الإسقاط نجد:

$$t = 2\tau = 2\frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 2\frac{5570}{\ln 2} = 16071,6ans$$

هـ- إيجاد علاقة عمر العينة : $A=A_0e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{A} = e^{\lambda t}$

$$\ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \lambda t = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{5570}{\ln 2}\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$$

$$\simeq 8036\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$$

ت-ع: $t = 8036\ln\left(\frac{0,227}{0,031}\right) = 15999,4ans$

وهي مقاربة للقيمة المستخرجة من البيان.

التمرين 15

أرادت مجموعتين من التلاميذ دراسة مدة إشتغال غواصة نووية يستهلك مفاعلها إستطاعة قدرها 25 MW وذلك بفضل تحويله لكتلة m=897g من اليورانيوم235 حيث يحدث فيه التفاعل النووي المنمذج بالمعادلة التالية:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{95}_{40}Zr + {}^{138}_{52}Te + 3{}^{1}_{0}n + \gamma....(1)$$

نلخص نتائج كل مجموعة في الجدول التالي:

	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
الطاقة المحررة الكلية $\Delta E_T(MeV)$	$10,615.10^{25}$	$40,557.10^{25}$
مدة اشتغال الغواصة t(jours)	2	30

1-إن نظير الزركونيوم ${}^{95}_{40}Zr$ مشع للإشعاع β^-.

أ- ماذا يمثل العددين 95 و 40 ؟

ب- ما المقصود بكلمة مشع؟

جـ- أكتب معادلة تفكك هذه النواة.

2-إحدى المجموعتين وصلت إلى نتيجة صحيحة، لمعرفة هذه المجموعة عليك الإجابة على هذه الأسئلة:

أ- ما نوع التفاعل (1) ؟

ب- أحسب الطاقة المحررة بوحدة الـMeV إثر تحول نواة واحدة من اليورانيوم.

جـ- أحسب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T بالـMeV .

د- على أي شكل تظهر هذه الطاقة؟

هـ- أحسب المدة الزمنية لإشتغال هذه الغواصة t.

و-استنتج أي المجموعتين وصلت إلى النتائج الصحيحة.

يعطى:

$m({}^{235}_{92}U) = 234,99333u$

$m({}^{95}_{40}Zr) = 94,88604u$

$m({}^{95}_{41}Nb) = 94,88429u$

$m_n = 1,00866u$

$1MeV = 1,6.10^{-13}j$

$m({}^{138}_{52}Te) = 137,90067u$

الحل:

1-أ- العدد 95 يمثل العدد الكتلي A أي A=95

العدد 40 يمثل العدد الشحني Z أي Z=40

ب- نظير مشع أي غير مستقر يصدر تلقائيا إشعاعات :

α ، β^- ، β^+ أو إصدار γ.

جـ- معادلة تفكك نواة الزركونيوم هي: ${}^{95}_{40}Zr \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حسب قوانين الإنحفاظ : $95 = A+0 \Rightarrow A = 95$

$40 = Z-1 \Rightarrow Z=41$

إذن النواة البنت هي: ${}^{95}_{41}Nb$ و عليه تصبح المعادلة النووية

هي: ${}^{95}_{40}Zr \rightarrow {}^{95}_{41}Nb + {}^{0}_{-1}e$

2-أ- التفاعل (1) هو تفاعل إنشطار.

ب- حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة :

$\Delta E = \Delta m.C^2 = [m(Zr)+m(Te)+2m_n-m(U)].C^2$

$= (94,88604+137,90067+2.1,00866-234,99333).931,5$

$= -176,33295 MeV$

جـ- حساب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T :

- حساب عدد أنوية اليورانيوم:

$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{897}{235}.6,023.10^{23} = 2,3.10^{24}$ noy

$\Delta E_T = |\Delta E|.N = 176,33295.2,3.10^{24}$

$= 4,0557.10^{26}$ MeV

د- تظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية للجسيمات المنبعثة من تفاعل الإنشطار وطاقة حرارية للوسط الخارجي.

هـ- حساب مدة إشتغال الغواصة:

$\Delta E_T = 4,0557.10^{26}.1,6.10^{-13} = 6,48912.10^{13} j$

$P = \frac{\Delta E_T}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta E_T}{P} = \frac{6,48912.10^{13}}{25.10^6}$

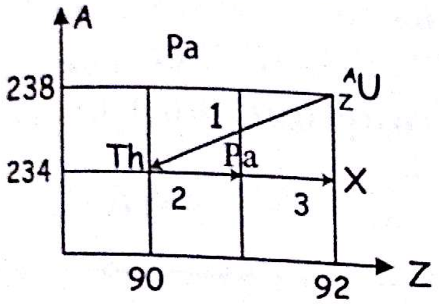
$= 2595648s \simeq 30 jours$

و- حسب ما سبق المجموعة الثانية هي التي توصلت إلى النتائج الصحيحة.

التمرين 16

الجزءI:

يتحوّل اليورانيوم المشع إلى نواة الرصاص بعد سلسلة من التفككات المخطط التالي يوضح جزء من هذه التفككات.



1- عرّف العنصر المشع.

2-أكتب معادلات التفكك1، 2، 3 مع تعيين نمط تفكك كل تحول.

3- عيّن إسم و رمز العنصر X.

4- أحسب الطاقة المحررة في التفاعل 1 بالـ MeV و الـ joule.

5- باعتبار أنّ الجسيم المنبعث يوظف 98٪ من الطاقة المحررة على شكل طاقة حركية، أحسب سرعة هذا الجسيم.

الجزءII:

لاحظ العلماء أن الخامات المعدنية التي تنتمي إلى نفس الطبقة الجيولوجية و التي لها نفس العمر، تحتوي على اليورانيوم 238 و الرصاص 206 بنسب ثابتة.

فإذا قمنا بقياس كمية الرصاص 206 في عينة من صخر قديم (بإعتباره لم يكن موجودا في البداية) فإننا نستطيع تحديد عمر المنجم إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي لعدد أنوية اليورانيوم 238

1- المعادلة الإجمالية لهذه السلسلة من التحولات هي:

$${}^{A}_{Z}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$$

- حدّد عدد التفككات α و β^-.

2- إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي $N_U(t)$ لأنوية اليورانيوم 238 الموجودة في عينة من صخر قديم ندرس عمرها t الذي يوافق عمر الأرض t_{terre}.

الحل:

1-أ- العدد 95 يمثل العدد الكتلي A أي A=95

العدد 40 يمثل العدد الشحني Z أي Z=40

ب- نظير مشع أي غير مستقر يصدر تلقائيا إشعاعات :

α ، β^- ، β^+ أو إصدار γ.

جـ- معادلة تفكك نواة الزركونيوم هي: ${}^{95}_{40}Zr \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

حسب قوانين الإنحفاظ : $95 = A+0 \Rightarrow A = 95$

$40 = Z-1 \Rightarrow Z=41$

إذن النواة البنت هي: ${}^{95}_{41}Nb$ و عليه تصبح المعادلة النووية هي: ${}^{95}_{40}Zr \rightarrow {}^{95}_{41}Nb + {}^{0}_{-1}e$

2-أ- التفاعل (1) هو تفاعل إنشطار.

ب- حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة :

$\Delta E = \Delta m.C^2 = [m(Zr)+m(Te)+2m_n-m(U)].C^2$

$= (94,88604+137,90067+2.1,00866-234,99333).931,5$

$= -176,33295MeV$

جـ- حساب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T :

- حساب عدد أنوية اليورانيوم:

$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{897}{235}.6,023.10^{23} = 2,3.10^{24}$ noy

$\Delta E_T = |\Delta E|.N = 176,33295.2,3.10^{24}$

$= 4,0557.10^{26}$ MeV

د- تظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية للجسيمات المنبعثة من تفاعل الإنشطار وطاقة حرارية للوسط الخارجي.

هـ- حساب مدة إشتغال الغواصة:

$\Delta E_T = 4,0557.10^{26}.1,6.10^{-13} = 6,48912.10^{13}j$

$P = \frac{\Delta E_T}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta E_T}{P} = \frac{6,48912.10^{13}}{25.10^6}$

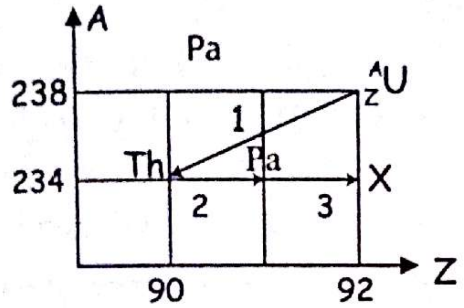
$= 2595648s \simeq 30jours$

و- حسب ما سبق المجموعة الثانية هي التي توصلت إلى النتائج الصحيحة.

التمرين 16

الجزءI:

يتحوّل اليورانيوم المشع إلى نواة الرصاص بعد سلسلة من التفككات المخطط التالي يوضح جزء من هذه التفككات.



1- عرّف العنصر المشع.

2-أكتب معادلات التفكك1،2،3 مع تعيين نمط تفكك كل تحول.

3- عيّن إسم و رمز العنصر X.

4- أحسب الطاقة المحررة في التفاعل 1 بالـ MeV و الـ joule.

5- باعتبار أنّ الجسيم المنبعث يوظف ٪98من الطاقة المحررة على شكل طاقة حركية، أحسب سرعة هذا الجسيم.

الجزءII:

لاحظ العلماء أن الخامات المعدنية التي تنتمي إلى نفس الطبقة الجيولوجية و التي لها نفس العمر، تحتوي على اليورانيوم 238 و الرصاص 206 بنسب ثابتة.

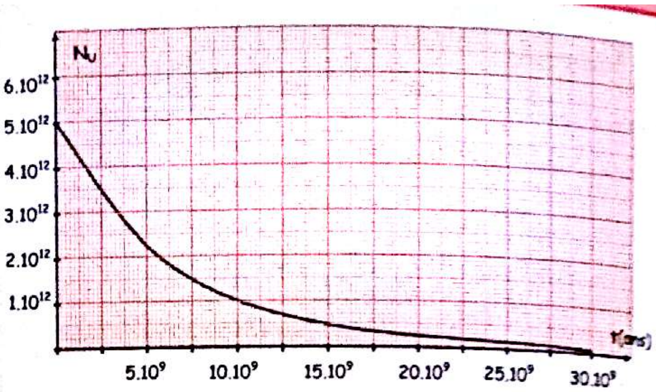
فإذا قمنا بقياس كمية الرصاص 206 في عينة من صخر قديم (بإعتباره لم يكن موجودا في البداية) فإننا نستطيع تحديد عمر المنجم إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي لعدد أنوية اليورانيوم 238

1- المعادلة الإجمالية لهذه السلسلة من التحولات هي:

$${}^{A}_{Z}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$$

- حدّد عدد التفككات α و β^-.

2- إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي $N_U(t)$ لأنوية اليورانيوم 238 الموجودة في عينة من صخر قديم ندرس عمرها t الذي يوافق عمر الأرض t_{terre}.



2-1- حدّد عدد الأنوية الإبتدائية $N_U(0)$ لليورانيوم.

2-2- عرّف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، حدّده بيانيا ثمّ إستنتج قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ.

3- كمية الرصاص المقاسة في الصخور عند اللحظة t_{terre} التي يرمز لها بـ ($N_{Pb}(t_{terre})$ تساوي $2,5.10^{12}$ noy .

3-1- أوجد العلاقة بين $N_U(t_{terre})$، $N_{Pb}(t_{terre})$، $N_U(0)$

3-2- إستنتج عمر الأرض.

يعطى: m(Th)=234,0420u ،
m(U)=238,0507u ،
m(He)=4,0026u

الحل:

الجزء I

1- العنصر المشع هو كل عنصر غير مستقر يصدر تلقائيا إشعاعات α، β^-، β^+ أو أمواج كهرومغناطيسية γ.

2- معادلة التفكك 1: $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{A_1}_{Z_1}Y_1$

حسب قوانين الإنحفاظ : $A_1=4$ و $Z_1=2$

إذن: $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$

و بالتالي نمط التفكك هو α.

معادلة التفكك 2 : $^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{A_2}_{Z_2}Y_2$

حسب قوانين الإنحفاظ : $A_2=0$ و $Z_2=-1$

إذن: $^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$

و بالتالي نمط التفكك هو β^-

معادلة التفكك 3: $^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{92}X + {}^{A_3}_{Z_3}Y_3$

حسب قوانين الإنحفاظ : $A_3=0$ و $Z_3=-1$

إذن: $^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{92}X + {}^{0}_{-1}e$ وبالتالي نمط التفكك هو β^-

3- بما أن النواة X لها عدد البروتونات Z=92 فإنها نظير لعنصر اليورانيوم و بالتالي: $^{234}_{92}X$ هي $^{234}_{92}U$

4- حساب الطاقة المحررة من التفاعل 1:

$\Delta E=(m_f-m_i).C^2=(m(He)+m(Th)-m(^{238}U)).C^2$

$= (4,0026 + 234,042 - 238,0507).931,5$

$= -5,68\ MeV$

$= -5,68.1,6.10^{-13} = -9,09.10^{-13}\ j$

5- حساب الطاقة الحركية لنواة الهيليوم:

$E_C=0,98\Delta E=0,98.9,09.10^{-13}=8,91.10^{-13}j$

حساب سرعة نواة الهيليوم: $E_c = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.8,91.10^{-13}}{4,0026.1,66.10^{-27}}}$$

$$= 1,64.10^7\ m/s$$

الجزء II

1- إيجاد عدد التفككات α و β^-:

حسب قوانين الإنحفاظ: $238 = 206 + 4y \rightarrow y=8$

$92 = 82 - x + 8.2 \rightarrow x=6$

2-1- عدد الأنوية الإبتدائية $N_U(0) = 5.10^{12}noy$

2-2-زمن نصف العمر هو المدة اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الإبتدائية.

بعد الإسقاط على المنحنى نجد $\frac{N_0}{2} = 2,5.10^{12}\ noy$

$t_{1/2}=4,5.10^9 ans$

حساب λ: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4,5.10^9} = 1,54.10^{-10}\ ans^{-1}$

3-1- العلاقة بين $N_U(t_{terre})$، $N_{Pb}(t_{terre})$، $N_U(0)$

$N_U(0) = N_U(t_{terre}) + N_{Pb}(t_{terre})$

$N_{Pb}(t_{terre}) = N_U(0) - N_U(t_{terre})$

$N_U(0)-N_U(0)e^{-\lambda t} = N_U(0)(1 - e^{-\lambda t_{terre}})$

2-3-حساب عمر الأرض:

إذن: $\frac{N_{Pb}(t_{terre})}{N_U(0)} = 1 - e^{-\lambda t_{terre}}$; $\frac{2,5.10^{12}}{5.10^{12}} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{terre}}$

$$0,5 = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{terre}}$$

$$2 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{terre}}$$

$$\ln 2 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{terre}$$

$$t_{terre} = t_{1/2} = 4,5.10^9 ans$$

التمرين 17

تتحوّل نواة الراديوم $^{226}_{88}Ra$ إلى نواة الرادون $^{222}_{86}Rn$ وفق إشعاع معيّن .

1-أكتب معادلة التحوّل النووي الحادث موضحا نوع النشاط الإشعاعي الحادث.

2- أحسب النقص في كتلة نواة الراديوم بوحدة U.

3-علما أنّ النقص في كتلة نواة الرادون هي $3,04.10^{-27}Kg$

أ-أحسب طاقة الربط E_ℓ لنواة الرادون بوحدة الـ Joule وeV.

ب- إستنتج طاقة الربط لكل نكليون بوحدة MeV/nuc.

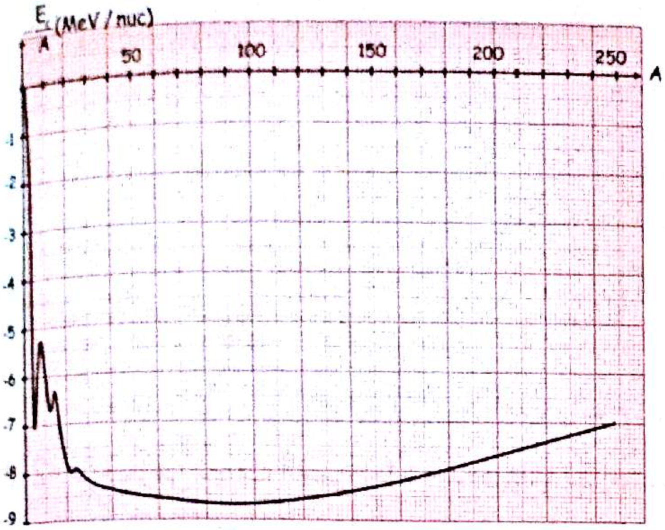
4 -أحسب الطاقة المتحرّرة في التحوّل النووي السابق بوحدة الـ Joule.

5-في تفاعل الإنشطار لليورانيوم $^{235}_{92}U$ بنوترون تنتج النواتين الزركونيوم $^{99}_{40}Zr$ و التيلور $^{134}_{52}Te$.

أ- عرّف تفاعل الإنشطار.

ب- أكتب معادلة التفاعل النووي الحادث.

جـ- باستعمال مخطط آستون ، أحسب الطاقة المحرّرة من طرف هذا التفاعل بوحدة الـ MeV



يعطى:

الإسم	الرادون	الراديوم	الهيليوم	الإلكترون	البروتون	النوترون
الرمز	$^{222}_{86}Rn$	$^{226}_{88}Ra$	$^{4}_{2}He$	$^{0}_{-1}e$	$^{1}_{1}P$	$^{1}_{0}n$
الكتلة(u)	221,970	225,977	4,001	$5,49.10^{-4}$	1,007	1,009

الحل:

1- معادلة التحول النووي هي:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{A}_{Z}X$$

حسب قوانين الإنحفاظ نجد:

$$\begin{cases} 226 = 222 + A \longrightarrow A = 4 \\ 88 = 86 + Z \longrightarrow Z = 2 \end{cases}$$

إذن: $^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$

نوع الإشعاع هو α لإنبعاث أنوية الهيليوم $^{4}_{2}He$ أثناء التحول النووي.

2- حساب النقص الكتلي لنواة الراديوم:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m(Ra)$$

$$=88.1,007+138.1,009-225,977$$

$$=1,881u$$

3-أ- حساب طاقة الربط لنواة الرادون:

$$E_\ell=\Delta m.C^2=3,04.10^{-27}.(3.10^8)^2=2,736.10^{-10}J$$

$$1,6.10^{-19}\,j \longrightarrow 1eV$$

$$2,736.10^{-10}\,j \longrightarrow 1,71.10^9 eV$$

ب- حساب طاقة الربط لكل نكليون: $1MeV \longrightarrow 10^6 eV$

$$E_\ell = 1710 MeV$$

$$\xi = \frac{E_\ell}{A} = \frac{1710}{222} = 7,70 MeV/nuc$$

4- حساب الطاقة المحررة في التفاعل السابق:

$$\Delta E = [m(Rn)+m(He)-m(Ra)].C^2$$
$$= (225,977-4,001+221,97).931,5$$
$$= -5,589\ MeV = -5,589.1,6.10^{-13}$$
$$= -8,94.10^{-13}\ j$$

5- أ- تفاعل الإنشطار هو تفاعل نووي مفتعل يتم خلاله قذف النواة الأم بنوترون فتنشطر إلى نواتين جديدتين أكثر إستقرارا.

ب- معادلة تفاعل الإنشطار هي:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{99}_{40}Zr + {}^{134}_{52}Te + x\,{}^{1}_{0}n$$

حسب قوانين الإنحفاظ نجد:

$$235 + 1 = 99 + 134 + x \longrightarrow x=3$$

إذن: $${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{99}_{40}Zr + {}^{134}_{52}Te + 3\,{}^{1}_{0}n$$

جـ- حساب الطاقة المحررة من تفاعل الإنشطار بالإستعانة بمخطط آستون:

① ----- $\Delta E=[m(Zr)+m(Te)+2m_n-m(U)].C^2$

$$E_\ell(Zr)=[40m_p+59m_n-m(Zr)].C^2$$

و بالتالي: $$m(Zr) = 40m_p + 59m_n - \frac{E_\ell(Zr)}{C^2}$$

بنفس الطريقة نجد: $$m(Te)=52m_p+82m_n-\frac{E_\ell(Te)}{C^2}$$

$$m(U) = 92m_p + 143m_n - \frac{E_\ell(U)}{C^2}$$

و بالتعويض في العلاقة ① نجد:

$$\Delta E=E_\ell(U)-E_\ell(Zr)-E_\ell(Te)$$

و بالإسقاط من مخطط آستون نجد:

$$\Delta E=7,2.235-8,7.99-8,5.134=-308,3MeV$$

التمرين 18

1- المنبه القلبي (le stimulateur cardiaque) جهاز كهربائي يُزرع في الجسم ، يعمل على تنشيط العضلات المسترخية في القلب المريض .

و لضمان الطاقة اللازمة لتشغيله (تفاديا لتكرار عملية إستبدال البطاريات الكهرو كيميائية) تستخدم بطاريات من نوع خاص تعمل بنظير البلوتونيوم ${}^{238}Pu$ الباعث للإشعاع (α).

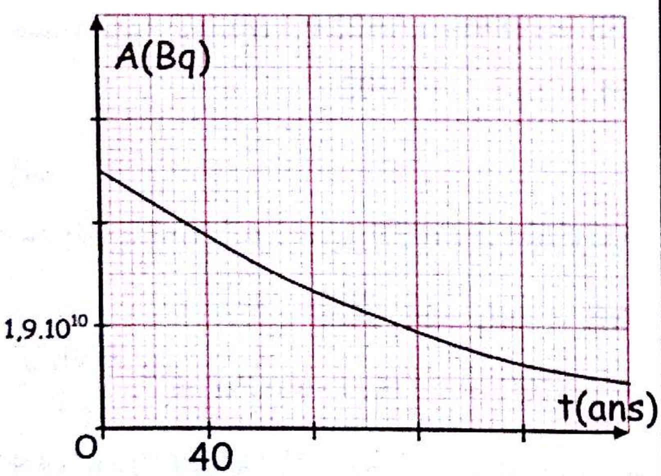
هذه البطارية عبارة عن وعاء مغلق بإحكام يحتوي على كتلة m_0 من المادة المشعة .

أ/ ماذا تعني العبارات: نظير البلوتونيوم ${}^{238}Pu$ - مادة مشعة - الإشعاع (α).

2- أ/ أكتب معادلة تفكك البلوتونيوم مع توضيح قوانين الإنحفاظ المستعملة .

ب/ أحسب الطاقة المحررة من تفكك نواة من المادة المشعة.

3- يعطى المنحنى البياني للتناقص الإشعاعي $A(t)$



أ/ عين النشاط الإبتدائي A_0 .

ب/ أحسب ثابت التفكك (λ)، ثم إستنتج عدد الأنوية الإبتدائية N_0.

جـ/ أحسب قيمة الكتلة m_0.

4- عمليا الجهاز يعمل بشكل جيّد إلى أن يتناقص نشاط العينة بـ 30% أحسب عندئذ عدد أنوية البلوتونيوم المتبقية .

5- المريض الذي زرع له هذا الجهاز و هو في الخمسين من عمره، متى يضطر لإستبداله ؟

المعطيات :

الجسم	$_{91}Pa$	$_{92}U$	$_{93}Np$	$_{94}Pu$	$_{95}Am$	$_{96}Cm$	$^{4}_{2}He$
الكتلة (u)	233,99338	233,99048	233,99189	237,99799	233,9957	233,9975	4,00151

الحل:

1-أ/ نظير البلوتونيوم Pu^{238} هي نواة تنتمي لنفس عنصر البلوتونيوم تشترك معه في العدد الذري Z و تختلف عنه في العدد الكتلي A.

- مادة مشعة هي مادة غير مستقرة تصدر تلقائيا إشعاعات $\alpha, \beta^-, \beta^+, \gamma$ لتصبح أكثر إستقرارا.

- الإشعاع α هي أنوية الهيليوم $^{4}_{2}He$

2-أ/ معادلة تفكك البلوتونيوم هي: $^{238}_{94}Pu \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{4}_{2}He$

حسب قوانين الإنحفاظ : $238 = A+4 \rightarrow A=234$

$94 = Z+2 \rightarrow Z=92$

إذن: $^{238}_{94}Pu \rightarrow ^{234}_{92}U + ^{4}_{2}He$

ب/ حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة من البلوتونيوم:

$$\Delta E = (m_f - m_i)C^2$$

$$= (m(U) + m(He) - m(Pu))C^2 . \frac{931,5}{C^2}$$

$$=(233,99048+4,00151-237,99799)931,5$$

$$\Delta E = -5,589 \text{ MeV}$$

3-أ/ النشاط الإبتدائي:

$$A_0 = 2,5.1,9.10^{10} = 4,75.10^{10} Bq$$

ب/ حساب ثابت التفكك λ :

تعيين زمن نصف العمر $t_{1/2}$ بيانيا:

$$t_{1/2} = 2,0 \times 40 = 80 \text{ ans}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{80} = 8,66.10^{-3} ans^{-1} = 2,75.10^{-10} s^{-1}$$

حساب عدد الأنوية الإبتدائية N_0:

$$A_0 = \lambda N_0 \longrightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{4,75.10^{10}}{2,5.10^{-10}}$$

$$= 1,9.10^{20} noy$$

جـ/ حساب الكتلة m_0:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A}.M = \frac{1,9.10^{20}}{6,023.10^{23}}.238 = 0,075g$$

4-عندما يتناقص النشاط بـ 30% فإنه يتبقى 70% منه.

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{0,7A_0}{\lambda} = 0,7N_0 = 0,7.1,9.10^{20}$$

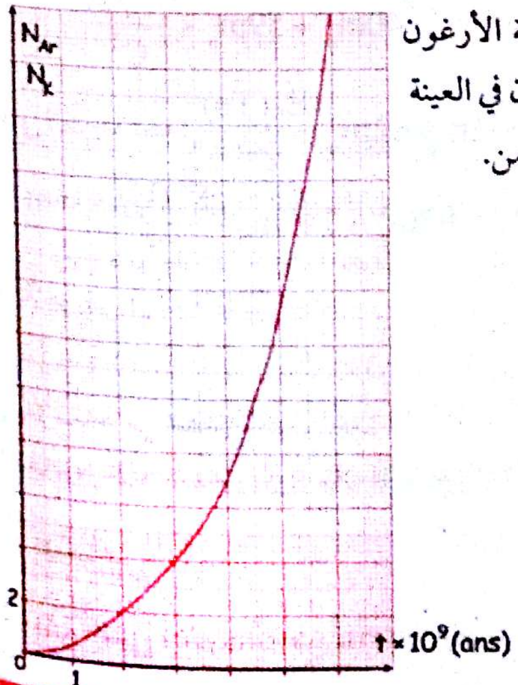
$$N = 1,33.10^{20} noy$$

5-بعد الإسقاط من المنحنى نجد: t=40.1,2=48ans يظطر المريض الذي زرع له هذا الجهاز وهو في الخمسين من عمره لإستبداله عندما يصبح عمره 98سنة. (t=50+48=98ans) إذا أطال الله عمره.

التمرين 19

أخذت عينة من صخرة وجدت في بركان قديم . نعلم أن البوتاسيوم ^{40}K الموجود في الصخور يتفكك إلى غاز الأرغون ^{40}Ar حسب النمط β^+ ، و الذي يبقى محجوزا داخل الصخرة .(^{40}Ar لا يتفكك).

مثلنا في الشكل التالي النسبة بين عدد أنوية البوتاسيوم وعدد أنوية الأرغون الموجودتان في العينة بدلالة الزمن.



1- أكتب معادلة التفكك علما أن عدد النوترونات في نواة الأرغون هو 22.

2- أوجد النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t، حيث λ هو الثابت الإشعاعي لـ ^{40}K.

3- بالإستعانة بالرسم البياني أوجد زمن نصف عمر ^{40}K.

4- أوجد عمر الصخرة علما أن $\frac{N_K}{N_{Ar}} = 0,1$.

الحل:

1 - كتابة معادلة التفكك: $^{40}_{Z}K \rightarrow {}^{40}_{Z'}Ar + {}^{0}_{+1}e$

$40 = Z'+N \longrightarrow Z'=40-N=40-22=18$

حسب قوانين الإنحفاظ: $Z=Z'+1=18+1=19$

إذن: $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{+1}e$

2- عبارة النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t:

$$N_{0K} = N_K + N_{Ar}$$
$$N_{Ar} = N_{0K} - N_K$$
$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = \frac{N_{0K}}{N_K} - 1 = \frac{N_{0K}}{N_{0K}e^{-\lambda t}} - 1 = e^{\lambda t} - 1$$

3 - تحديد زمن نصف العمر بيانيا:

عند اللحظة $t_{1/2}$ يكون $\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{1/2}} - 1 = 2 - 1 = 1$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t=1,35.10^9 ans$

4- عمر الصخرة:

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1 = 10$$
$$11 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t}$$
$$\ln 11 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}t$$
$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln 11$$
$$t = \frac{1,35.10^9}{\ln 2}\ln 11 = 4,7.10^9 ans$$

يمكن الوصول إلى نفس النتيجة من المنحنى حيث $\frac{N_{Ar}}{N_K}=10$

بعد الإسقاط نجد $t = 4,6.10^9 ans$ وهي مقاربة للقيمة الحسابية.

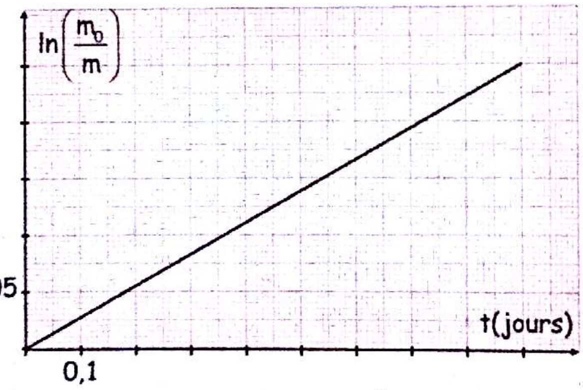
التمرين 20

نواة النبتونيوم $^{239}_{93}Np$ تتحول إلى نواة البلوتونيوم $^{A}_{Z}Pu$ وفق النشاط الإشعاعي β^-.

1- أكتب معادلة التفكك محددا قيمتي A و Z.

2- أعط قانون التناقص الإشعاعي بالنسبة لعدد الأنوية واستنتج قانون التناقص الإشعاعي بالنسبة للكتل.

3- يمثل الشكل التالي منحنى تغيرات $\ln(\frac{m_0}{m})$ بدلالة الزمن t.



- حدد بيانيا قيمة λ واستنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للنواة $^{239}_{93}Np$.

4- حدد اللحظة t_1 التي تكون فيها كتلة العينة المتبقية هي: $m=\frac{m_0}{100}$.

الحل:

1- معادلة التفاعل النووي هي: $^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{A}_{Z}Pu + {}^{0}_{-1}e$

- تحديد A و Z: $239 = A+0 \longrightarrow A = 239$

$93 = Z+(-1) \longrightarrow Z = 94$

ومنه: $^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{94}Pu + {}^{0}_{-1}e$



2- قانون التناقص الإشعاعي هو : $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

$$\frac{m}{M} N_A = \frac{m_0}{M} N_A e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t}$$

3- تحديد λ بيانيا : المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $\ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = at$

حيث a معامل التوجيه .

من العلاقة النظرية السابقة: $m = m_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{m_0}{m} = e^{\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = \lambda t$$

بالمطابقة بين العلاقتين النظرية و البيانية نجد $a = \lambda$

حساب معامل التوجيه:

$$a = \frac{\Delta \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)}{\Delta t} = \frac{0,05.2,5 - 0}{0,1.4,5 - 0} = 0,278 j^{-1}$$

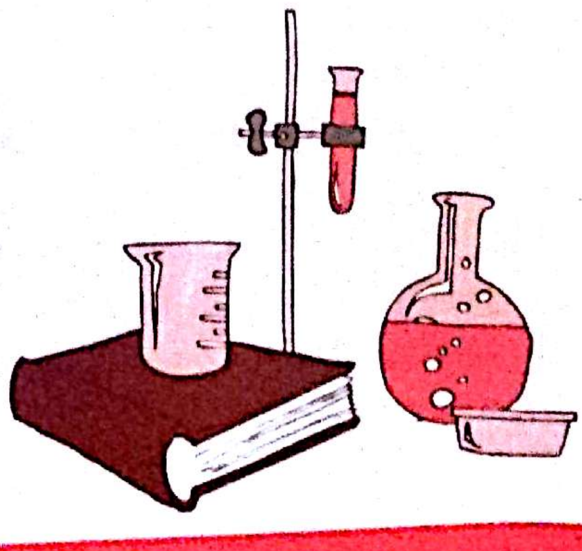
ومنه : $\lambda = 0,278 j^{-1}$

- زمن نصف العمر : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,278} = 2,49 j$

4- ايجاد اللحظة t_1 : $\frac{m_0}{100} = m_0 e^{-\lambda t_1}$

$$-\ln 100 = -\lambda t_1$$

$$t_1 = \frac{\ln 100}{\lambda} = \frac{\ln 100}{0,278} = 16,57 j$$



الوحدة
3

الظواهر الكهربائية



الجزء 1

ثنائي القطب

RC

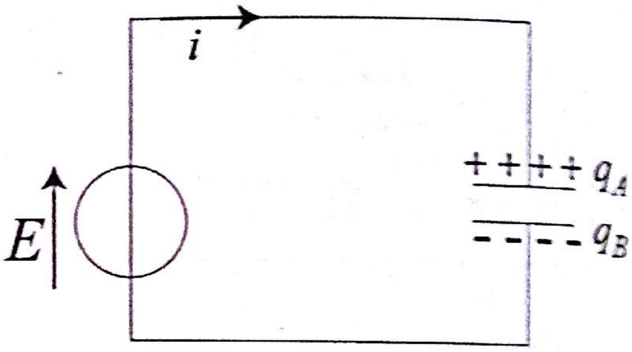
1- المكثفة

تعريف المكثفة:

المكثفة ثنائي قطب يتكون من ناقلين متقابلين نسميهما لبوسين تفصل بينهما مادة عازلة للكهرباء (هواء، شمع)

رمز المكثفة في دارة كهربائية هو : 

شحنة المكثفة: $q(t) = q_A = -q_B$



العلاقة بين الشحنة وشدة التيار:

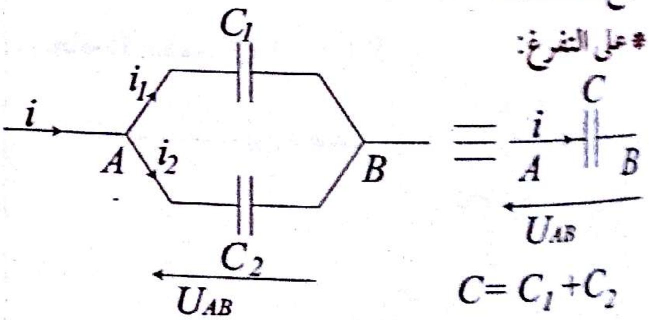
$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ وإذا كان التيار ثابتا فإن : $I = \frac{Q}{t}$

العلاقة بين الشحنة والتوتر: $q(t) = CU_C(t)$

حيث:C ثابت يميز المكثفة يعرف بسعة المكثفة وحدته فاراد F و $U_C(t)$ التوتر بين طرفي المكثفة.

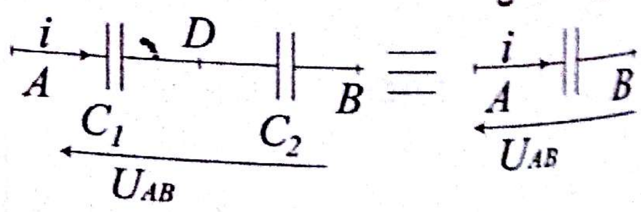
جمع المكثفات:

*على التفرع:



$$C = C_1 + C_2$$

*على التسلسل:



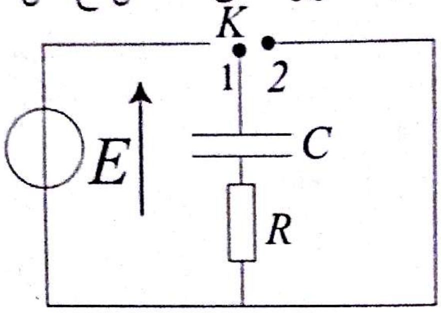
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

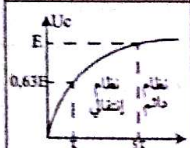
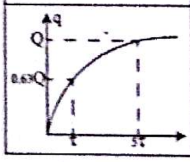
2- ثنائي القطب RC :

تعريف: ثنائي القطب RC هو جزء من دارة كهربائية تحتوي على مكثفة سعتها C مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R.

شحن مكثفة:

نضع البادلة K في الوضع 1 فشحن المكثفة



	المعادلة التفاضلية	حل المعادلة التفاضلية	البيان
التوتر U_c	$\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_c(t) = \frac{E}{\tau}$	$U_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$	
الشحنة q	$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) = \frac{E}{R}$ حيث : $\tau = RC$	$q(t) = Q\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$	

تعريف ثابت الزمن τ: يمثل بيانيا نقطة تقاطع المماس للمنحنى $U_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع المستقيم $U = E$

التحليل البعدي : $\tau = RC$

$$[\tau] = [R][C]$$

$$[R] = \frac{[U]}{[I]}$$ إذن : $U_R = Ri \rightarrow R = \frac{U_R}{i}$

$$[C] = [I]\frac{[T]}{[U]}$$ إذن: $i = C\frac{dU_c}{dt} \rightarrow C = i\frac{dt}{dU_c}$

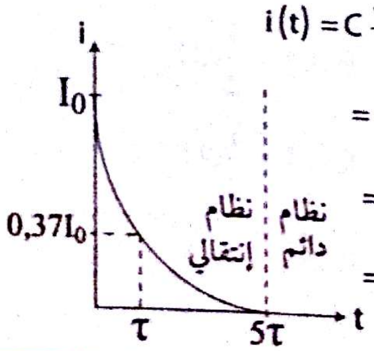
بالتعويض نجد: $[\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot [I]\frac{[T]}{[U]} = [T]$

عبارة التيار: $i(t) = C\frac{dU_c(t)}{dt}$

$$= C\frac{d}{dt}\left(E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right)$$

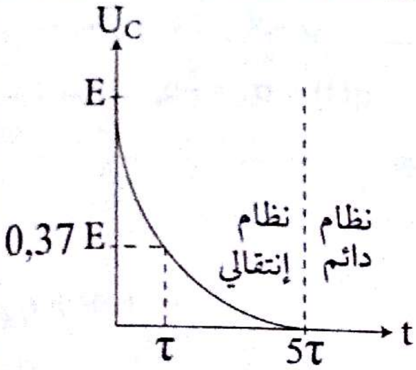
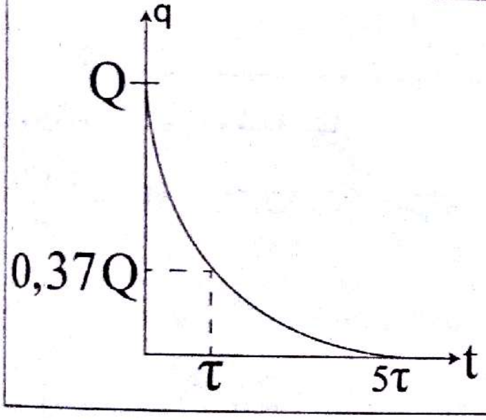
$$= \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

$$= I_0 e^{-t/\tau}$$



تفريغ المكثفة:

نفس الدارة السابقة بوضع البادلة في الوضع 2

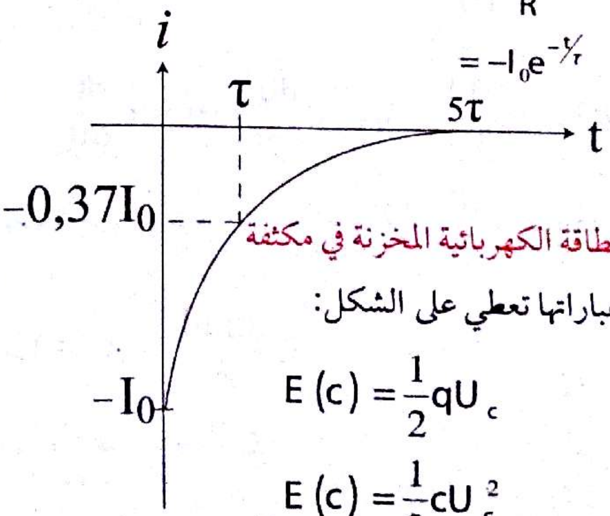
	المعادلة التفاضلية	حل المعادلة التفاضلية	البيان
التوتر U_C	$\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}U_C(t)=0$ حيث: $\tau = RC$	$U_C = Ee^{-t/\tau}$	
الشحنة q	$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}q(t)=0$	$q(t) = Qe^{-t/\tau}$	

عبارة التيار:

$$i = c\frac{dU_C(t)}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(Ee^{-t/\tau}\right)$$

$$= -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

$$= -I_0e^{-t/\tau}$$



3- الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثفة

عباراتها تعطي على الشكل:

$$E(c) = \frac{1}{2}qU_c$$

$$E(c) = \frac{1}{2}cU_c^2$$

$$E(c) = \frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{C}$$

وتقدر بـ joule

- زمن تناقص الطاقة إلى النصف:

الطاقة الأعظمة $E_0(C) = \frac{1}{2}CE^2$

عند تناقص الطاقة إلى النصف يكون : $E(C) = \frac{E_0(C)}{2}$

$$\frac{1}{2}CU_c^2 = \frac{E_0(C)}{2}$$

$$\frac{1}{2}C.\left(Ee^{-t/\tau}\right) = \frac{E_0(C)}{2}$$

$$\frac{1}{2}CE^2e^{-2t/\tau} = \frac{E_0(C)}{2}$$

$$E_0(C)\cdot e^{-2t/\tau} = \frac{E_0(C)}{2}$$

$$2 = e^{2t/\tau}$$

$$\ln 2 = 2\,t/\tau$$

$$t = \frac{\tau}{2}\ln 2$$

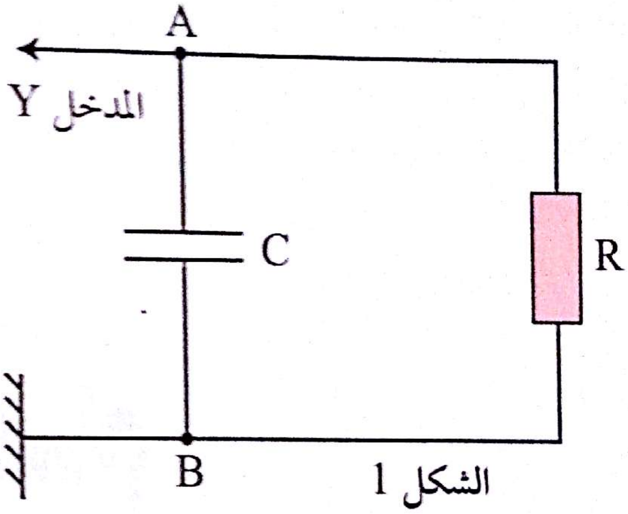
التمرين 01

مكثفة سعتها $C=5,0\mu F$ مشحونة تحت توتر $U_{AB}=U_0>0$

توصل المكثفة في الدارة الموضحة في الشكل المقابل

يضبط نظام اكتساب المعطيات على النحو التالي :

- قاعدة الزمن : $1ms/div$
- الحساسية الشاقولية : $1V/div$



الشكل 1

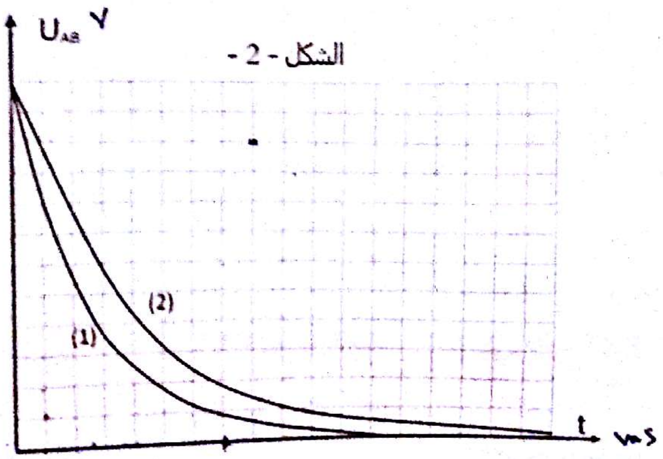
نغلق القاطعة في اللحظة $t=0$.

1- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة.

2- عند إستعمال ناقل أومي مقاومته $R_1=500\,\Omega$ نحصل على المنحنى -1- الممثل في الشكل -2- و عند إستعمال ناقل أومي مقاومته R_2 نحصل على المنحنى -2-

أ- أوجد قيمة التوتر U_0 .

ب- من خلال تفحص المنحنيين استنتج المقاومة الأكبر باقتراح طريقة لتعيينها و حساب القيمة العددية لـ: R_2.



3-أ-أحسب الطاقة التي خزنتها المكثفة أثناء عملية الشحن

ب- استنتج قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول في الناقل الأومي الذي مقاومته R_1 عند نهاية عملية التفريغ .

جـ- هل تختلف هذه الطاقة في حالة إستعمال الناقل الأومي الذي مقاومته R_2؟ علل إجابتك ؟

4-أ- أحسب الطاقة الضائعة في الناقل الأومي R_2 عند اللحظة $t=7ms$.

ب-هل تختلف هذه الطاقة في حالة الناقل الأومي R_1 ؟ إذا كانت الإجابة بنعم ، هل هي أكبر أم أصغر منها؟

الحل:

1- المعادلة التفاضلية : $U_{AB}+Ri=0$

$$i=\frac{dq}{dt}\ ,\ q=CU_{AB}\ ,\ i=\frac{d(CU_{AB})}{dt}$$

$$U_{AB}+RC\frac{dU_{AB}}{dt}=0$$

2- أ- من البيان : $U_0=12\,V$

ب- لتعيين المقاومة الأكبر نحسب τ لكل منحنى عند $U=0,37U_0$

يكون : $\tau_1=2,5ms<\tau_2=3,8ms$

$$R_1C<R_2C\Rightarrow R_1<R_2$$

- حساب R_2:

$$\tau_1=R_1C\Rightarrow C=\frac{\tau_1}{R_1}=\frac{2,5.10^{-3}}{500}=5.10^{-6}F$$

$$\tau_2=R_2C\Rightarrow R_2=\frac{\tau_2}{C}=\frac{3,8.10^{-3}}{5.10^{-6}}=760\Omega$$

3-أ- الطاقة المخزنة أثناء الشحن :

$$E(C)=\frac{1}{2}CU_0^2=\frac{1}{2}.5.10^{-6}(12)^2$$

$$E(C)=3,6.10^{-4}\,j$$

ب- عند نهاية عملية التفريغ تكون الطاقة المخزنة في المكثفة مساوية للطاقة الضائعة بفعل جول في الناقل الأومي الذي مقاومته R_1

جـ- عند إستعمال المقاومة R_2 لا تختلف قيمة الطاقة المفرغة لأنها تتعلق فقط بالمقدار الذي تم شحنه في البداية .

$(E(C)=½ CV_0^2)$

4-أ- حساب الطاقة الضائعة عند اللحظة $t=7ms$:

من البيان نجد $U_{AB}=1,8V$

الطاقة المتبقية في المكثفة عند اللحظة 7ms

$$E'(C)=\frac{1}{2}.5.10^{-6}.(1,8)^2=0,081.10^{-4}j$$

الطاقة الضائعة في الناقل الأومي R_2

$$\Delta E=E(C)-E'(C)$$

$$\Delta E=(3,6-0,081).10^{-4}=3,52.10^{-4}j$$

ب- في حالة إستعمال المقاومة R_1 تختلف كمية الطاقة الضائعة وتكون أكبر لأنه كلما كانت المقاومة صغيرة تضيّع الطاقة بسرعة أكبر .

حسابيا:

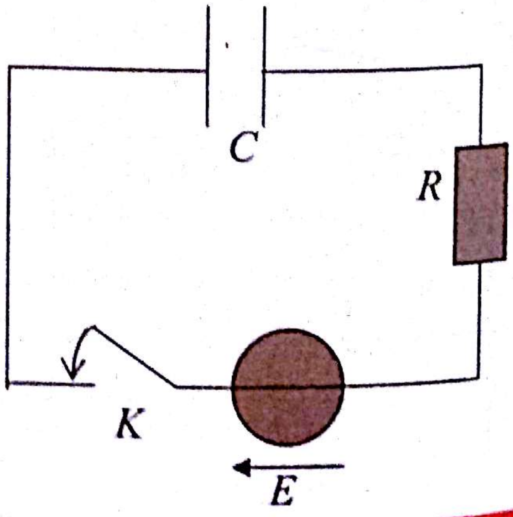
$$E'(C)=\frac{1}{2}.5.10^{-6}.0,8^2 = 1,6.10^{-6}j$$

$$\Delta E = 3,6.10^{-4} - 1,6.10^{-6}=3,85.10^{-4}j$$

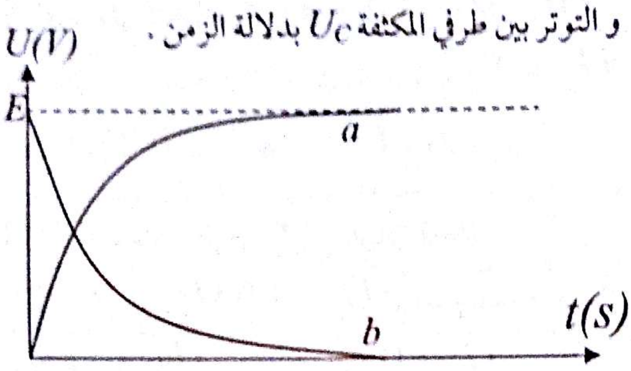
التمرين 02

تحتوي دارة كهربائية على: مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية E ، قاطعة K، ناقل أومي مقاومته $R=12,5K\Omega$ ،مكثفة سعتها C (غير مشحونة) .

نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$:



نمثل في الشكل-1- التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_R و التوتر بين طرفي المكثفة U_C بدلالة الزمن .



الشكل-1

1- أي البيانين a أم b يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن ؟

إشرح بإختصار.

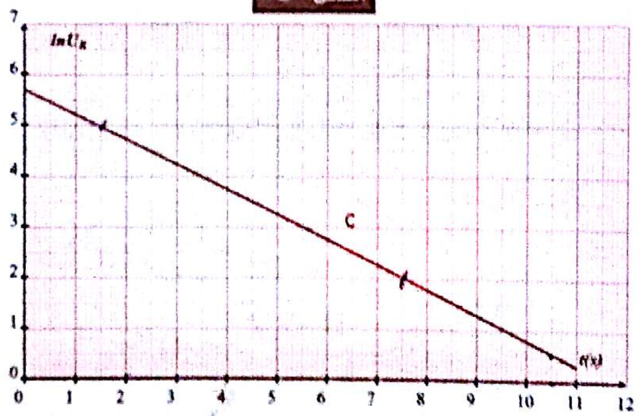
2- تعطى معادلة تغير شدة التيار في الدارة بالعبارة $i=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

أ- كيف نحدد ثابت الزمن τ من أحد البيانين a أو b ؟

ب- أكتب في النظام الدائم عبارات U_R و U_C و $E(C)$ (الطاقة المخزنة في المكثفة) بدلالة مميزات عناصر الدارة.

3- نمثل في الشكل-2- البيان c الذي يعطي تغيرات $\ell n U_R$ بدلالة الزمن .

الشكل - 2 -



أ- أكتب عبارة $\ln U_R$ بدلالة الزمن .

ب- إستنتج من البيان c قيمة ثابت الزمن τ و القوة المحركة للمولد E .

جـ- أحسب سعة المكثفة C واستنتج الطاقة المخزنة فيها .

د- أحسب أعظم شدة تيار أثناء عملية الشحن .

هـ- عين على البيان c اللحظة التي تصل فيها عملية الشحن إلى 99%، واستنتج قيمة U_R حينذاك .

قسم التمارين

الحل:

1- عند غلق القاطعة يكون التيار أعظميا و بالتالي $U_R \neq 0$ بينما التوتر بين طرفي المكثفة يكون معدوما أي $U_C = 0$ و عليه البيان b يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن .

2-أ-تحديد ثابت الزمن τ من البيان a مثلا :

لما $t=\tau$ يكون $U_C = 0,63E$ ثم نقوم بعملية الإسقاط .

ب- عبارة U_R في النظام الدائم: $U_R = 0$

عبارة U_C في النظام الدائم: $U_C = E$

عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة $E(C) = \frac{1}{2}CE^2$

3-أ- عبارة: $\ln U_R$

$$U_R = R.i$$

$$U_R = R.\frac{E}{R}e^{-t/\tau} = Ee^{-t/\tau}$$

$$\ln U_R = \ln E - \frac{t}{\tau}$$

ب- المنحنى خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل $\ln U_R = at + b$ حيث a معامل التوجيه .

و بالمطابقة مع العلاقة النظرية السابقة نجد $a = -\frac{1}{\tau}$ و $b = \ln E$

- حساب معامل التوجيه a :

$$a = \frac{\Delta \ln U_R}{\Delta t} = \frac{0-5,7}{11,5-0} = -0,5s^{-1}$$

$$\tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{-0,5} \Rightarrow \tau = 2s$$

من المنحنى :

$$b = \ln E = 5,7 \Rightarrow E = e^{+5,7} = 298,87V = 300V$$

جـ- سعة المكثفة :

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{2}{12,5.10^3} \Rightarrow C = 1,6.10^{-4}F$$

الطاقة المخزنة :

$$E(C) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}.1,6.10^{-4}.(300)^2 = 7,2j$$

د- حساب أعظم شدة للتيار :

$U_{R\max} = R.i_{\max} = E$ و عليه

$$i_{\max} = \frac{E}{R} = \frac{300}{12,5\ 10^3} \Rightarrow i_{\max} = 0,024\text{ A}$$

هـ-لما تصل عملية الشحن إلى 99% يكون $t = 5\tau = 10s$

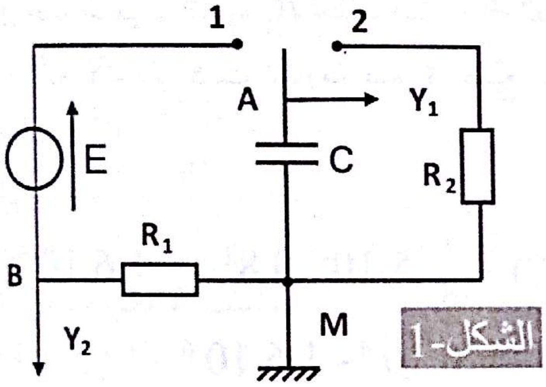
بعد الإسقاط على المنحنى c نجد $\ln U_R = 0,8$

و عليه $U_R = e^{0,8} = 2,2V$

التمرين 03

نحقق الدارة التالية حيث :

$$R_2 = 2K\Omega\ ,\ R_1 = 1K\Omega\ ,\ E = 6V$$

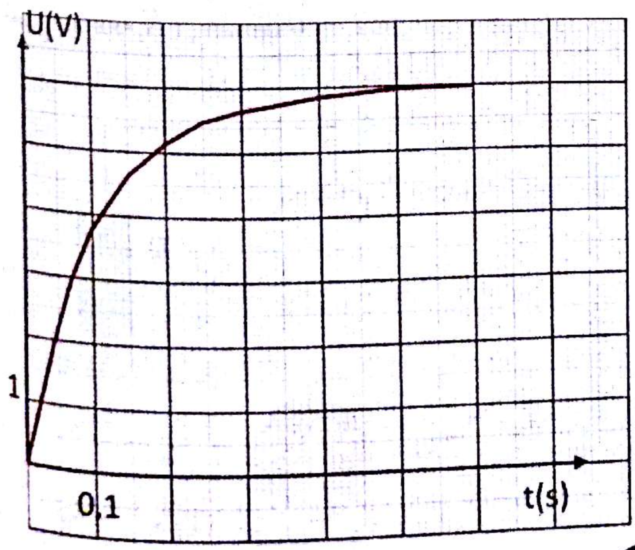


الشكل-1

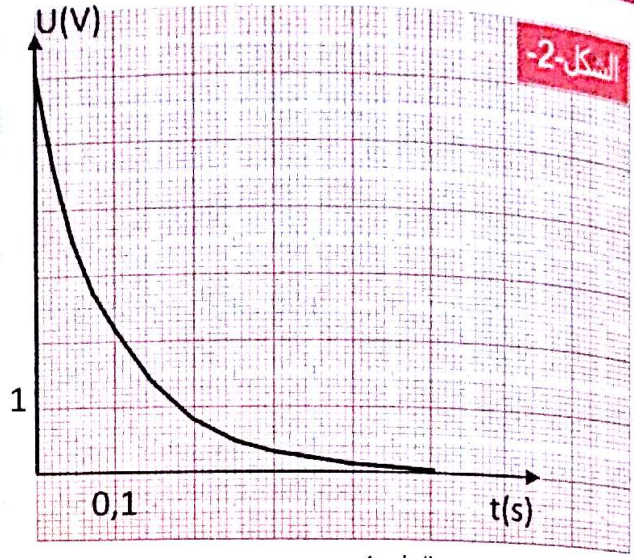
I- نضع البادلة في الوضع 1 :

1- ماذا يحدث للمكثفة ؟

2- ماذا يمثل التوترين U_1 و U_2 اللذان يمكن مشاهدتها على المدخلين Y_1 و Y_2 الموجودين في الشكل -2- .



البيان-2-



البيان-1-

3- أي البيانين يمثل تغيرات التوتر U_C بين طرفي المكثفة وأيهما يمثل تغيرات التوتر U_R بين طرفي المقاومة R_1 ، برّر إجابتك .

4- إستنتج من البيان :

أ- التوتر U_C في النظام الدائم .

ب- قيمة ثابت الزمن τ مع شرح الطريقة المتبعة .

ج-سعة المكثفة C .

5- ماهي شدة التيار في اللحظتين : $t_0=0$ و $t=\infty$

II- نضع البادلة في الوضع 2 .

1- ماذا يحدث للمكثفة ؟

2- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة التوتر U_C

3- أثبت أن حل هذه المعادلة هو من الشكل $U_C=Ae^{-\alpha t}$ حيث A ثابت غير معدوم.

ثم إستنتج قيمة كل من A و α.

4- أحسب ثابت الزمن الجديد 'τ.

الحل:

I-1- عند وضع البادلة في الوضع 1 تشحن المكثفة .

2-التوتر U_1 الذي يمكن مشاهدته على المدخل Y_1 هو التوتر بين طرفي المكثفة U_C .

- التوتر U_2 الذي يمكن مشاهدته على المدخل Y_2 هو التوتر بين طرفي المقاومة R_1 لكن بإشارة سالبة $-U_{R1}$ و للحصول على توتر موجب نضغط على زر قلب الإشارة .

3- أثناء عملية الشحن تتناقص شدة التيار إلى أن تنعدم و بالتالي يتناقص U_R إذن البيان-1- يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن .

في حين أن عند اللحظة $t=0$ يكون $U_C=0$ وعليه البيان-2- يمثل تغيرات U_C بدلالة الزمن .

4-أ- في النظام الدائم $U_C=6V$.

ب-عند اللحظة $t=\tau$ يكون $U_C=0{,}63E$ بعد الإسقاط نجد $\tau=0{,}1s$

ج- حساب سعة المكثفة C

$$\tau=R_1C \Rightarrow C=\frac{\tau}{R_1}=\frac{0{,}1}{10^3}=10^{-4}F$$

5- شدة التيار في اللحظة $t=0$

$$U_R=R_1.i \Rightarrow i=\frac{U_R}{R_1}=\frac{6}{10^3}=6.10^{-3}A$$

شدة التيار في اللحظة $t=\infty$: $U_R=0 \rightarrow i=0$

II-1- عند وضع البادلة في الوضع-2- تفرغ المكثفة .

2- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات: $U_C+U_{R2}=0$

$$U_C+R_2i=0$$

من جهة أخرى $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(CU_C)}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$

$$U_C+R_2C\frac{dU_C}{dt}=0 \longrightarrow \frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{R_2C}U_C=0$$

3- إثبات أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $U_C=Ae^{-\alpha.t}$

$\frac{dU_C}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha.t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\alpha Ae^{-\alpha.t}+\frac{1}{R_2C}.(Ae^{-\alpha.t})=0$$

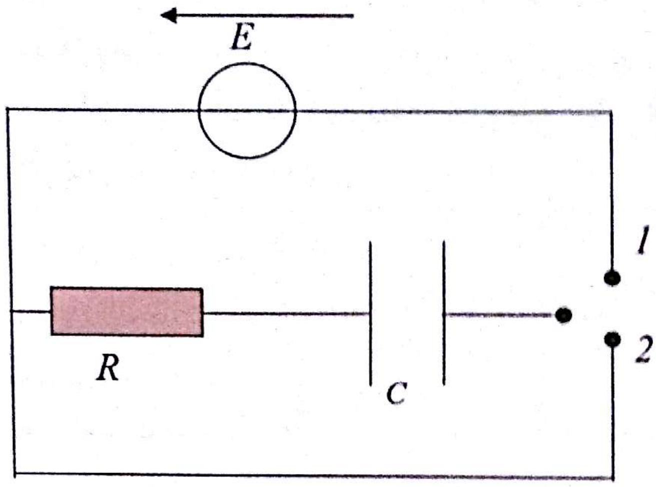
$$(-\alpha+\frac{1}{R_2C})Ae^{-\alpha.t}=0 \Rightarrow \alpha=\frac{1}{R_2C}=\frac{1}{\tau'}$$

حساب A : من الشروط الإبتدائية : $U_c(0)=E$

$$Ae^0=E \Rightarrow A=E=6V$$

4- حساب 'τ : $\tau'=R_2C=2.10^3.10^{-4} \Rightarrow \tau'=0{,}2s$

التمرين 04



في الدارة التالية لدينا مولد للتوتر الثابت قوته المحركة $E=6,0V$، ناقل أومي مقاومته $R=1,0K\Omega$ مكثفة سعتها $C=4,7\mu F$.

I - عند اللحظة $t=0$ نضع البادلة في الوضع 1.

1 - ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

2- كيف يتطور التوتر بين طرفي المكثفة؟

3- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$

4- عبر عن شحنة المكثفة عند اللحظة t بدلالة: t، C، R، Q_0.

5 -أحسب الشحنة الأعظمية للمكثفة.

6 - في أي لحظة تصل قيمة شحنة المكثفة الى نصف قيمتها العظمى؟

II - نضع البادلة في الوضع 2 .

1 - ماذا يحدث للمكثفة؟

2 - باستخدام قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للدارة هي: $U(t) + RC\dfrac{dU(t)}{dt} = 0$

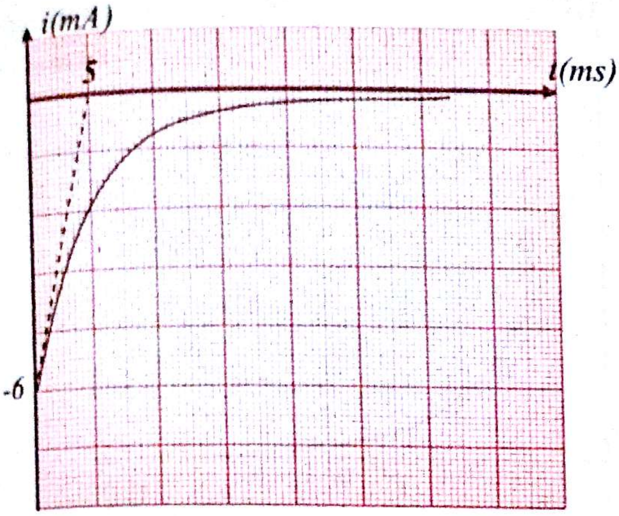
3 - هل حل هذه المعادلة من الشكل : $U(t)=E(1-e^{-t/RC})$

III- يمثل البيان التالي تطور شدة التيار بدلالة الزمن.

1 - عين بيانيا قيمة ثابت زمن الدارة.

2 - عين اللحظة التي يكون عندها $i=-0,2\ I_0$

3 - ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة عندها؟



الحل:

I- 1- عند وضع البادلة في الوضع 1 يحدث شحن المكثفة.

2- يزداد التوتر U_C تدريجيا بين طرفي المكثفة ثم يصل إلى قيمة ثابتة E تكون عندها المكثفة مشحونة و تصبح تلعب دور قاطعة مفتوحة.

3- إيجاد المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات : $U_C + U_R = E$

$U_C + Ri = E$

نعلم أن $i = \dfrac{dq}{dt}$ و $U_C = \dfrac{q}{C}$

و منه $\dfrac{q}{C} + R\dfrac{dq}{dt} = E$

إذن: $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{E}{R} = \dfrac{EC}{RC} = \dfrac{Q_0}{RC}$

تصبح المعادلة التفاضلية $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{Q_0}{RC}$

4-حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل

$q(t) = Ae^{-xt} + B$

إيجاد الثوابت A ، x ، B .

لدينا: $\dfrac{dq}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية

$$-Axe^{-xt}+\frac{1}{RC}(Ae^{-xt}+B)=\frac{Q_0}{RC}$$

$$-Axe^{-xt}+\frac{A}{RC}e^{-xt}+\frac{B}{RC}=\frac{Q_0}{RC}$$

$$-Ae^{-xt}(x-\frac{1}{RC})+\frac{B}{RC}=\frac{Q_0}{RC}$$

إذن : $x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$

$$B=Q_0$$

من الشروط الإبتدائية لما $t=0$ يكون $q=0$

وعليه $0=Ae^{0}+B \Rightarrow A=-B=-Q_0$

إذن : $q(t)=Q_0(1-e^{-t/\tau})$

أو $q(t)=Q_0(1-e^{-t/RC})$.

5- حساب الشحنة الأعظمية :

$$Q_0=EC=6.4,7.10^{-6}=2,82.10^{-5}C$$

6- إيجاد لحظة وصول q إلى $Q_0/2$:

$$\frac{Q_0}{2}=Q_0(1-e^{-t/RC})$$

$$\frac{1}{2}=1-e^{-t/RC}\Rightarrow\frac{1}{2}=e^{-t/RC}$$

$$ln2=\frac{t}{RC}\Rightarrow t=RCln2=10^{3}.4,7.10^{-6}ln2$$

$$t=3,26.10^{-3}s=3,26ms$$

II-1-عند وضع البادلة في الوضع 2 يحدث تفريغ للمكثفة .

2- المعادلة التفاضلية : $U_C+Ri=0$

علما أن $q=CU_C$ وعليه $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$

$$U_C+RC\frac{dU_C}{dt}=0$$

3- $\frac{dU_C}{dt}=\frac{E}{RC}e^{-t/RC}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E(1-e^{-t/RC})+RC.\frac{E}{RC}e^{-t/RC}=0$$

$$E-Ee^{-t/RC}+Ee^{-t/RC}=0\Rightarrow E=0$$

إذن الحل $U_C=E(1-e^{-t/RC})$ ليس حل للمعادلة التفاضلية .

III-1- بما أن نقطة التقاطع ميل المماس عند المبدأ مع محور الأزمنة يمثل ثابت الزمن τ فإن $\tau=5ms$.

2-إن حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:

$$U_C=Ee^{-t/\tau}$$

$$\frac{dU_C}{dt}=-\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$$

$$i=C(-\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau})$$

$$=-C\frac{E}{RC}e^{-t/\tau}=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}=-I_0e^{-t/\tau}$$

- إيجاد اللحظة التي يكون عندها $i=-0,2I_0$

$$-0,2I_0=-I_0e^{-t/\tau}$$

$$0,2=e^{-t/\tau}$$

$$Ln0,2=-\frac{t}{\tau}\Rightarrow t=-\tau Ln0,2$$

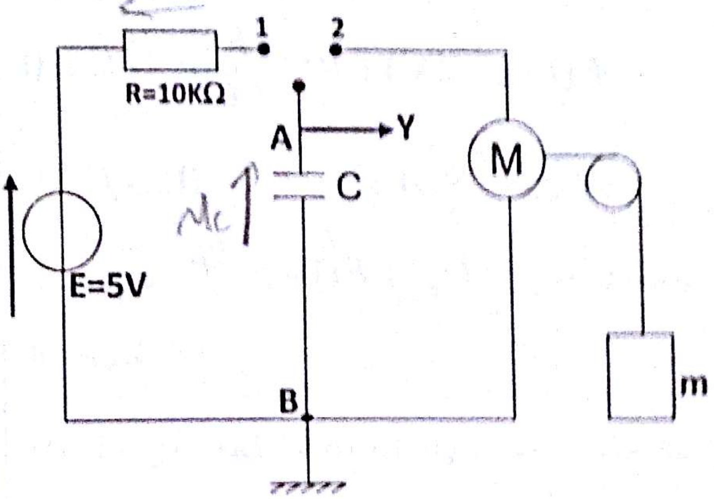
$$t=-5.10^{-3}Ln0,2=8,05.10^{-3}s$$

3- إيجاد قيمة التوتر عند اللحظة السابقة :

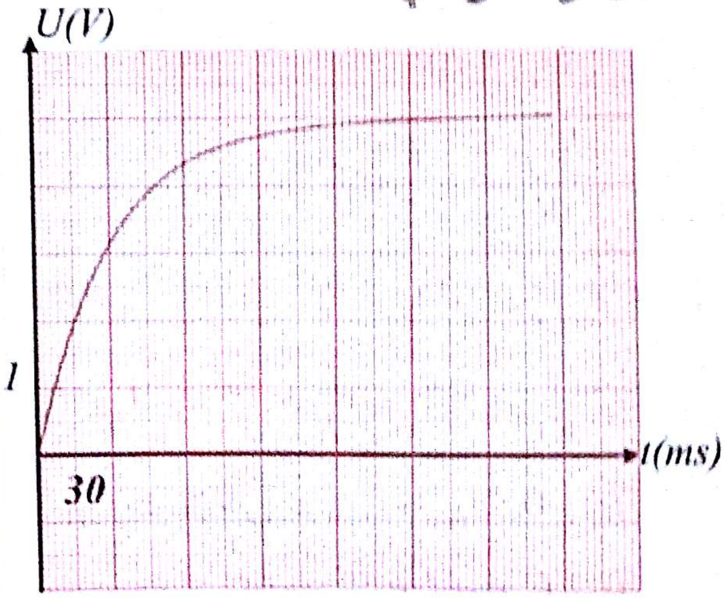
$$U_C=Ee^{-8,05.10^{-3}/5.10^{-3}}=1,2V$$

التمرين 05

I- نريد تعيين سعة مكثفة لذا نقوم بتحقيق التركيب التالي :



نضع البادلة في الوضع 1 و بمساعدة راسم الاهتزاز المهبطي نتحصل على المنحنى التالي :



1- حدد موضعي الشحنتين q و $-q$ على لبوسي المكثفة .

- ماهي العلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ ؟

- مثل على الشكل الأول التوترين U_C و U_R.

2- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها $U_C(t)$.

3- إنطلاقا من البيان بين أن سعة المكثفة تساوي $C=3\mu F$.

II- نضع البادلة في الوضع 2 فيحدث تفريغ للمكثفة يجعل المحرك M يدور و بالتالي ترتفع الكتلة m بمقدار h في مدة زمنية قدرها $18ms$، يحدث خلالها تناقص خطي في التوتر U_C نعبر عنه بالدالة $U_C=-at+b$ حيث لدينا : $U_C(0)=5V$ و $U_C(18ms)=1,4V$.

1- أوجد قيمتي a و b .

2- أوجد عبارة الشحنة $q(t)$ للمكثفة .

3- إستنتج قيمة التيار i . ماذا تلاحظ ؟

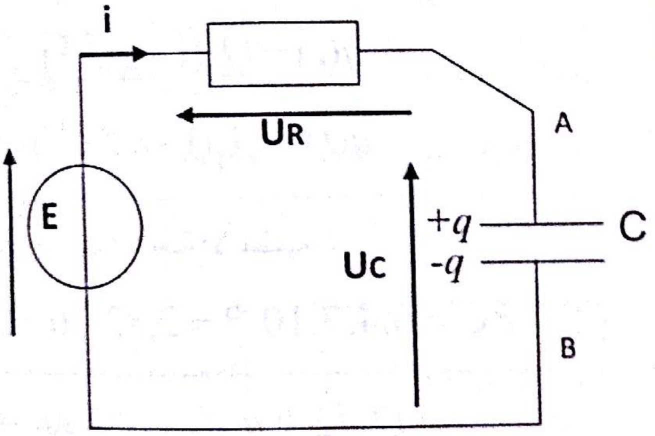
4- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .

5- أحسب الطاقة المتبقية عند اللحظة $t=18ms$.

6- إستنتج الطاقة الميكانيكية المكتسبة من طرف الكتلة m.

الحل:

I- 1-عند وضع البادلة في الوضع 1 يحدث شحن المكثفة و بالتالي تنتقل الإلكترونات من اللبوس A إلى اللبوس B أي يشحن اللبوس A بشحنة q واللبوس B بشحنة $-q$.



- العلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ هي $i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$

2- إيجاد المعادلة التفاضلية : $U_C+U_R=E$

$$U_C+Ri=E$$

$$U_C+R\frac{dq}{dt}=E$$

$$U_C+RC\frac{dU_C}{dt}=E$$

$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{RC}U_C=\frac{E}{RC}$$

3- لـ $t=\tau$ يكون $U_C=0,63E$ بعد الإسقاط نجد : $\tau=30ms$

$$\tau=RC\Rightarrow C=\frac{\tau}{R}=\frac{30.10^{-3}}{10.10^{3}}$$

$$C=3.10^{-6}F=3\mu F$$

II-1- إيجاد قيمة b :

$$U_C(0) = -a.0 + b = 5 \Rightarrow b = 5V$$

- إيجاد قيمة a : $U_C = 1,4 = -a.18.10^{-3} + 5$

$$a = 200\ V/s$$

ومنه : $U_C = -200t + 5$

2- عبارة $q(t)$: $q(t) = CU_C(t)$

$$q(t) = 3.10^{-6}(-200t + 5)$$

$$q(t) = -6.10^{-4}t + 1,5.10^{-5}$$

3- إستنتاج قيمة i :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -6.10^{-4}A = Cte$$

نلاحظ أن شدة التيار ثابتة و يسري في الإتجاه المعاكس .

4- حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة:

$$E_1(C) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}3.10^{-6}.5^2$$

$$E_1(C) = 3,75.10^{-5}\ j$$

5- حساب الطاقة المتبقية عند اللحظة $t = 18ms$:

$$E_2(C) = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2}.3.10^{-6}.1,4^2$$

$$E_2(C) = 2,94.10^{-6}\ j$$

6- الطاقة التي تفرغها المكثفة هي الطاقة الميكانيكية المكتسبة من طرف الكتلة m و بالتالي :

$$E_m = E_1(C) - E_2(C) = 3,75.10^{-5} - 2,94.10^{-6}$$

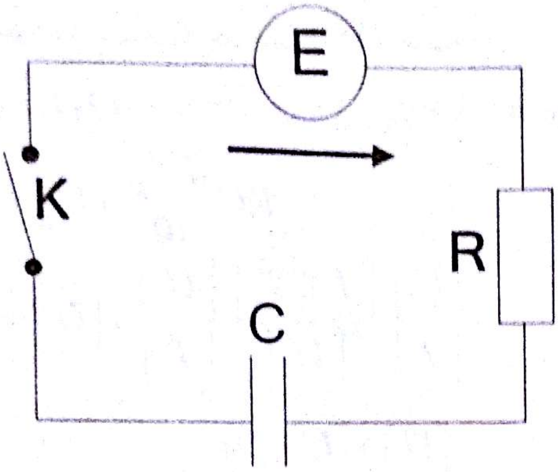
$$E_m = 3,456.10^{-5}\ j$$

التمرين 06

يتألف ثنائي قطب من ناقل أومي مقاومته $R = 1000\Omega$ و مكثفة فارغة سعتها $C = 50\mu F$.

نصله إلى قطبي مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية : $E = 12V$.

نغلق القاطعة K .



1- أحسب مدة شحن المكثفة .

2- ليكن U_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي أثناء الشحن.

إليك هاتان المعادلتان التفاضليتان .

$$\frac{dU_R}{dt} + RCU_R = 0 \quad (1)$$

$$RC\frac{dU_R}{dt} + U_R = 0 \quad (2)$$

أ- بواسطة التحليل البعدي بيّن أن إحدى هاتين المعادلتين التفاضليتين غير صحيحة .

ب- أوجد حل المعادلة التفاضلية السابقة .

جـ- مثل البيان $U_R = f(t)$ أثناء شحن المكثفة .

3- أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة $E(C)$ عند نهاية الشحن.

الحل:

1- حساب مدة الشحن :

$$t = 5\tau = 5RC = 5.10^3.50.10^{-6} \Rightarrow t = 0,25s$$

2-أ- المعادلة 1

$$\frac{dU_R}{dt} + RCU_R = 0$$

نعلم أن $R = \frac{U_R}{I}$ و $C = \frac{q}{U} = \frac{i.t}{U}$

إذن $\frac{[U]}{[T]} + \frac{[U]}{[I]}.\frac{[I][T]}{[U]}.[U] = 0$

$$\frac{[U]}{[T]} + [U].[T] = 0$$

الوحدة غير متجانسة إذن المعادلة (1) خاطئة .

- المعادلة (2)

$$RC\frac{dU_R}{dt}+U_R=0$$

$$\frac{[U]}{[I]}\cdot\frac{[I][T]}{[U]}\cdot\frac{[U]}{[T]}+[U]=0$$

$$[U]+[U]=0$$

الوحدات متجانسة إذن المعادلة (2) صحيحة

ب-حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل

$U_R=Ae^{-xt}$ حيث A و x ثابتان .

$\frac{dU_R}{dt}=-Axe^{-xt}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$RC(-Axe^{-xt})+Ae^{-xt}=0$$

$$Ae^{-xt}(-RCx+1)=0$$

$$-RCx+1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

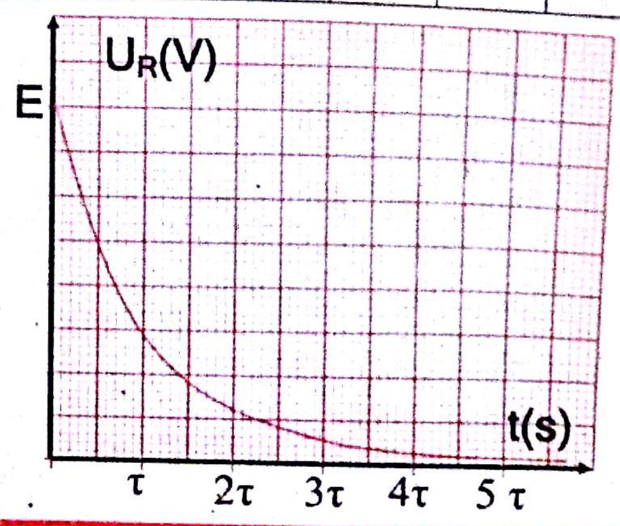
من الشروط الإبتدائية لما $t=0$ يكون

$$U_R=Ae^0=E \Rightarrow A=E$$

إذن حل المعادلة التفاضلية : $U_R=Ee^{-t/RC}$

جـ- تمثيل البيان $U_R=f(t)$:

$t(s)$	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$U_R(V)$	E	$0,37E$	$0,14E$	$0,05E$	$0,02E$	$0,01E$



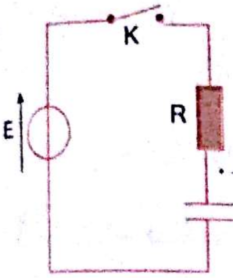
3- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة :

$$E(C)=\frac{1}{2}CE^2=\frac{1}{2}.50.10^{-6}.12^2$$

$$\Rightarrow E(C)=0,0036J$$

التمرين 07

تتكون دارة كهربائية من :



- مولد قوته المحركة E
- ناقل أومي مقاومته $R=100\Omega$.
- مكثفة سعتها C
- قاطعة K

المكثفة غير مشحونة ، نغلق القاطعة K عند لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة $t=0$.

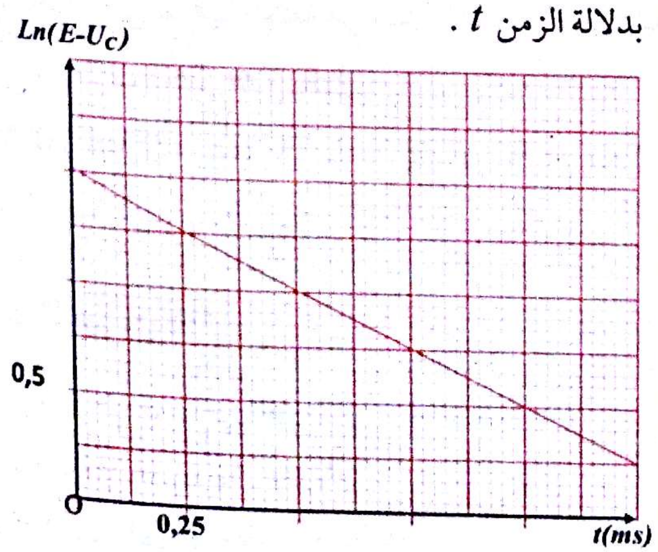
1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين طرفي المكثفة .

2- أثبت أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل:

$$U_C=A(1-e^{-t/\tau})$$

حيث A و τ ثابتان يطلب تحديد عبارتها .

3-يعطى المنحنى الممثل لتغيرات المقدار $Ln(E-U_C)$ بدلالة الزمن t .



- باستعمال البيان أوجد قيمة كل من E و τ.

4- نرمز بـ E_C للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=\tau$

و نرمز بـ E_0 للطاقة الأعظمية التي تخزنها المكثفة .

- أحسب النسبة $\frac{E_C}{E_0}$

الحل:

1-المعادلة التفاضلية للتوتر U_C :

حسب قانون جمع التوترات $U_C+U_R=E$

$$U_C+Ri=E$$

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(CU_C)}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$$

$$U_C+RC\frac{dU_C}{dt}=E$$

$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{RC}U_C=\frac{E}{RC}$$

2-حل المعادلة التفاضلية السابقة هو :

$U_C=A(1-e^{-t/\tau})$ و عليه $\frac{dU_C}{dt}=\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{1}{RC}A(1-e^{-t/\tau})=\frac{E}{RC}$$

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{A}{RC}-\frac{A}{RC}e^{-t/\tau}=\frac{E}{RC}$$

$$Ae^{-t/\tau}(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{RC})+\frac{A}{RC}=\frac{E}{RC}$$

$$\frac{1}{\tau}=\frac{1}{RC} \Rightarrow \tau=RC$$

$$\frac{A}{RC}=\frac{E}{RC} \Rightarrow A=E$$

إذن حل المعادلة التفاضلية هو $U_C=E(1-e^{-t\ RC})$

3- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $Ln(E-U_C)=at+b$ حيث a معامل التوجيه.

نظريا: $U_C=E(1-e^{-t/\tau})$

$$U_C=E-Ee^{-t/\tau}$$

$$Ee^{-t/\tau}=E-U_C$$

$$lnEe^{-t/\tau}=ln(E-U_C)$$

$$ln(E-U_C)=-\frac{t}{\tau}+lnE$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $a=-\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau=-\frac{1}{a}$

$b=1,5$ حيث $b=lnE \Rightarrow E=e^b$

و عليه $E=e^{1,5}\simeq 4,5V$

حساب معامل التوجيه :

$$a=\frac{\Delta(ln(E-U_C))}{\Delta t}=\frac{0,25-1,5}{1,25-0}=-1ms^{-1}$$

$$\tau=-\frac{1}{a}=1ms$$

4- حساب النسبة $\frac{E_C}{E_0}$

$$E(C)=\frac{1}{2}CU_C^2=\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-t/\tau})^2$$

$$E_0=\frac{1}{2}CE^2$$

$$E_C=\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-\tau/\tau})^2$$

$$=\frac{1}{2}CE^2.0,63^2=0,40\frac{1}{2}CE^2$$

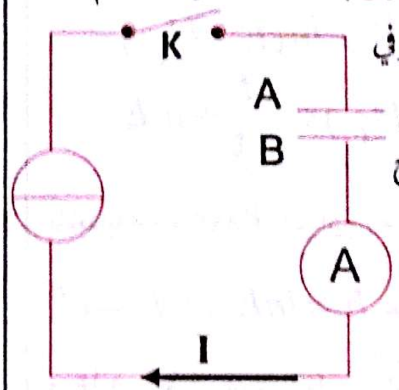
$$\frac{E_C}{E_0}=\frac{0,4\frac{1}{2}CE^2}{\frac{1}{2}CE^2}=0,4$$

التمرين 08

I-نحقق الدارة المبينة في الشكل و المكونة من مولد للتيار الثابت ، مكثفة ، آمبير متر و قاطعة .

في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة فارغة ، نغلق القاطعة K فيشير الأمبير متر إلى القيمة $I=12\mu A$.

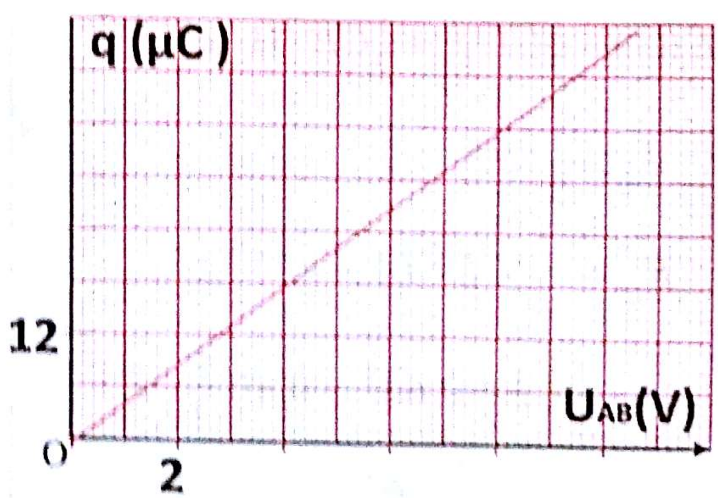
باستخدام حاسوب مجهز بقارئ بطاقات المعلومات تمّ تسجيل التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة خلال مجالات زمنية منتظمة كما هو موضح في الجدول التالي :



$t(s)$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
$U_{AB}(V)$	0	1,32	2,64	4,00	5,35	6,70	7,98	9,20	10,60

1-أذكر العلاقة التي تسمح بحساب شحنة المكثفة q بدلالة I ثم أحسب q في اللحظة $t=3,0s$.

2- المنحنى البياني التالي يمثل تغيرات شحنة المكثفة q بدلالة U_{AB}



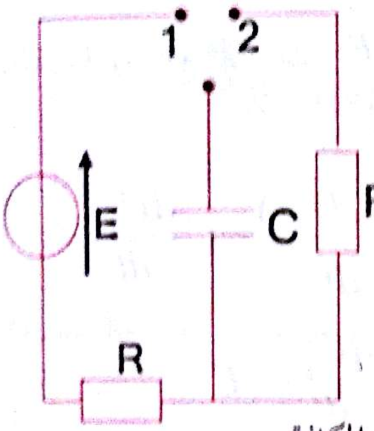
- حدّد إنطلاقا من هذا البيان قيمة سعة المكثفة المدروسة C.

3- إذا كانت قيمة السعة المشار إليها من طرف الصانع هي $C=4,7\mu F$

فهل تتفق مع القيمة المحسوبة سابقا علما أن الخطأ المسموح به هو 10% .

II- ندرس الآن شحن و تفريغ المكثفة عبر ناقل أومي بواسطة مولد للتوتر الثابت ،ولهذا الغرض حققنا التركيب التالي :

في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة فارغة، نضع البادلة في الوضع 1.



تعطى القيم التالية :

$R=255\Omega$ ، $C=4,5\mu F$ ، $R'=10K\Omega$

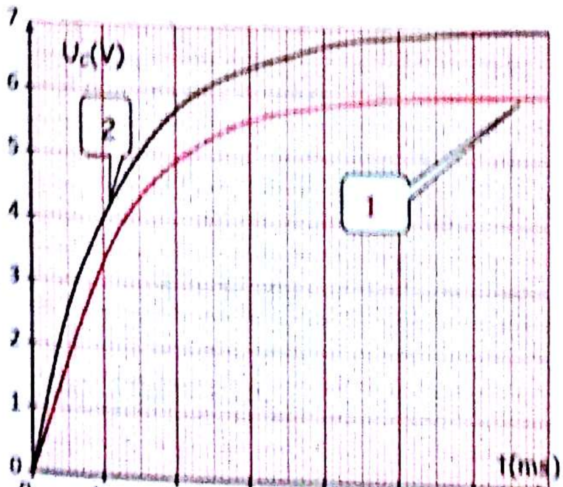
1- أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين لبوسي المكثفة أثناء عملية الشحن هي : $E=RC\dfrac{dU_C}{dt}+U_C$

2-تأكد من أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $U_C=A(1-e^{-\alpha t})$ حيث A و α ثابتين .

- بين أن : $\alpha=\dfrac{1}{RC}$ و $A=E$.

3-إنطلاقا من المنحنى رقم 1 حدد قيمة E القوة المحركة للمولد.

4-قمنا بتغيير أحد المقادير المميزة لدارة الشحن فتحصلنا على المنحنى رقم 2 ، فما هو هذا المقدار؟وما قيمته الجديدة؟



5- نضع البادلة في الوضع 2

- اذكر مع التعليل صحة أو خطأ العبارتين التاليتين :

➢ مدة تفريغ المكثفة أكبر من مدة شحنها .

➢ ثابت الزمن خلال عملية التفريغ يساوي $(R+R').C$

الحل:

I-1 -إيجاد العلاقة بين q و I

$$i=\frac{dq}{dt} \Rightarrow dq=i.dt$$

إذا كان التيار ثابتا فإن : $q=I.t$ حيث q شحنة كل لبوس بعد مرور تيار خلال الزمن t.

- حساب q: $q=10^{-6}.12.3=3,6.10^{-5}C$

2- المنحنى $q=f(U_{AB})$ عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل $q=aU_{AB}$ حيث a معامل التوجيه.

بالمطابقة مع العلاقة $q=CU_{AB}$ نجد $a=C$

حساب معامل التوجيه :

$$a=\frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}}=\frac{3.12.10^{-6}}{4.2}=4,5.10^{-6}F=4,5\mu F$$

3- حساب الإرتياب المطلق :

$$\frac{\Delta C}{C}=0,1 \Rightarrow \Delta C=0,1C$$

$$=0,1.4,7=0,47\simeq 0,5\mu F$$

$$4,7-0,5\le C\le 4,7+0,5$$

$$4,2\mu F\le C\le 5,2\mu F$$

القيمة المحسوبة سابقا توجد داخل هذا المجال ، إذن القيمة المشار إليها تتفق مع القيمة الحسابية .

II-1- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات : $U_R+U_C=E$

$$Ri+U_C=E$$

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(CU_C)}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$$

$$RC\frac{dU_C}{dt}+U_C=E$$

2- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$$U_C=A(1-e^{-\alpha t})$$

$$\frac{dU_C}{dt}=A\alpha e^{-\alpha t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$RC.A\alpha e^{-\alpha t}+A(1-e^{-\alpha t})=E$$

$$RC.A\alpha e^{-\alpha t}+A-Ae^{-\alpha t}=E$$

$$Ae^{-\alpha t}(RC.\alpha-1)+A=E$$

$$\begin{cases}A=E\\RC\alpha-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=E\\\alpha=\frac{1}{RC}\end{cases}$$

3- من البيان 1 : $E=6V$.

4- من البيان 2 : المقدار الذي تغير هو القوة المحركة للمولد E حيث أصبحت $E=7V$

5- مدة تفريغ المكثفة أكبر من مدة شحنها لأن : $R' \rangle R$

$$R'C>RC \longrightarrow \tau'>\tau \longrightarrow 5\tau'>5\tau$$

➢ ثابت الزمن خلال عملية التفريغ هو $\tau'=5R'C$

لأن دارة التفريغ تشمل الناقل الأومي R' فقط.

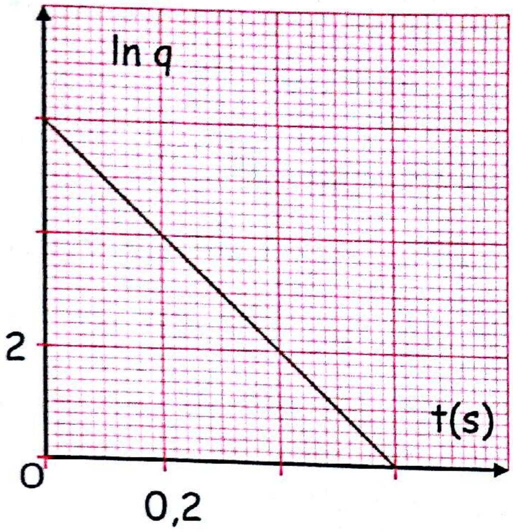
التمرين 09

شحنت مكثفة تماما تحت توتر 12V فكانت شحنتها Q_0. نربطها مع ناقل أومي مقاومته R وعند اللحظة t=0 نغلق القاطعة.

1- اعط شكلا تخطيطيا للدارة موضحا إتجاه التيار و التوتر بين طرفي المكثفة و الناقل الأومي.

2- أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q ثم بيّن أن حلها هو $q(t)=Q_0e^{-t/RC}$.

3- نمثل في الشكل المقابل المنحنى $\ln q=f(t)$ حيث q مقاسة بـ μC .



أ- أحسب سعة المكثفة C .

ب-أحسب مقاومة الناقل الأومي R.

جـ- أحسب مدة تفريغ المكثفة.

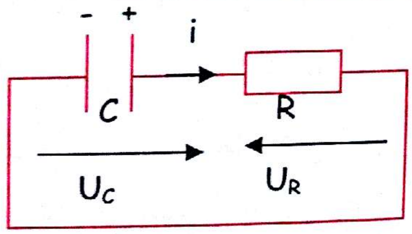
4-أ- أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t=0 .

ب- ما هو زمن تناقص الطاقة إلى النصف؟

جـ- على أي شكل تُصرف الطاقة المخزنة في المكثفة؟

الحل:

1- مخطط الدارة:



2- إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة q :

نعلم أن $U_C = \frac{q}{C}$ إذن: $q = CU_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$

حسب قانون جمع التوترات: $U_C+Ri=0$

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

إثبات أن حلها من الشكل: $q(t)=Q_0e^{-t/RC}$.

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC}e^{-t/RC}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\frac{Q_0}{RC}e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}Q_0e^{-t/RC} = 0$$

علاقة محققة إذن: $q(t)=Q_0e^{-t/RC}$

3-أ- حساب سعة المكثفة C:

المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $\ln q=at+b$ حيث a معامل التوجيه.

من العلاقة النظرية: $q=Q_0e^{-t/RC} \rightarrow \ln q = \ln Q_0 - \frac{t}{RC}$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد $b=\ln Q_0$ و $a = -\frac{1}{RC}$

من البيان: $b=6=\ln Q_0 \quad \rightarrow \quad Q_0=e^6=403,4\mu C$

$$Q_0=CE \rightarrow C=\frac{Q_0}{E}=\frac{403,4.10^{-6}}{12}=3,36.10^{-5}F$$

ب- حساب مقاومة الناقل الأومي:

حساب معامل التوجيه: $a = \frac{\Delta \ln q}{\Delta t} = -\frac{6}{0,6} = -10s^{-1}$

$$a=-\frac{1}{RC} \Rightarrow R=-\frac{1}{aC}=-\frac{1}{(-10).3,36.10^{-5}} = 2976,2\Omega$$

جـ- حساب مدة تفريغ المكثفة:

$$a = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-10)} = 0,1s$$

مدة التفريغ: $t=5\tau=5.0,1=0,5s$

4-أ- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t=0

$$E_0 = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}3,36.10^{-5}.12^2 = 2,4.10^{-3}j$$

ب- زمن تناقص الطاقة إلى النصف:

$$E(C) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2e^{-2t/\tau}}{C} = \frac{1}{2}\frac{C^2E^2e^{-2t/\tau}}{C}$$

$$E(C) = \frac{1}{2}CE^2e^{-2t/\tau} = E_0e^{-2t/\tau}$$

عند اللحظة $t_{1/2}$ يكون $E(C) = \frac{E_0}{2}$ و بالتالي:

$$\frac{E_0}{2} = E_0e^{-2t_{1/2}/\tau} \longrightarrow \ln 2 = 2\frac{t_{1/2}}{\tau}$$

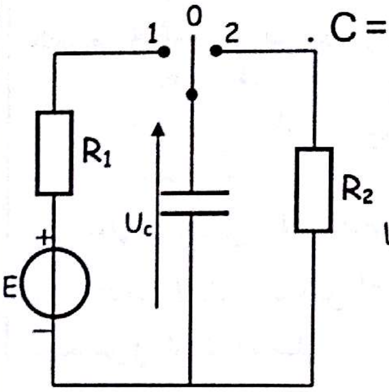
$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2 = \frac{0,1}{2}\ln 2 = 0,035s$$

جـ- تصرف الطاقة المخزنة في المكثفة على شكل حرارة بفعل جول في الناقل الأومي و أسلاك التوصيل.

التمرين 10

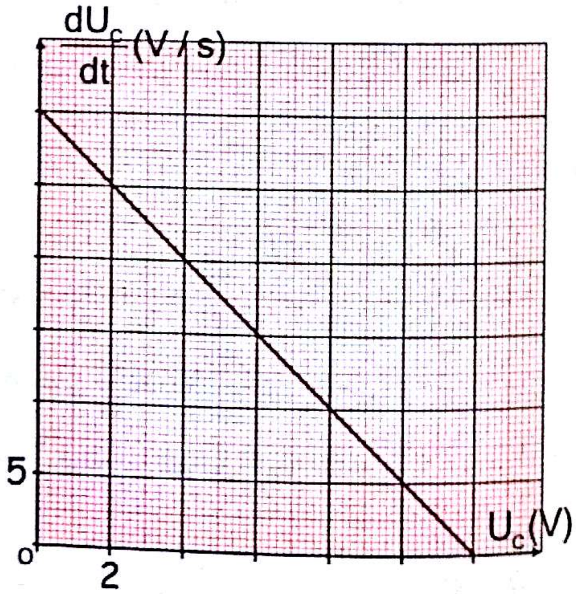
نحقق التركيب التجريبي الممثل في الشكل المقابل بواسطة العناصر التالية :

- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفة سعتها $C = 40\mu F$.
- مقاومة R_1 مجهولة ،
- مقاومة $R_2 = 22K\Omega$
- بادلة K يمكن وضعها في الوضع (1) أو (2).



1- نضع البادلة K في الوضع (1) لمدة $t = 1min$ بدءً من اللحظة الزمنية $t = 0s$ التي تكون فيها المكثفة غير مشحونة ، و خلال هذه المدة قمنا بمتابعة التوتر بين طرفي المكثفة $U_c(t)$ ثم رسمنا البيان $\frac{dU_c}{dt} = f(U_c)$.

أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $U_c(t)$.



2- أكتب المعادلة الرياضية للبيان ثم أوجد كل من ثابت الزمن τ_1 للدارة ، القوة المحركة الكهربائية E للمولد و قيمة المقاومة R_1.

3-هل المدة السابقة $t=1min$ كافية لشحن المكثفة نهائيا ؟

نضع البادلة في الوضع (2).

أ- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الشحنة $q(t)$.

ب- تحقق أن حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل $q(t) = q_0.e^{-t/R_2C}$ حيث q_0 الشحنة العظمى للمكثفة .

جـ-علما أن ثابت الزمن للدارة في هذه الحالة هو τ_2 .

أحسب قيمته ثم أرسم البيان $q = g(t)$ محددا قيمة q_0 .

د- أكتب عبارة شدة التيار $i(t)$ المار بالدارة في هذه الحالة ، ثم أرسم البيان $i(t)$ محددا قيمته العظمى I_0 .

الحل:

1-حسب قانون جمع التوترات: $E = U_{R_1} + U_C$

$$E=R_1.i+U_C$$

نعلم أن $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_c)}{dt} = C\frac{dU_c}{dt}$

و منه $E=R_1.C\frac{dU_c}{dt}+U_c \rightarrow \frac{dU_c}{dt}+\frac{1}{R_1.C}U_c=\frac{E}{R_1.C}$

2-المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $\frac{dU_c}{dt} = AU_c + B$ حيث A معامل التوجيه.

يمكن كتابة المعادلة التفاضلية على الشكل:

$$\frac{dU_c}{dt} = -\frac{1}{R_1.C}U_c + \frac{E}{R_1.C}$$

بالمطابقة مع المعادلة البيانية نجد: $A = -\frac{1}{R_1.C} = -\frac{1}{\tau_1}$

و $B = \frac{E}{R_1.C} = \frac{E}{\tau_1}$

حساب معامل التوجيه: $A = \frac{0-6.5}{2.6-0} = -2,5s^{-1}$

حساب τ_1 : $\tau_1 = -\frac{1}{A} = -\frac{1}{-2,5} = 0,4s$

حساب E : $E = B.\tau_1 = 30.0,4 = 12V$

حساب R_1 : $R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{0,4}{40.10^{-6}} = 10000\Omega$

3- مدة شحن المكثفة هي: $t=5\tau_1=5.0,4=2s$

إذن 1 min كافية لشحن المكثفة نهائيا.

أ- المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q: $U_C+R_2.i=0$

$$\frac{q}{C}+R_2\frac{dq}{dt}=0$$

$$\frac{dq}{dt}+\frac{1}{R_2.C}q=0$$

ب- التحقق من حل المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dq}{dt}=-\frac{q_0}{R_2C}e^{-t/R_2C}$$

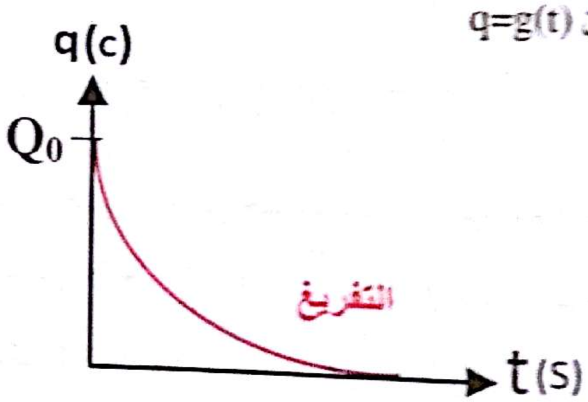
نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\frac{q_0}{R_2C}e^{-t/R_2C}+\frac{1}{R_2C}q_0e^{-t/R_2C}=0$$ علاقة محققة

جـ- حساب τ_2:

$$\tau_2=R_2C=22.10^3.40.10^{-6}=0,88s$$

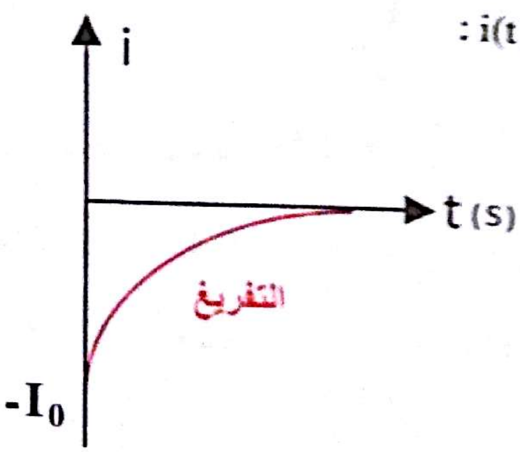
البيان q=g(t)



د- عبارة شدة التيار هي:

$$i=\frac{dq}{dt}=-\frac{q_0}{R_2C}e^{-t/R_2C}=-\frac{CE}{R_2C}e^{-t/R_2C}=-I_0e^{-t/R_2C}$$

البيان i(t):



المعادلات التفاضلية

شحن مكثفة

المعادلة التفاضلية بدلالة U_C: $U_C+U_R=E$

$$U_C+Ri(t)=E$$

علما أن: $i(t)=\frac{dq}{dt}$

$$q(t)=CU_C\Rightarrow\frac{dq}{dt}=C\frac{dU_C}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نجد: $U_C+RC\frac{dU_C}{dt}=E$

$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{RC}U_C=\frac{E}{RC}$$

حل المعادلة التفاضلية:

يكون حلها من الشكل: $U_C(t)=Ae^{-xt}+B$

لايجاد الثوابت B، x نشتق الحل: $\frac{dU_C}{dt}=-Axe^{-xt}$

ثم نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-Axe^{-xt}+\frac{1}{RC}(Ae^{-xt}+B)=\frac{E}{RC}$$

ومنه: $-Axe^{-xt}+\frac{1}{RC}Ae^{-xt}=0\Rightarrow x=\frac{1}{RC}$

$$\frac{1}{RC}B-\frac{E}{RC}=0\Rightarrow B=E$$

أما A فيحدد من الشروط الإبتدائية:

عند $t=0$ يكون $U_C=0$ ومنه:

$$0=Ae^{-x\times0}+B\Rightarrow A=-B=-E$$

إذن حل هذه المعادلة هو: $U_C=E(1-e^{\frac{-1}{RC}t})$

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i: $U_C+U_R=E$

$$\frac{dU_C}{dt}+\frac{dU_R}{dt}=0$$

علما أن: $U_C=\frac{q}{C}\Rightarrow\frac{dU_C}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}=\frac{1}{C}i(t)$

وكذلك: $U_R=Ri\Rightarrow\frac{dU_R}{dt}=R\frac{di}{dt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد: $\frac{1}{C}i(t)+R\frac{di}{dt}=0$

$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0$$

حل المعادلة التفاضلية: حلهامن الشكل: $i(t)=Ae^{-xt}$

بالاشتقاق نجد: $\frac{di}{dt}=-Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $-Axe^{-xt}+\frac{1}{RC}Ae^{-xt}=0\Rightarrow x=\frac{1}{RC}$

نحدد A من الشروط الإبتدائية : عند $t=0$ يكون $i(t)=I_0$ ومنه:

$$I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = I_0$$

الحل هو : $i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_R: $U_C + U_R = E$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

علما ان : $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$

$\frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \times \frac{U_R}{R}$ ومنه: $U_R = Ri \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$

نعوض في المعادلة السابقة : $\frac{1}{RC}U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0$

حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل : $U_R = Ae^{-xt}$

بالاشتقاق نجد : $\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

من الشروط الإبتدائية ،عند $t=0$ يكون $U_R = E$ ومنه :

$$E = Ae^0 \Rightarrow A = E$$

اذن حل هذه المعادلة من الشكل : $U_R = Ee^{-\frac{1}{RC}t} = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$

تفريغ المكثفة

المعادلة التفاضلية بدلالة U_C $U_C + U_R = 0$

$$U_C + Ri(t) = 0 \quad / \quad i(t) = \frac{dq}{dt}$$

علما أن : $q(t) = CU_C \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$

بالتعويض نكتب : $U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = 0$$

حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل : $U_C(t) = Ae^{-xt}$

نشتق الحل : $\frac{dU_C}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

نحدد A من الشروط الإبتدائية :

عند $t=0$ يكون $U_C = E$ ومنه : $E = Ae^0 \Rightarrow A = E$

اذن الحل هو : $U_C = Ee^{-\frac{1}{RC}t} = Ee^{-\frac{1}{\tau}t}$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_R: $U_C + U_R = 0$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$$

$$U_R = Ri \Rightarrow i = \frac{U_R}{R} \quad / \quad \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \times \frac{U_R}{R}$$

وعليه تكتب المعادلة السابقة على الشكل : $\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = 0$

حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل : $U_R = Ae^{-xt}$

بالاشتقاق نكتب : $\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

نحدد A من الشروط الإبتدائية :

عند $t=0$ يكون $U_R = -E$ ومنه : $-E = Ae^0 \Rightarrow A = -E$

اذن الحل هو : $U_R = -Ee^{-\frac{1}{RC}t}$

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i : $U_C + U_R = 0$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

علما أن : $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$

وكذلك : $U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R\frac{di}{dt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $\frac{1}{C}i(t) + R\frac{di}{dt} = 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i(t) = 0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حلها من الشكل : $i(t) = Ae^{-xt}$

بالاشتقاق نكتب : $\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC}Ae^{-xt} = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

نحدد A من الشروط الإبتدائية : عند $t=0$ تكون $i(t) = -I_0$

ومنه $-I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = -I_0$

اذن الحل هو : $i(t) = -I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$

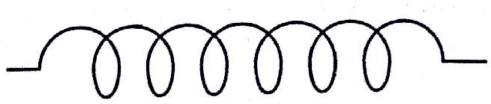
الجزء 2

ثنائي القطب

RL

1- الوشيعة:

تعريف الوشيعة: هي ثنائي قطب يتكون من سلك ناقل ملفوف مغطى بطبقة عازلة و يرمز لها بالرمز



حيث r : المقاومة الداخلية للو شيعة.

L : ذاتية الو شيعة وحدتها هنري H.

في حالة وشيعة صافية تكون: r = 0

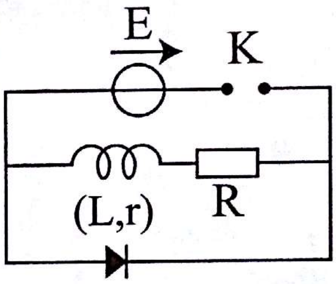
خصائص الوشيعة: تمانع الوشيعة لوقت قصير ظهور التيار في الدارة الكهربائية عند المرور فيها كما أن قطع التيار المفاجئ عن الوشيعة يجعلها تتحرض ذاتيا لتعطي تيارا أكبر.

عبارة التوتر بين طرفي الو شيعة:

يعطي بالعبارة التالية: $U_L = ri + L\frac{di}{dt}$

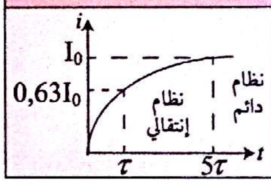
وفي حالة وشيعة صافية $U_L = L\frac{di}{dt}$

2- ثنائي القطب RL:



تعريف: ثنائي القطب RL هو جزء من دارة كهربائية تحتوي على وشيعة (L,r) وناقل أومي مقاومة R.

الحالة 1 : نغلق القاطعة

المعادلة التفاضلية	حل المعادلة التفاضلية	البيان
$\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{1}{\tau}I_0$ حيث: $\tau=\frac{L}{R+r}$	$i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث : $I_0=\frac{E}{R+r}$	

التحليل البعدي:

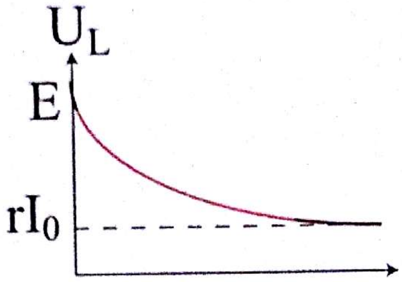
$$\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{L}{R_T}\rightarrow[\tau]=\frac{[L]}{[R_T]} \quad \cdots\cdots ❶$$

$$[R]=\frac{[U]}{[I]} \text{ : إذن } U_R=Ri\Rightarrow R=\frac{U_R}{i}$$

$$[L]=\frac{[T]}{[I]}.[U] \text{ : إذن } U_L=L\frac{di}{dt}\rightarrow L=\frac{dt}{di}U_L$$

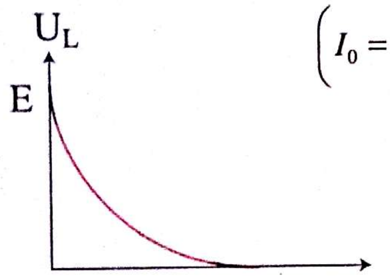
نعوض في العلاقة ❶ $[\tau]=\frac{[T]}{[I]}.\frac{[U].[I]}{[U]}=[T]$

عبارة U_L : $U_L=rI_0+RI_0e^{-t/\tau}$

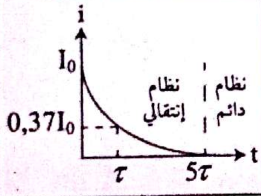


في حالة وشيعة صافية: $U_L=RI_0e^{-t/\tau}=Ee^{-t/\tau}$

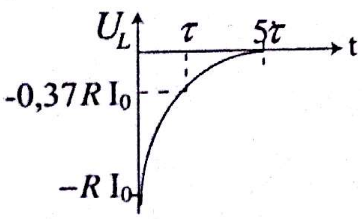
حيث: $\left(I_0=\frac{E}{R}\right)$



الحالة 2 : نفتح القاطعة

المعادلة التفاضلية	حل المعادلة التفاضلية	البيان
$\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=0$ حيث: $\tau=\frac{L}{R+r}$	$i(t)=I_0e^{-t/\tau}$ حيث : $I_0=\frac{E}{R+r}$	

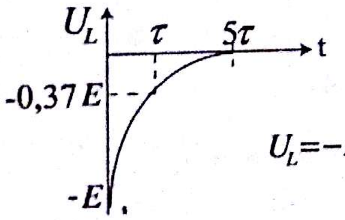
عبارة U_L : $U_L=-RI_0e^{-t/\tau}$



في حالة وشيعة صافية:

$U_L=-RI_0e^{-t/\tau}=-Ee^{-t/\tau}$

$\left(I_0=\frac{E}{R}\right)$



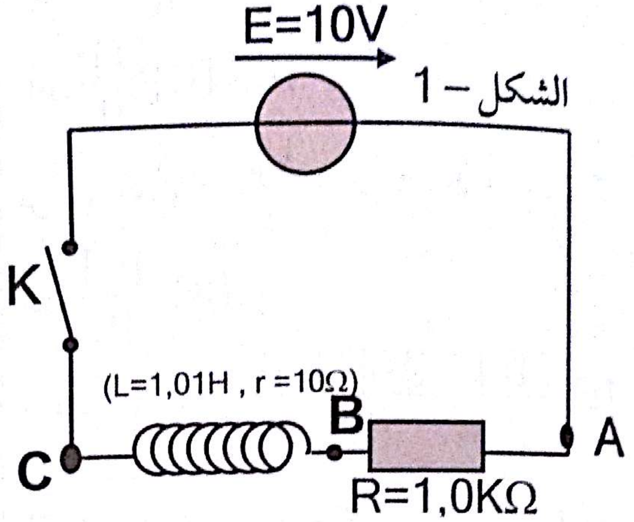
3- عبارة الطاقة المخزنة في وشيعة.

تعطي بالعلاقة التالية: $E(L)=\frac{1}{2}Li^2$ وتقدر بـ : joule

قسم
التمارين

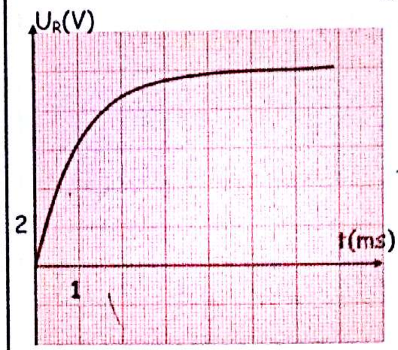
التمرين 01

I- نحقق الدارة الموضحة في الشكل – 1 –



الشكل – 1

نغلق القاطعة في اللحظة $t=0$ و نسجل تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي R بدلالة الزمن فنحصل على التسجيل المبين في الشكل – 2 –



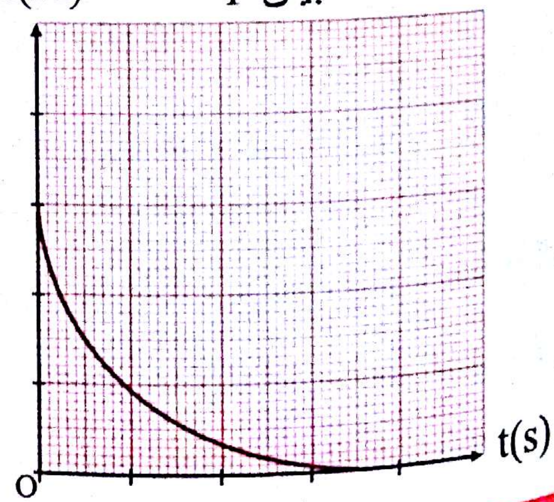
– الشكل – 2

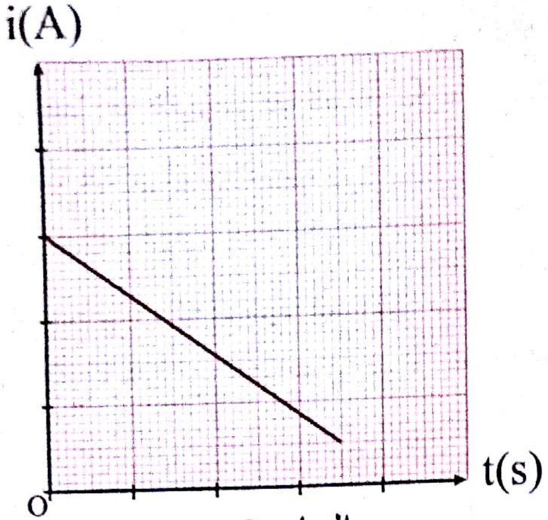
1- حدد كيف نربط راسم الإهتزاز المهبطي للحصول على الشكل-2-

2- بعد غلق القاطعة تتغير شدة التيار i بدلالة الزمن t .

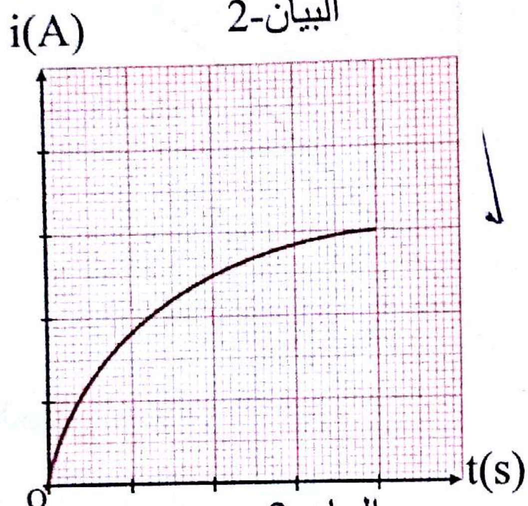
- ماهو البيان الموافق لـ $i=f(t)$ من بين البيانات المقترحة سابقا ؟

البيان-1

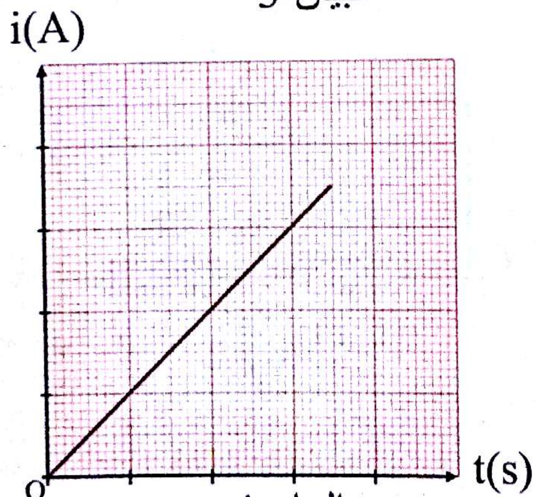




البيان-2



البيان-3



البيان-4

3- ماهو تأثير الوشيعة على التيار بعد غلق التيار ؟

4- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة i .

5- أكتب عبارة τ واستنتج أن له بعد زمني .

II- 1- إنطلاقا من الشكل-2- عين قيمة τ .

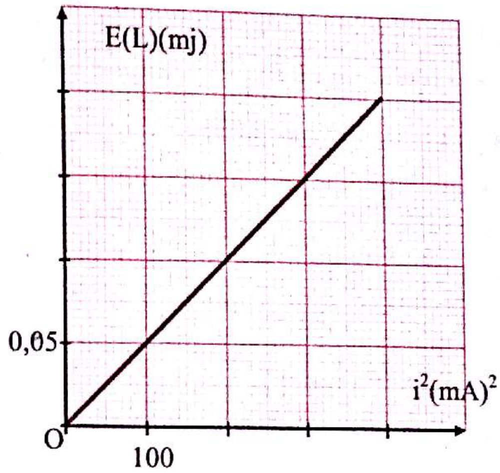
2- إستنتج قيمة L ذاتية الوشيعة و قارنها مع القيمة المعطاة.

III-باستعمال نفس الدارة و من أجل عدة قيم مختلفة لشدة التيار نحصل على القيم الموافقة للطاقة المخزنة في الوشيعة في كل حالة ممثلة في البيان المقابل :

أ- أكتب العبارة البيانية .

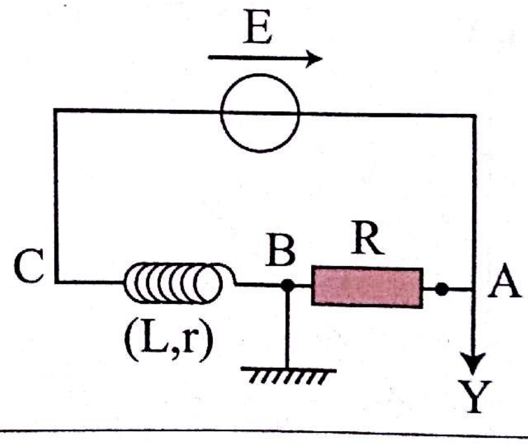
ب- إستنتج قيمة ذاتية الوشيعة المستعملة .

هل هذه القيمة تتفق مع المعطيات في حدود أخطاء التجربة؟



الحل:

I-1- ربط راسم الإهتزاز المهبطي :



2- البيان الموافق لـ $i=f(t)$ هو البيان- 3 -

لأن $U_R=Ri$ هناك تناسب طردي بين $i(t)$ و $U_R(t)$

3- بعد غلق القاطعة تمانع الوشيعة لوقت قصير مرور التيار في الدارة.

4- كتابة المعادلة التفاضلية :

$$E=(R+r)i+L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt}+(\frac{R+r}{L})i=\frac{E}{L}$$

5-عبارة ثابت الزمن τ : $\tau=\frac{L}{R+r}$

نعلم أن : $U=L\frac{di}{dt}\Rightarrow L=U\frac{dt}{di}$

إذن : $[L]=[U]\frac{[T]}{[I]}$

من جهة أخرى : $U_R=Ri\Rightarrow R=\frac{U_R}{i}$

إذن : $[R]=\frac{[U]}{[I]}$

و عليه : $[\tau]=\frac{[L]}{[R]}=\frac{[U][T]}{[I]}.\frac{[I]}{[U]}=[T]$

II-1- عند اللحظة t=τ يكون $U_R=0,63U_{R\max}$

بعد الإسقاط على البيان نجد : $\tau=1ms$

2- حساب ذاتية الوشيعة :

$$L=\tau(R+r)=10^{-3}(10^3+10)$$

$$L=1,01H$$

و هي توافق القيمة المعطاة في حدود أخطاء التجربة

III- أ- العبارة البيانية : $E(L)=f(i^2)$

عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ عبارته الرياضية من الشكل : $E(L)=a.i^2$ حيث a معامل التوجيه.

حساب معامل التوجيه: $a=\frac{\Delta E(L)}{\Delta i^2}$

$$=\frac{0,05.10^{-3}-0}{100.10^{-6}-0}=0,50j/A^2$$

و منه $E(L)=0,50i^2$............(1)

ب- حساب ذاتية الوشيعة المستعملة:

نظريا لدينا $E(L)=\frac{1}{2}.L.i^2$............(2)

من (1)و(2) نجد $\frac{1}{2}L=0,50\Rightarrow L=1,00H$

و هي تتفق مع المعطيات في حدود أخطاء التجربة .

التمرين 02

نريد معرفة خصائص وشيعة أي قيمة مقاومتها الداخلية r وذاتيتها L .

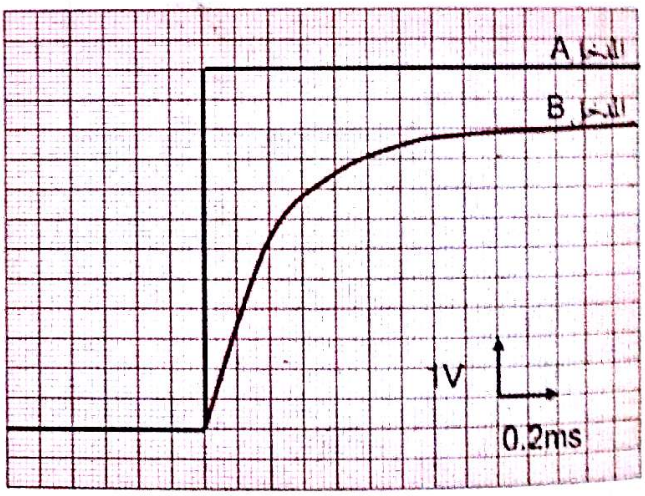
من أجل ذلك نحقق دارة على التسلسل تحتوي على :

وشيعة (L,r) ، ناقل أومي مقاومته $R=50\Omega$ ، قاطعة K ، مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية $E=6V$ ،نستعمل راسم إهتزاز مهبطي مزود بذاكرة لمشاهدة التوترين بين طرفي المولد وبين طرفي المقاومة في آن واحد .

بعد غلق القاطعة نتحصل على المنحنيين في الشكل المقابل:

1- أرسم مخطط الدارة ، وبين كيفية توصيلها براسم الإهتزاز المهبطي .

2- أرفق كل منحنى بالتوتر الموافق له .



3- ماهو التوتر الذي يسمح بمعرفة شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة ؟

- إستنتج قيمته في النظام الدائم ؟

4- أكتب عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة : i و L و r .

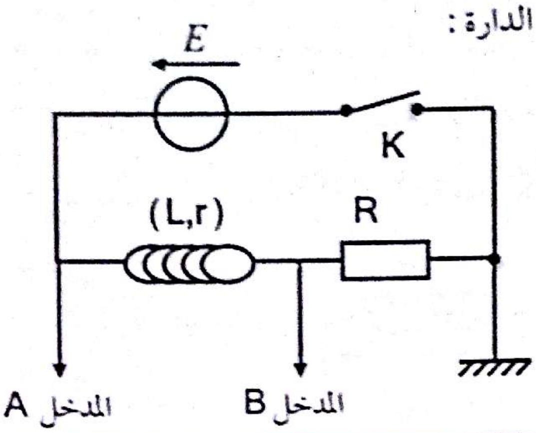
5- بالإستعانة بالمنحنيين و قانون جمع التوترات ، إستنتج قيمة r .

6- إنطلاقا من أحد المنحنيين إستنتج قيمة ثابت الزمن τ .

7- إستنتج قيمة الذاتية L .

الحل:

1- مخطط الدارة :



2- التوتر بين طرفي المولد ثابت إذن المدخل A يمثل التوتر بين طرفي المولد و منحنى المدخل B يمثل التوتر بين طرفي المقاومة .

3- التوتر الذي يسمح بمعرفة شدة التيار المار في الدارة هو التوتر بين طرفي المقاومة لأن $U_R=Ri(t)$

- حساب I_0 : $U_{R\max}=5V=RI_0$

$$I_0=\frac{U_{R\max}}{R}=\frac{5}{50}\Rightarrow I_0=0{,}1A$$

4- عبارة التوتر U_L : $U_L=ri+L\frac{di}{dt}$

5- حساب r : عند النظام الدائم $E=(r+R).I_0$

$$\frac{E}{I_0}=(r+R)\Rightarrow$$

$$r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{6}{0{,}1}-50\Rightarrow r=10\,\Omega$$

6- إيجاد τ : لما $t=\tau$ يكون $U_R=0{,}63U_{R\max}$

$$\tau=0{,}2ms=2.10^{-4}s$$

7- حساب L : $\tau=\frac{L}{(R+r)}\Rightarrow L=\tau.(R+r)$

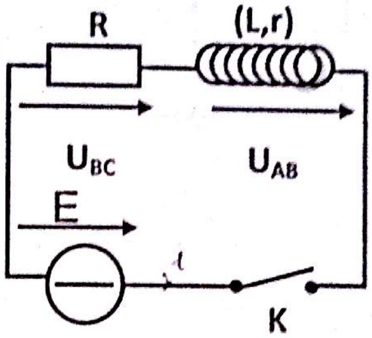
$$\Rightarrow L=2.10^{-4}(10+50)$$

$$\Rightarrow L=0{,}012H$$

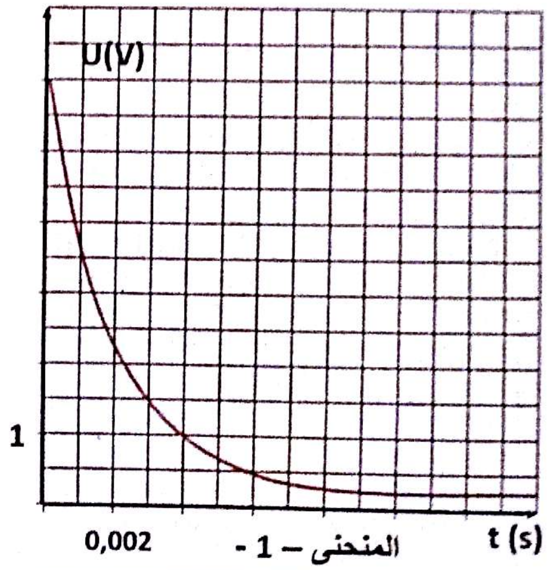
التمرين 03

دارة كهربائية تحتوي على مولد للتيار المستمر قوته المحركة الكهربائية E وناقل أومي مقاومته $R=200\Omega$ ووشيعة ذاتيتها L و مقاومتها $r=10\Omega$ وقاطعة K .

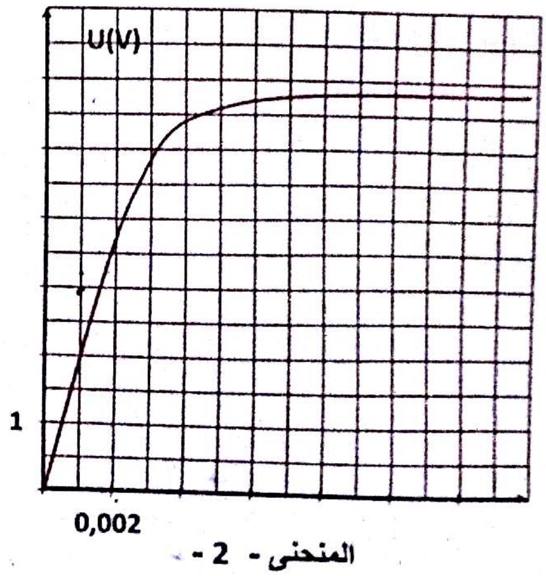
توصل هذه الأجهزة على التسلسل كما هو مبين في الشكل التالي :



نغلق القاطعة عند اللحظة $t=0$ و بواسطة راسم الإهتزاز المهبطي نحصل على المنحنى 1 و المنحنى 2.



المنحنى – 1 -



المنحنى - 2 -

1- عين إتجاه التيار في الدارة .

2- باستعمال قانون جمع التوترات ،حدد عبارة التيار المار بالدارة في النظام الدائم ثم أحسب شدته.

3- إربط كل منحنى بالتوترين U_{AB} و U_{BC} مع التبرير .

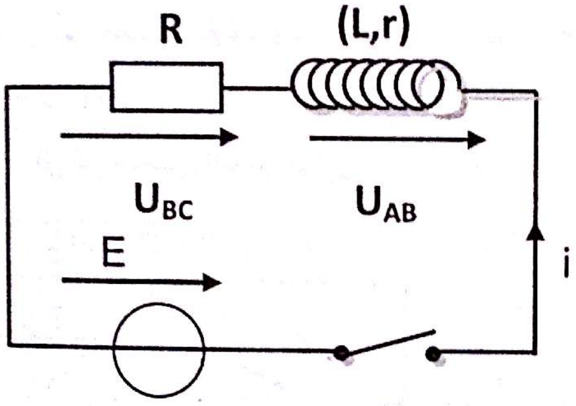
4- باستعمال أحد المنحنيين أوجد قيمة شدة التيار من جديد .

5- أحسب ثابت الزمن τ للدارة .

6- أحسب ذاتية الوشيعة .

الحل:

1- تعيين إتجاه التيار في الدارة:



2- عبارة التيار المار بالدارة في النظام الدائم:

$$E=U_{AB}+U_{BC}$$

$$E=r.i(t)+L\frac{di(t)}{dt}+R.i(t)$$

$$E=(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}$$

في النظام الدائم $\frac{di(t)}{dt}=0$

$$E=(R+r)I_o \Rightarrow I_o=\frac{E}{(R+r)}=\frac{6}{(200+10)}$$

$$\Rightarrow I_o=0{,}0285A=28{,}5mA$$

3- المنحنى 1 يوافق U_{AB} لأن التوتر بين طرفي الوشيعة يكون أعظميا عند $t=0$.

المنحنى 2 يوافق U_{BC} لأنه عند $t=0$ تكون $i(t)=0$

تمانع الوشيعة مرور التيار في الدارة لوقت قصيرا .

ومنه التوتر بين طرفي الناقل الأومي معدوم .

4- حساب الشدة : من المنحنى 2 نجد :

$$U_{BCmax}=RI_o \Rightarrow I_o=\frac{U_{BCmax}}{R}=\frac{5,7}{200}$$

$$\Rightarrow I_o=0,0285A=28,5mA$$

5- حساب ثابت الزمن τ :

عند $t=\tau$ يكون $U_{BC}=0,63U_{BCmax}$

$$=0,63.5,7=3,6V$$

بالإسقاط على محور الأزمنة نجد: $\tau=0,002s=2ms$

6- حساب ذاتية الوشيعة :

$$\tau=\frac{L}{(R+r)} \Rightarrow L=\tau.(R+r)$$

$$L=0,002.(200+10)$$

$$L=0,42H$$

التمرين 04

تحتوي دارة على التسلسل على ناقل أومي مقاومته R ،

مولد للتوتر الثابت قوته المحركة E

وشيعة مقاومتها الداخلية r و ذاتيتها L ، قاطعة K .

I- نغلق القاطعة :

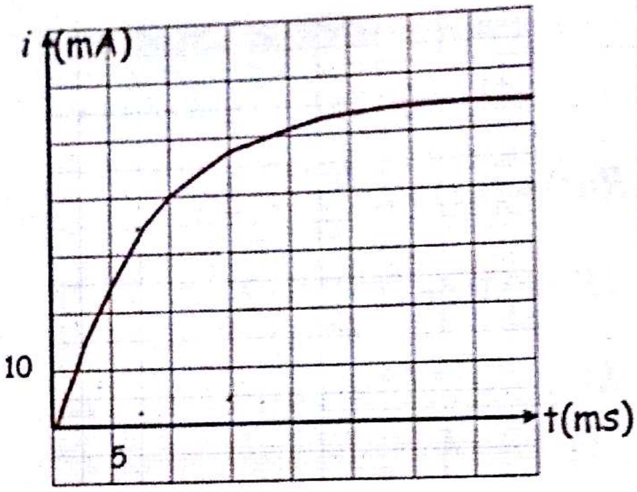
1- مثل الدارة الكهربائية ووضح عليه التوترات U_R و U_L واتجاه التيار i .

2- كيف تتصرف الوشيعة عند ظهور التيار في الدارة ؟

3- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة التي تحققها شدة التيار $i(t)$، وبين أن حلها يعطى بالعلاقة $i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$

- يطلب تحديد عبارة I_0 و τ .

4- يعطى لك البيان المقابل :



- أوجد شدة التيار في النظام الدائم .

5- تتغير شدة التيار من القيمة 10% من القيمة I_0 إلى 90% من القيمة I_0 خلال مجال زمني $\Delta t=2,2\tau$

أ- حدد قيمة ثابت الزمن τ .

ب- إذا كانت مقاومة الدارة 32Ω ، إستنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

II- نفتح القاطعة :

1- أوجد عبارة التيار $i(t)$ اللحظية .

2- أوجد العبارة الحرفية للطاقة المغناطيسية في الوشيعة .

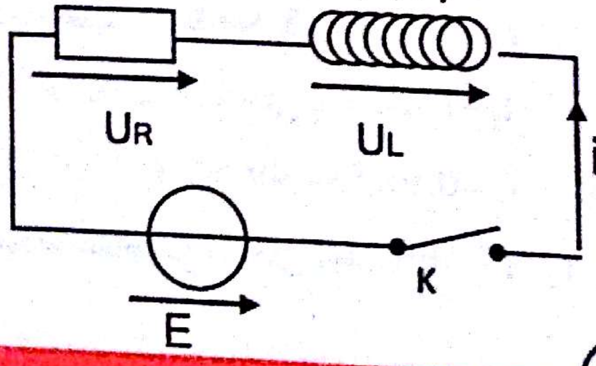
3- أكمل الجدول التالي ثم مثل المنحنى $E(L)=f(t)$

t	0	$\tau/2$	τ	$3\tau/2$	2τ	$5\tau/2$	3τ
$E(L)$							

4- أوجد زمن تناقص الطاقة إلى النصف بيانيا وحسابيا.

الحل:

I-1- تمثيل الدارة الكهربائية



2-عند ظهور التيار في الدارة تمانع الوشيعة لوقت قصير مرور التيار في الدارة أي تتحرض.

3- المعادلة التفاضلية : $U_R+U_L=E$

$$Ri(t)+ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$$

$$(R+r)i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=E$$

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i(t)=\frac{E}{L}$$

حل المعادلة التفاضلية : $\frac{di(t)}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\left(\frac{R+r}{L}\right)$

$$I_0=\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{R+r}{L}I_0-\frac{R+r}{L}I_0e^{-t/\tau}=\frac{E}{L}$$

$$I_0e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}\right)+\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{\tau}-\frac{R+r}{L}=0 \longrightarrow \tau=\frac{L}{R+r}\\ \frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L} \longrightarrow I_0=\frac{E}{R+r}\end{cases}$$

إذن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو:

$.i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$

4- إيجاد شدة التيار في النظام الدائم :

$$I_0=55mA=5,5.10^{-2}A$$

5-1- تحديد τ : $i_1=0,1\times 55=5,5mA$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_1=1ms$

$$i_2=0,9\times 55=49,5mA$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_2=17,5ms$

$$\Delta t=t_2-t_1$$

$$\Delta t=17,5-1=16,5ms$$

$$\Delta t=2,2\tau \Rightarrow \tau=\frac{\Delta t}{2,2}=7,5ms$$

ب- حساب L :

$$\tau=\frac{L}{R_T}\Rightarrow L=\tau R_T=7,5.10^{-3}\times 32=0,24H$$

II-1- عبارة التيار اللحظية : $U_R+U_L=0$

المعادلة التفاضلية: $(R+r)\,i(t)+L\frac{di(t)}{dt}=0$

$$i(t)+\frac{L}{R+r}\cdot\frac{di}{dt}=0$$

$$\tau\frac{di}{dt}+i(t)=0 \;,\; \frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=0$$

حلّها من الشكل : $i(t)=Ae^{-xt}$

وعليه $\frac{di(t)}{dt}=-Axe^{-xt}$ نعوض في المعادلة التفاضلية

$$-Axe^{-xt}+\frac{1}{\tau}Ae^{-xt}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{\tau}$$

من الشروط الإبتدائية : لما $t=0$ يكون $i(0)=I_0$

إذن $A=I_0$ و بالتالي $i(t)=I_0e^{-t/\tau}$

2- عبارة $E(L)$:

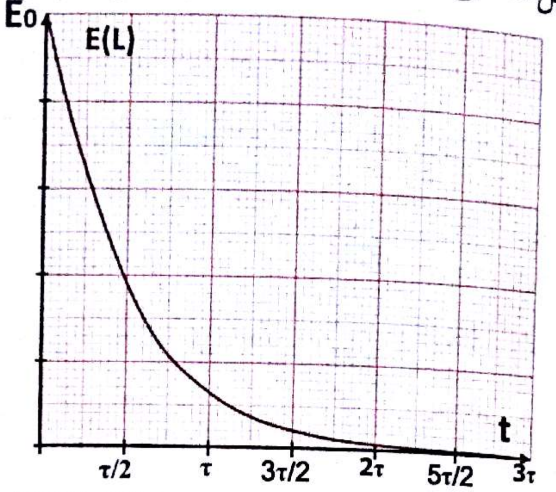
$$E(L)=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}LI_0^2e^{-2t/\tau}$$

$$E(L)=E_0\,e^{-2t/\tau}$$

3- إكمال الجدول :

t	0	$\tau/2$	τ	$3\tau/2$
$E(L)$	E_0	$0,37E_0$	$0,13E_0$	$0,05E_0$
t		2τ	$5\tau/2$	3τ
$E(L)$		$0,02E_0$	$0,01E_0$	$0,002E_0$

- تمثيل المنحنى :



4- إيجاد زمن تناقص الطاقة إلى النصف بيانيا .

بالإسقاط نجد $t_{1/2}=0,7.\frac{\tau}{2}=0,7.\frac{7,5}{2}=2,62ms$

إيجاد زمن تناقص الطاقة إلى النصف حسابيا

$$E_{\max}(L)=E_0=\frac{1}{2}LI_0^2$$

زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو الزمن الذي يكون:

$$\frac{E_{\max}(L)}{2}=E(L)$$

$$\frac{E_{\max}(L)}{2}=\frac{1}{4}LI_0^2=\frac{1}{2}LI_0^2e^{-2t_{1/2}/\tau}$$

$$\frac{1}{2}=e^{-2t_{1/2}/\tau} \qquad \Rightarrow 2=e^{2t_{1/2}/\tau}$$

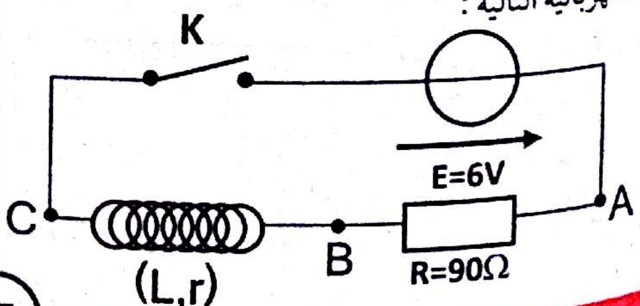
$$\ln 2=2\frac{t_{1/2}}{\tau}\Rightarrow t_{1/2}=\frac{\tau}{2}\ln 2=0,69\frac{\tau}{2}$$

$$\Rightarrow \quad t_{1/2}=2,59ms$$

وهي مقاربة للقيمة البيانية .

التمرين 05

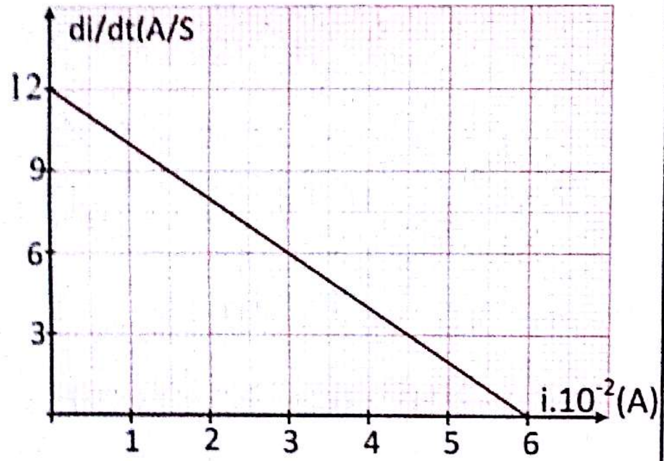
لتعيين ذاتية وشيعة L ومقاومتها الداخلية r، ننجز الدارة الكهربائية التالية :



في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K .

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي i بدلالة R ، r ، E ، L ، i ، $\frac{di}{dt}$.

2- يمثل المنحنى التالي تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة شدة التيار اللحظية i:



إعتمادا على البيان ، بين أن $L=0,5H$ ثم حدد قيمة المقاومة الداخلية r للوشيعة .

3- عبر بدلالة : E، R، r عن الشدة I_0 للتيار عندما يصل إلى النظام الدائم .

4- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة كحل لها :

$i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$ حيث τ ثابت الزمن .

- إستنتج عبارة τ بدلالة L، R و r.

الحل:

1-بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_{AC}=U_{AB}+U_{BC}$

$$E=Ri+ri+L\frac{di}{dt}$$

$$(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$$

$$\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i=\frac{E}{L}$$

2- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

من الشكل : $\frac{di}{dt}=Ai+B$ حيث A معامل التوجيه .

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt}=-\frac{(R+r)}{L}i+\frac{E}{L}$

نجد : $A=-\frac{R+r}{L}$ و $B=\frac{E}{L}$

من المنحنى نجد $B=12A/S=\frac{E}{L}$

إذن $L=\frac{E}{B}=\frac{6}{12}=0,5H$

حساب معامل التوجيه :

$$A=\frac{\Delta(\frac{di}{dt})}{\Delta i}=\frac{0-12}{6.10^{-2}-0}=-2.10^{2}s^{-1}$$

$$R+r=-AL \quad \Rightarrow r=-AL-R$$

$$\Rightarrow r=-(-2.10^{2}).0,5-90 \Rightarrow r=10\,\Omega$$

3- عبارة شدة التيار I_0 : من المعادلة التفاضلية

$$\frac{di}{dt}=0 \Rightarrow \frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L} \Rightarrow I_0=\frac{E}{R+r}$$

4- عبارة τ : $\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$.

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{(R+r)}{L}I_0(1-e^{-t/\tau})=\frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{(R+r)}{L}I_0-\frac{(R+r)}{L}I_0e^{-t/\tau}=\frac{E}{L}$$

$$I_0e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{(R+r)}{L}\right)+\frac{(R+r)}{L}\frac{E}{(R+r)}=\frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \tau=\frac{L}{R+r}$$

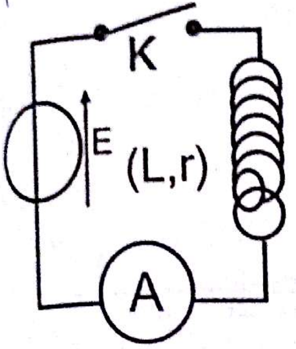
التمرين 06

أراد تلميذ أن يتحقق من قيمة مقاومة وشيعة r ذاتيتها $L=0,25H$ و ذلك بإنجاز تركيبين مختلفين .

التركيب الأول:

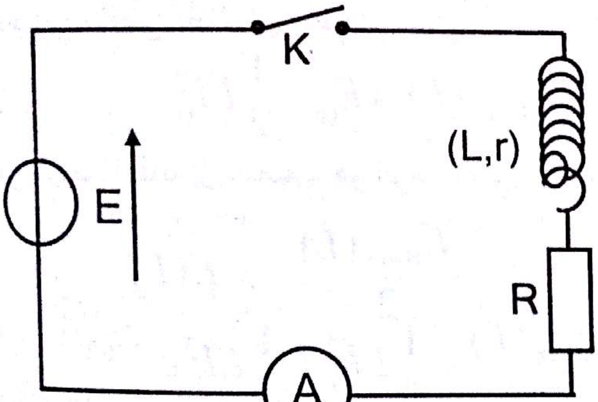
مقاومتا الأمبير متر و مولد التوتر مهملتان حيث : $E=6V$ بعد غلق القاطعة K قرأ التلميذ في النظام الدائم على الأمبير متر القيمة $I=430mA$.

- ماهي قيمة r التي حصل عليها التلميذ ؟

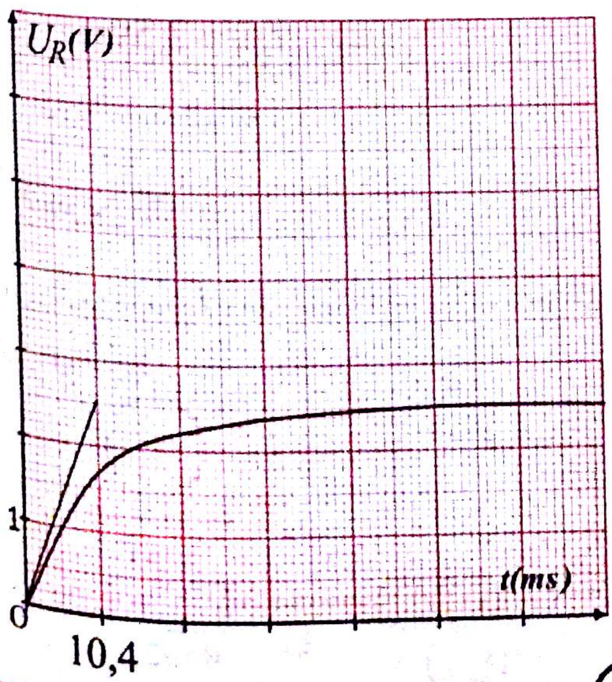


التركيب الثاني :

أضاف التلميذ ناقلا أوميا مقاومة $R=10\,\Omega$ على التسلسل مع الوشيعة .



بواسطة راسم الإهتزاز المهبطي بعد إيصاله بالدارة و بعد غلق القاطعة حصل التلميذ على البيان $U_R=f(t)$



1- كيف يجب وصل الدارة براسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر $U_R(t)$ ؟

2-هناك طريقتان لحساب r ، إستعملهما و أحسب r .

3-أ- أوجد المعادلة التفاضلية للتيار i في الدارة .

ب-أثبت أن حل المعادلة السابقة من الشكل :

$.i=I_0(1-e^{-t/\tau})$

جـ-أوجد عبارة التوتربين طرفي الوشيعة U_L بدلالة :

$.\tau$ ، t ، I_0 ، R ، r

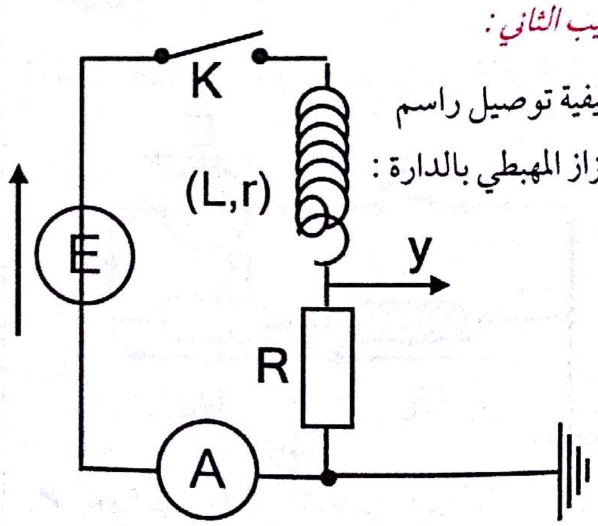
د- مثل المنحنى البياني $U_L=g(t)$ على المنحنى السابق موضحا القيمتين الحديتين.

الحل:

التركيب الأول :

$$E=r.I \Rightarrow r=\frac{E}{I}=\frac{6}{0,43} \Rightarrow r=13,95\Omega$$

التركيب الثاني :



1- كيفية توصيل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة :

2- حساب r :

الطريقة الأولى :

$$U_{Rmax}=RI_0=R\frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r=\frac{RE}{U_{Rmax}}$$

$$r=\frac{RE}{U_{R\max}}-R=\frac{10.6}{2,5}-10=14\Omega$$

الطريقة الثانية :

$$\tau=\frac{L}{R+r}\Rightarrow r=\frac{L}{\tau}-R=\frac{0,25}{10,4.10^{-3}}-10$$

$$\Rightarrow r=14,04\Omega$$

3-أ- المعادلة التفاضلية للتيار i :

حسب قانون جمع التوترات : $U_R+U_L=E$

$$Ri+ri+L\frac{di}{dt}=E$$

$$(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$$

$$i+\frac{L}{(R+r)}\frac{di}{dt}=\frac{E}{(R+r)}$$

$$i+\tau\frac{di}{dt}=I_0$$

$$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{I_0}{\tau}$$

ب- حل المعادلة التفاضلية هو $i=I_0(1-e^{-t/\tau})$

و عليه $\frac{di}{dt}=\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{I_0}{\tau}(1-e^{-t/\tau})=\frac{I_0}{\tau}$$

$$\Rightarrow\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{I_0}{\tau}-\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}=\frac{I_0}{\tau}$$

$$\Rightarrow 0=0$$

إذن $i=I_0(1-e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية

جـ- عبارة U_L : $U_L=ri+L\frac{di}{dt}$

$$U_L=rI_0(1-e^{-t/\tau})+L\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$

$$U_L=rI_0-rI_0e^{-t/\tau}+\cancel{L}\frac{I_0}{\cancel{L}/R+r}e^{-t/\tau}$$

$$U_L=rI_0-rI_0e^{-t/\tau}+rI_0e^{-t/\tau}+RI_0e^{-t/\tau}$$

بعد التبسيط نجد : $U_L = rI_0 + RI_0 e^{-t/\tau}$

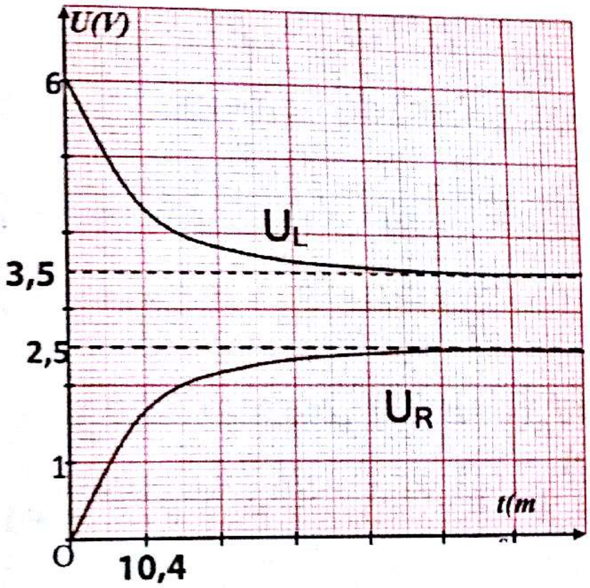
د- تمثيل المنحنى $U_L = g(t)$

القيم الحدية $t=0 \Rightarrow U_L = rI_0 + RI_0$

$$= (r+R)I_0 = (R+r)\frac{E}{(R+r)} = E = 6V$$

$$t = 5\tau \Rightarrow U_L = rI_0 + RI_0 e^{-5} \simeq rI_0$$

$$= r.\frac{E}{R+r} = 14.\frac{6}{10+14} = 3.5V$$



التمرين 07

دارة كهربائية تحتوي على التسلسل على وشيعة صافية و مولد قوته المحركة E وناقل أومي مقاومته R=20Ω و قاطعة.

I-1-أرسم مخططا للدارة موضحا جهة التيار و جهة التوتر بين طرفي الوشيعة والناقل الأومي.

2-صل الدارة براسم الإهتزاز المهبطي للحصول على تغيرات $U_L=f(t)$ في حالة غلق القاطعة ثم مثل كيفيا هذا البيان .

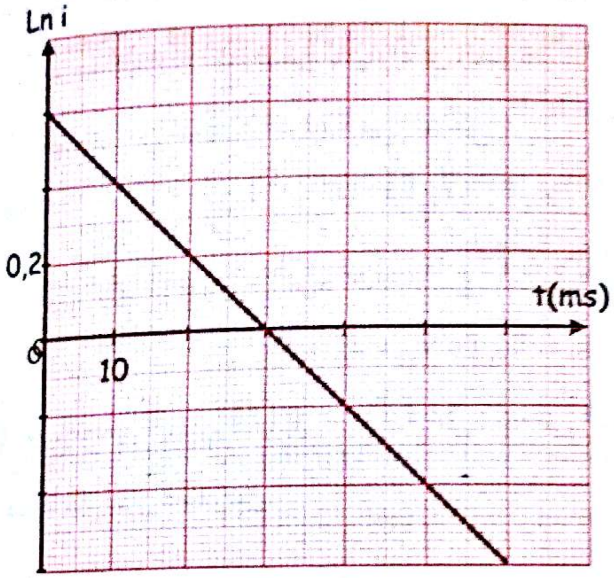
3-تعطى المعادلةالتفاضلية في حالة فتح القاطعة بالشكل:

$$A\frac{di}{dt} + i = 0$$

-تحقق أن حلها من الشكل : $i = I_0 e^{-t/A}$

- أكتب عبارة المقدار A.

II-يمثل البيان المقابل تغيرات $Ln\ i = f'(t)$



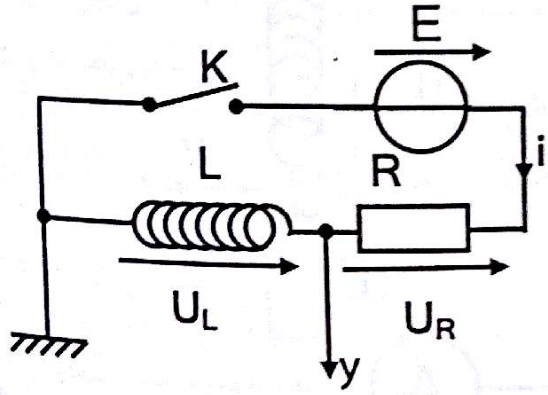
1-أوجد العبارة البيانية.

2-أوجد قيمة ثابت الزمن τ و ذاتية الوشيعة L

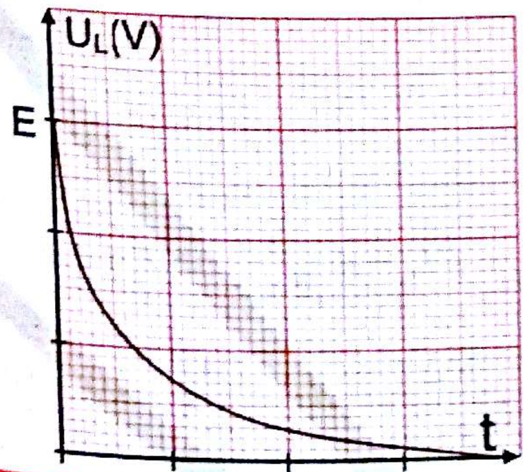
3-أوجد قيمة القوة المحركة E للمولد.

الحل:

I-1-2-مخطط الدارة و توصيل راسم الإهتزاز المهبطي:



➢ تغيرات U_L بدلالة الزمن كيفيا :



3- التأكد من أن حل المعادلة التفاضلية المعطاة هو $i=I_0e^{-t/A}$ إذن: $\frac{di}{dt}=-\frac{I_0}{A}e^{-t/A}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$A(-\frac{I_0}{A}e^{-t/A})+I_0e^{-t/A}=0 \Rightarrow 0=0$$

معادلة محققة و عليه $i=I_0e^{-t/A}$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

➢ عبارة A :

حسب قانون جمع التوترات $U_R+U_L=0$

$$Ri+L\frac{di}{dt}=0$$

$$\frac{L}{R}\frac{di}{dt}+i=0$$

بالمطابقة مع المعادلة: $A\frac{di}{dt}+i=0$

نجد: $A=\frac{L}{R}=\tau$

II-1-المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $lni=at+b$ حيث a معامل التوجيه.

➢ حساب معامل التوجيه :

$$a=\frac{\Delta lni}{\Delta t}=\frac{0-0,6}{0,03-0}\Rightarrow a=-20\,s^{-1}$$

➢ بيانيا : $b=0,6$

إذن المعادلة البيانية هي : $lni=-20t+0,6$

2- إيجاد τ:

من العبارة: $i=I_0\,e^{-t/A}$

$$lni=-\frac{1}{\tau}+lnI_0$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد:

$$a=-\frac{1}{\tau}\Rightarrow\tau=-\frac{1}{a}=-\frac{1}{-20}\Rightarrow\tau=0,05s$$

- حساب L :

$$\tau=\frac{L}{R}\Rightarrow L=\tau.R=0,05.20\Rightarrow L=1H$$

3- إيجاد E :

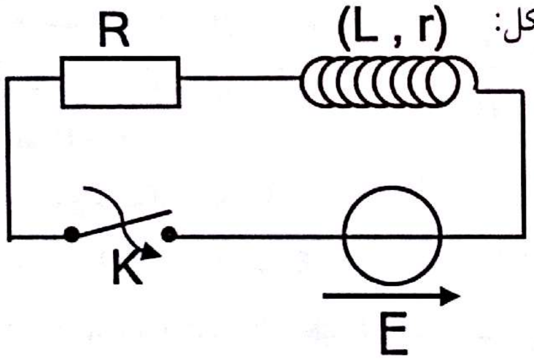
$$lnI_0=b=0,6\Rightarrow I_0=e^{0,6}=1,82A$$

$$I_0=\frac{E}{R}\Rightarrow E=R.I_0=20.1,82\Rightarrow E=36,4V$$

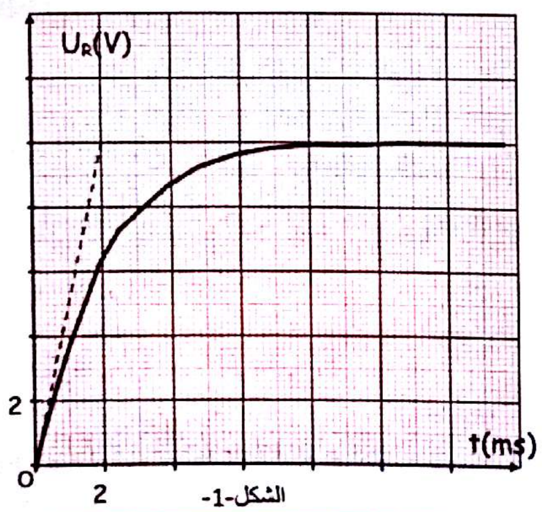
التمرين 08

تحتوي دارة كهربائية على مولد لتوتر المستمر قوته المحركة E، ناقل أومي مقاومته R، ووشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية $r=2\,\Omega$.

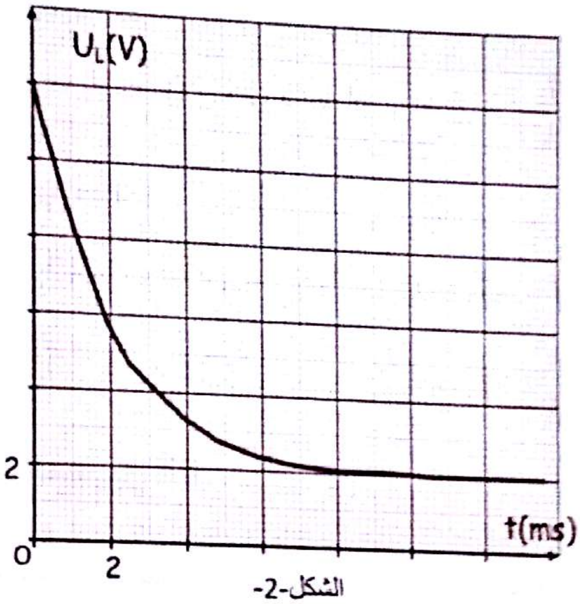
هذه الأجهزة مربوطة على التسلسل كما هو موضح في الشكل:



نغلق القاطعة عند اللحظة $t=0$ و بواسطة المدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الإهتزاز المهبطي نحصل على المنحنيين $U_R=f(t)$ و $U_L=f'(t)$ الموضحين في الشكلين (1) و(2).



الشكل-1-



الشكل-2-

1-أحسب القوة المحركة E للمولد.

2- أكتب عبارتي التوتر U_R بين طرفي الناقل الأومي و التوتر U_L بين طرفي الوشيعة بدلالة التيار i .

3- أحسب مقاومة الناقل الأومي R .

4-أ-من البيان الممثل في الشكل(1) أحسب $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$.

ب-إستنتج ذاتية الوشيعة L .

جـ-أحسب قيمة ثابت الزمن τ .

5-أ- أكتب عبارة الشدة اللحظية i للتيارالكهربائي بدلالة: L، R، r، E .

ب-أحسب قيمة i عند اللحظة $t=4ms$.

6- أحسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة: $t=4ms$.

الحل:

1-حساب القوة المحركة E :

حسب قانون جمع التوترات: $E=U_R+U_L$

عند اللحظة $t=0$ يكون $E=0+12=12V$

وعليه $E=12V$

2- عبارة U_R : $U_R=Ri$

عبارة U_L : $U_L=ri+L\frac{di}{dt}$

3- حساب R :من المنحنى الممثل في الشكل -2- وعند النظام الدائم: $U_L=rI_0 \to I_0=\frac{U_L}{r}=\frac{2}{2}$ 1A

من المنحنى الممثل في الشكل 1 وعند النظام الدائم

$$U_R=RI_0=2V \Rightarrow R=\frac{U_R}{I_0}=\frac{10}{1}$$

$$\Rightarrow R=10\Omega$$

4-أ- حساب $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$:

$$U_R=Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt}=R\frac{di}{dt}$$

وعليه : $\frac{di}{dt}=\frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$

حساب $\frac{dU_R}{dt}$: $\frac{dU_R}{dt}=\frac{10-0}{2.10^{-3}-0}=5000V/S$

فنجد $\frac{di}{dt}=\frac{1}{10}.5000 \Rightarrow \frac{di}{dt}=500A/S$

ب- حساب L: $U_L=ri+L\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$

يكون $U_L=12V$ و $i=0$ بالتالي:

$$U_L=L\frac{di}{dt} \Rightarrow L=\frac{U_L}{\frac{di}{dt}}=\frac{12}{500} \Rightarrow L=0,024H$$

جـ-حساب τ: $\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{0,024}{10+2} \Rightarrow \tau=2.10^{-3}s$

5-أ- عبارة الشدة اللحظية i : $i=I_0(1-e^{-t/\tau})$

$$i=\frac{E}{R+r}(1-e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

ب- حساب i عند اللحظة $t=4ms$: لدينا $t=4ms=2\tau$

$$i=I_0(1-e^{-2})=1.0,865 \Rightarrow i=0,865\ A$$

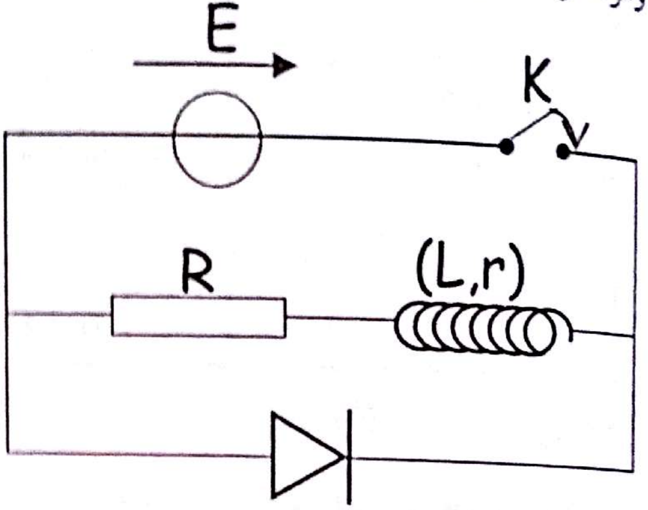
6- حساب $E(L)$: $E(L)=\frac{1}{2}Li^2$

$$=\frac{1}{2}.0,024.(0,865)^2$$

$$\Rightarrow E(L)=9.10^{-3}J$$

التمرين 09

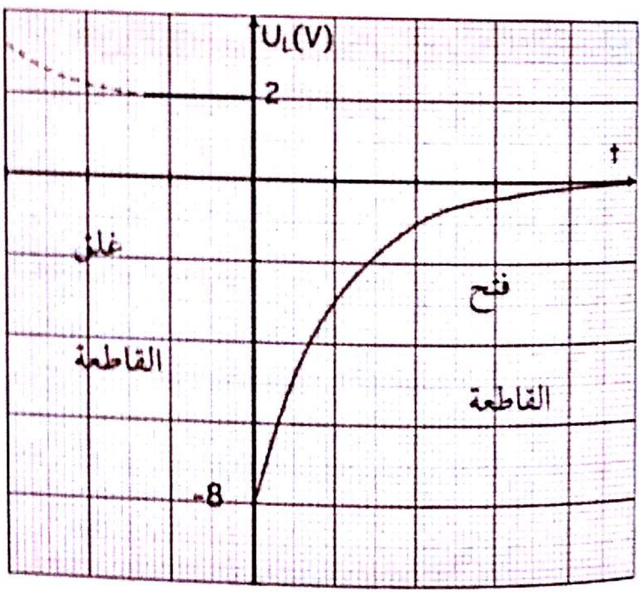
لديك الدارة التالية المتشكلة من وشيعة ذاتيتها $L=0,1H$ و مقاومتها $r=10\,\Omega$، و ناقل أومي مقاومته R، ومولد قوته المحركة E.



1- لماذا يوضع الصمام الثنائي في الدارة الكهربائية؟

- نغلق القاطعة K و لما تستقر شدة التيار في الدارة عند القيمة I_0 نفتح القاطعة في اللحظة $t=0$.

- نمثل بعد ذلك التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $U_L=f(t)$



2- إستنتج من البيان قيمة I_0 .

3- باستعمال قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية لتغيرات شدة التيار في حالة فتح القاطعة.

4- أوجد حل المعادلة التفاضلية السابقة.

5- أوجد عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة U_L بدلالة:

L ،r ،R ،I_0 ،t

6- إستنتج قيمة R مقاومة الناقل الأومي.

7- أحسب قيمة E القوة المحركة الكهربائية.

8- أحسب الطاقة المغناطيسية التي خُزنت في الوشيعة عند اللحظة $t=0$

الحل:

1- يوضع الصمام الثنائي في الدارة لحمايتها من الإتلاف في حالة فتح القاطعة.

2- تحديد I_0 من البيان:

$U_L = ri + L\dfrac{di}{dt}$ في النظام الدائم يكون $\dfrac{di}{dt} = 0$

و بالتالي: $U_L = rI_0 \longrightarrow I_0 = \dfrac{U_L}{r} = \dfrac{2}{10} = 0,2A$

3- المعادلة التفاضلية في حالة فتح القاطعة:

باستعمال قانون جمع التوترات: $U_R+U_L=0$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$(R + r)i + L\frac{di}{dt} = 0$$

إذن: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R + r)}{L}i = 0$

4- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $i(t)=Ae^{xt}$

حيث A و x ثابتان. $\dfrac{di}{dt} = -xAe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-xAe^{-xt}+\frac{(R + r)}{L}Ae^{-xt}=0 \rightarrow x=\frac{(R + r)}{L}=\frac{1}{\tau}$$

و من الشروط الإبتدائية: $i(0)=I_0=Ae^0=A$

إذن: $i(t)=I_0e^{-t/\tau}$

5- عبارة التوتر U_L:

$$U_L = ri + L\frac{di}{dt} \quad \text{و بالتالي:} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$

$$= rI_0e^{-t/\tau} + L(-\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau})$$

$$= rI_0e^{-t/\tau} + L(-I_0\frac{R+r}{L}e^{-t/\tau}) = -RI_0e^{-t/\tau}$$

6- حساب R:

عند اللحظة t=0 يكون $U_L=-RI_0=-8V$

إذن: $R = -\frac{U_L}{I_0} = -\frac{-8}{0,2} = 40\Omega$

7- حساب E:

$$E=(R+r)I_0=(40+10).0,2=10V$$

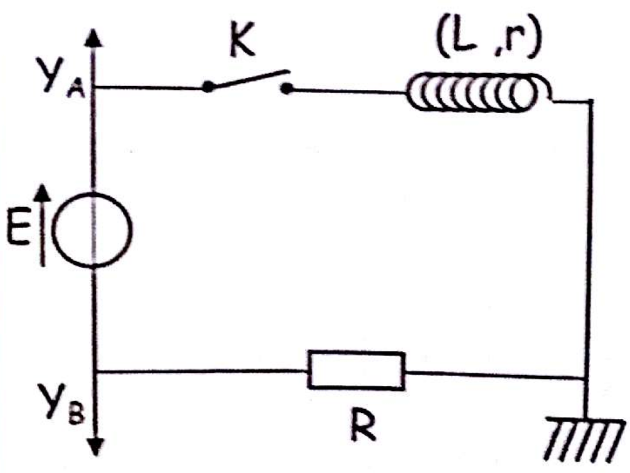
8- حساب الطاقة المغناطيسية عند اللحظة t=0:

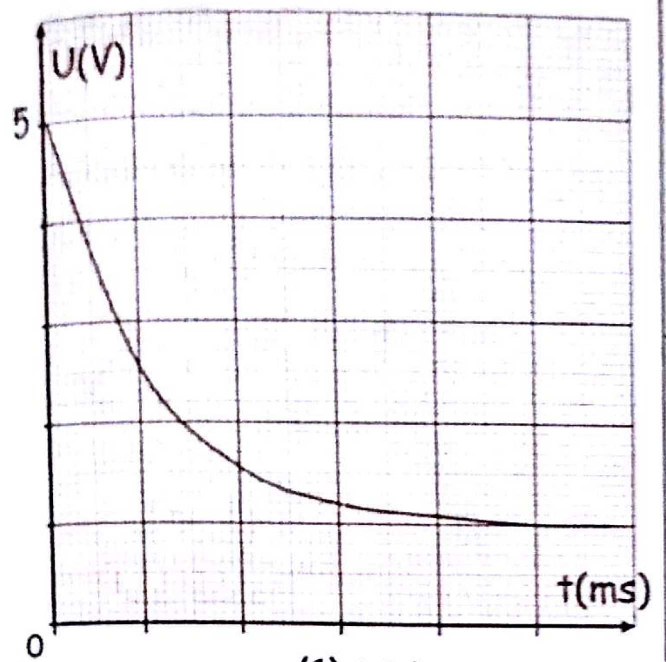
$$E(L) = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}.0,1.0,2^2 = 2mj$$

التمرين 10

نعتبر التركيب الموضح في الشكل الموافق $r=10\Omega$ ، $L=0,5H$

1-عند اللحظة t=0 نغلق القاطعة K فيظهر في المدخل Y_A البيان الموضح في الوثيقة (1).





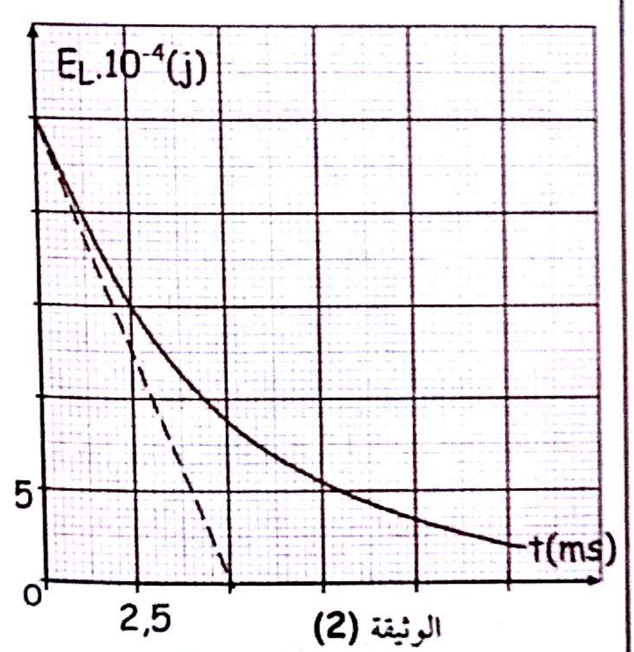
الوثيقة (1)

أ-أكتب عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل Y_A بدلالة شدة التيار.

ب- إعتمادا على البيان أعط :

- قيمة التوتر الكهربائي E .
- شدة التيار المار في الدارة في النظام الدائم.

2- نفتح القاطعة و نسجل منحى تطور الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة بدلالة الزمن (الوثيقة 2).



الوثيقة (2)

أ- باستخدام قانون التوترات أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة i و $\frac{di}{dt}$.

ب- حل هذه المعادلة من الشكل : $i(t) = Ae^{-\alpha t}$ حدد عبارة A و α.

جـ- عبر عن الطاقة المخزنة في لحظة t بدلالة α,A,L.

د- إعتمادا على الوثيقة (2) أحسب قيمتي A و α مقدرة بوحدة الجملة الدولية .

هـ- أحسب المقاومة R للناقل الأومي .

الحل:

1-أ/ عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل Y_A:

$$U_L = ri + L\frac{di}{dt}$$

ب/ إيجاد شدة E:

حسب قانون جمع التوترات: $E=U_R+U_L$

عند اللحظة $t = 0$ يكون $i=0$ و بالتالي : $U_R = 0$

إذن: $U_L(0)=E=5V$

- إيجاد شدة I_0:

في النظام الدائم $U_L= rI_0 \longrightarrow I_0 = \frac{U_L}{r} = \frac{1}{10} = 0,1A$

2-أ/ المعادلة التفاضلية: $U_R+U_L=0$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$(R + r)i + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R + r}{L}\right)i = 0$$

ب/ تحديد عبارة A و α: $\frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\alpha Ae^{-\alpha t} + \left(\frac{R + r}{L}\right)Ae^{-\alpha t} = 0$$

$$Ae^{-\alpha t}\left(-\alpha + \left(\frac{R + r}{L}\right)\right) = 0 \longrightarrow \alpha = \frac{R + r}{L} = \frac{1}{\tau}$$

من الشروط الإبتدائية: $i(0)=I_0=Ae^0 \longmapsto A=I_0$

جـ/ عبارة الطاقة المخزنة في الوشيعة:

$$E(L) = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LA^2e^{-2\alpha t}$$

د/ تحديد قيمة A:

عند اللحظة $t=0$ يكون $E(L)=\frac{1}{2}LA^2 = 25.10^{-4}\ j$

إذن: $A = \sqrt{\frac{2.25.10^{-4}}{L}} = \sqrt{\frac{2.25.10^{-4}}{0,5}} = 0,1A$

تحديد قيمة α:

نقطة تقاطع المنحنى $E(L)=f(t)$ مع محور الأزمنة يمثل $\frac{\tau}{2}$

إذن: $\frac{\tau}{2} = 5ms \longrightarrow \tau = 10ms$ و عليه $\alpha= 0,1ms^{-1}$

هـ/ قيمة المقاومة R:

$$\tau = \frac{L}{R + r} \rightarrow R = \frac{L}{\tau} - r = \frac{0,5}{0,01} - 10 = 40\Omega$$

RL

عند غلق القاطعة

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار $U_L + U_R = E$

$$L\frac{di}{dt} + ri(t) + Ri(t) = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i(t) = E$$

بالقسمة على L : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i(t) = \frac{E}{L}$

علما أن : $E = (R+r)I_0$

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i(t) = \frac{(R+r)I_0}{L}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{1}{\tau}I_0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $i(t) = Ae^{-xt} + B$

تحديد B و x .

بالاشتقاق نكتب : $\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}(Ae^{-xt} + B) = \frac{1}{\tau}I_0$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$B\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau}I_0 = 0 \Rightarrow B = I_0$$

تحديد A من الشروط الإبتدائية :

عند $t = 0$ يكون $i(t) = 0$

ومنه : $0 = Ae^0 + B \Rightarrow A = -B = -I_0$

اذن حل هذه المعادلة هو : $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_R : $U_L + U_R = E$

$$U_R + ri + L\frac{di}{dt} = E$$

علما أن : $U_R = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{U_R}{R}$

$$U_R = Ri(t) \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة :

$$U_R + r(\frac{U_R}{R}) + L\frac{1}{R}\times\frac{dU_R}{dt} = E$$

$$U_R(1 + \frac{r}{R}) + \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} = E$$

$$U_R(\frac{R+r}{R}) + \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} = E$$

$$\frac{dU_R}{dt} + U_R(\frac{R+r}{R})\times\frac{R}{L} = E\times\frac{R}{L}$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{\tau}U_R = \frac{R}{L}E$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $U_R = Ae^{-xt} + B$

تحديد B و x :

نشتق الحل فنجد : $\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}(Ae^{-xt} + B) = \frac{R}{L}E$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} + \frac{1}{\tau}B - \frac{R}{L}E = 0$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$\frac{1}{\tau}B - \frac{R}{L}E = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau}B = \frac{R}{L}E \Rightarrow B = \tau\frac{R}{L}E$$

نعوض τ و E بعبارتيهما فنجد :

$$B = \frac{L}{R+r}\times\frac{R}{L}(R+r)I_0 \Rightarrow B = RI_0$$

تحديد A من الشروط الإبتدائية :

عند $t = 0$ يكون $U_R = 0$

ومنه : $0 = Ae^{0} + B \Rightarrow A = -B = -RI_0$

اذن الحل هو : $U_R = RI_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right)$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_L : $U_L + U_R = E$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad (1)$$

علما أن : $U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R\frac{di}{dt}$

$$U_L = ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(U_L - ri)$$

نعوض في عبارة U_R فنجد : $\frac{dU_R}{dt} = \frac{R}{L}(U_L - ri)$

نعوض في (1) : $\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}(U_L - ri) = 0$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}ri = 0$$

من جهة أخرى : $i = \frac{U_R}{R} = \frac{E - U_L}{R}$

اذن : $\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}r\left(\frac{E - U_L}{R}\right) = 0$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{rE}{L} + \frac{rU_L}{L} = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \left(\frac{R + r}{L}\right)U_L - \frac{rE}{L} = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \left(\frac{R + r}{L}\right)U_L = \frac{rE}{L}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{1}{\tau}U_L = \frac{r}{L}E$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $U_L = Ae^{-xt} + B$

بالاشتقاق : $\frac{dU_L}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}(Ae^{-xt} + B) = \frac{r}{L}E$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} + \frac{1}{\tau}B - \frac{r}{L}E = 0$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$\frac{1}{\tau}B - \frac{r}{L}E = 0 \Rightarrow \frac{(R + r)}{L}B = \frac{r}{L}E$$

$$\Rightarrow B = \frac{r}{(R + r)}E = rI_0$$

تحديد A من الشروط الإبتدائية :

عند $t = 0$ يكون $U_L = E$

ومنه : $E = Ae^{0} + B \Rightarrow A = E - B = E - rI_0$

$$A = E - r\frac{E}{R + r} = E\left(1 - \frac{r}{R + r}\right)$$

$$A = E\left(\frac{R + r - r}{R + r}\right) = \frac{RE}{R + r} = RI_0$$

اذن حل هذه المعادلة هو : $U_L = RI_0e^{-\frac{1}{\tau}t} + rI_0$

ملاحظة : يمكننا ايجاد نفس عبارة الحل بالطريقة التالية:

$$U_L = ri + L\frac{di}{dt}$$

حيث : $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right)$

ومنه : $\frac{di}{dt} = I_0\frac{1}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t} = \frac{(R + r)I_0}{L}e^{-\frac{1}{\tau}t}$

بتعويض عبارة $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ نجد $U_L = RI_0e^{-\frac{1}{\tau}t} + rI_0$

عند فتح القاطعة

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار $U_L + U_R = 0$

$$ri + L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \qquad \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = 0$$

$$(R+r)i + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad \frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $i(t)=Ae^{-xt}$

تحديد x : نشتق الحل فنجد : $\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt}+\frac{1}{\tau}Ae^{-xt}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{\tau}$$

تحديد A : من الشروط الإبتدائية : عند $t=0$ تكون $i(t)=I_0$

ومنه : $I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = I_0$

اذن الحل هو : $i(t)=I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t}$

التفاضلية بدلالة U_R : $U_R+U_L=0$

$$U_R + ri + L\frac{di}{dt}=0$$

علما أن : $i=\frac{U_R}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt}=\frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$

نعوض في المعادلة السابقة : $U_R + r\frac{U_R}{R} + L\frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}=0$

$$U_R\left(1+\frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt}=0 \qquad \frac{dU_R}{dt}+\frac{(R+r)}{L}U_R=0$$

$$U_R\left(\frac{R+r}{R}\right)+\frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt}=0 \qquad \frac{dU_R}{dt}+\frac{1}{\tau}U_R=0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $U_R = Ae^{-xt}$

تحديد x : نشتق الحل فنجد : $\frac{dU_R}{dt}=-Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt}+\frac{1}{\tau}Ae^{-xt}=0\Rightarrow x=\frac{1}{\tau}$$

تحديد A من الشروط الإبتدائية : عند $t=0$ تكون $U_R=RI_0$

ومنه : $RI_0=Ae^0 \Rightarrow A=RI_0$

اذن الحل هو : $U_R=RI_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_L : $U_L+U_R=0$

$$\frac{dU_L}{dt}+\frac{dU_R}{dt}=0 \quad .....(1)$$

علما أن : $U_R=Ri\Rightarrow \frac{dU_R}{dt}=R\frac{di}{dt}$

وكذلك : $U_L=ri+L\frac{di}{dt}\Rightarrow\frac{di}{dt}=\frac{1}{L}(U_L-ri)$

اذن : $\frac{dU_R}{dt}=\frac{R}{L}(U_L-ri)$

نعوض في المعادلة (1) فنجد : $\frac{dU_L}{dt}+\frac{R}{L}(U_L-ri)=0$

$$\frac{dU_L}{dt}+\frac{R}{L} U_L-\frac{R}{L} ri=0$$

من جهة أخرى : $i=\frac{U_R}{R}=\frac{-U_L}{R}$

ومنه : $\frac{dU_L}{dt}+\frac{R}{L} U_L-\frac{R}{L} r\left(\frac{-U_L}{R}\right)=0$

$$\frac{dU_L}{dt}+\frac{R}{L} U_L+\frac{rU_L}{L}=0$$

$$\frac{dU_L}{dt}+\left(\frac{R+r}{L}\right)U_L=0$$

$$\frac{dU_L}{dt}+\frac{1}{\tau} U_L=0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $U_L=Ae^{-xt}$

تحديد x : بالاشتقاق نجد : $\frac{dU_L}{dt}=-Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية : $-Axe^{-xt}+\frac{1}{\tau} Ae^{-xt}=0\Rightarrow x=\frac{1}{\tau}$

تحديد A من الشروط الإبتدائية : عند $t=0$ تكون $U_L=-RI_0$

بالتعويض: $-RI_0=Ae^0\Rightarrow A=-RI_0$

اذن حل هذه المعادلة من الشكل : $U_L=-RI_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$

ملاحظة : يمكننا ايجاد نفس عبارة الحل بالطريقة التالية :

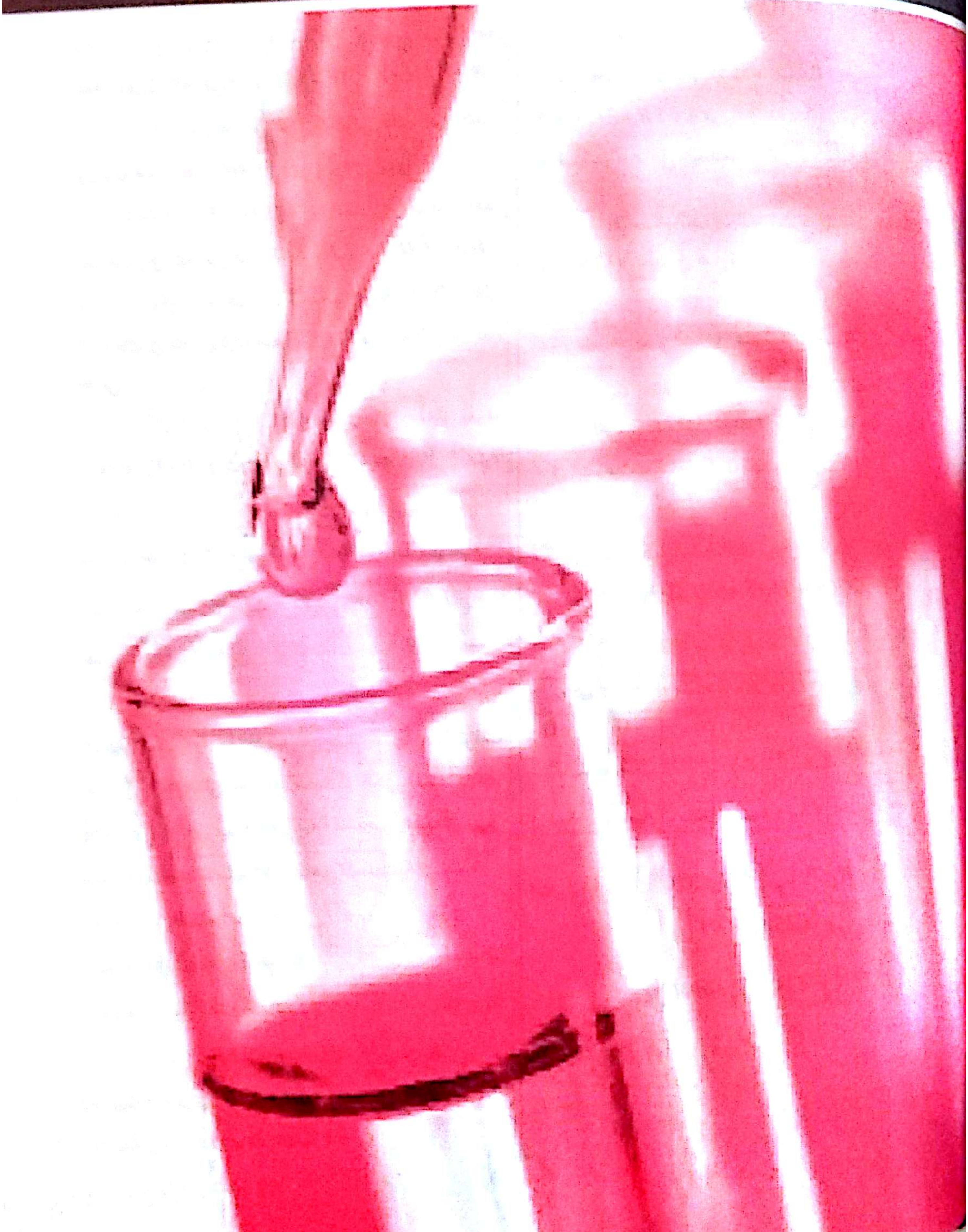
$$U_L=ri+L\frac{di}{dt}$$

علما أن : $i(t)=I_0e^{-\frac{1}{\tau}t}\Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{1}{\tau} I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t}$

بالتعويض في عبارة U_L نجد : $U_L=-RI_0e^{-\frac{1}{\tau}t}$

الوحدة 4

تطور حالة جملة كيميائية خلال تحول كيميائي نحو حالة توازن



I - تعاريف :

تعريف الحمض : هو نوع كيميائي قادر على إعطاء بروتون هيدروجين H^+ (أو أكثر) خلال تفاعل كيميائي

مثال: $HCl + H_2O = H_3O^+ + Cl^-$ الثنائيتين أساس/حمض الداخلتين في التفاعل هما HCl/Cl^- ، H_3O^+/H_2O

- تعريف الأساس: هو كل نوع كيميائي قادر على تثبيت بروتون هيدروجين H^+ (أو أكثر) خلال تفاعل .

مثال: $NH_3 + H_2O = NH_4^+ + OH$ الثنائيتين أساس/ حمض الداخلتين في التفاعل هما NH_4^+/NH_3 ، H_2O/OH^-

ملاحظة: يكون الحمض أو الأساس قويين إذا كانا تامّي الانحلال في الماء ويكونا ضعيفين إذا كان إنحلالهما في الماء جزئي.

تعريف pH محلول مائي: pH محلول مائي مقدار يعرف بالعلاقة $pH = -\log[H_3O^+]$ وعليه $[H_3O^+] = 10^{-pH} mol/L$

تعريف الجداء الشاردي للماء:

يعرف الجداء $[H_3O^+][OH^-]$ بالجداء الشاردي للماء ويرمز له بالرمز K_e حيث $K_e = [H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$ عند بالدرجة $25°C$

- تعريف التقدم النهائي x_f والتقدم الأعظمي x_{max} :

التقدم النهائي x_f هو القيمة المتحصل عليها عند توقف التفاعل الكيميائي دون الاستهلاك الكلي للمتفاعلات والتقدم الأعظمي x_{max} هو القيمة المتحصل عليها في نهاية التفاعل التام عند استهلاك المتفاعل المحد كليا .

ملاحظة: في التفاعلات التامة $x_f = x_{max}$

في التفاعلات غير التامة $x_f < x_{max}$

- تعريف نسبة التقدم النهائي τf

تُعرف النسبة النهائية للتقدم بالعلاقة $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

ملاحظة في التفاعلات التامة $\tau_f = 1$

ملاحظة في التفاعلات غير التامة $\tau_f < 1$

2- مفهوم حالة التوازن:

نقول عن جملة كيميائية أنها في حالة توازن عندما تصبح كمية مادة المتفاعلات والنواتج ثابتة خلال تحول كيميائي

3- كسر التفاعل Qr :

ليكن التحول الكيميائي المنمذج بالمعادلة التالية:

$$\alpha A + \gamma B = \lambda C + \sigma D$$

يعرف كسر التفاعل Q_r بالعلاقة التالية: $Q_r = \dfrac{[C]^{\lambda}[D]^{\sigma}}{[A]^{\alpha}[B]^{\gamma}}$

ملاحظة: الأجسام الصلبة، الغازات غير المنحلة، الماء (إذا كان حالا) لا تظهر في عبارة Q_r

4- ثابت التوازن K :

أ- تعريف: هو كسر التفاعل عند توازن الجملة أي: $k = Q_{rf}$

ملاحظة:

- ثابت التوازن K مقدار ثابت لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة.

- في التفاعلات التامة يكون ثابت التوازن $K > 10^4$

ب- العلاقة بين K و τ_f

لتكن المعادلة الكيميائية التالية:

$$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$$

جدول التقدم:

المعادلة	$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$			
الحالة الابتدائية	CV	بزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$CV - x$	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	$CV_0 - x_f$	بزيادة	x_f	x_f
الحالة الأعظمية	$CV_0 - x_{max}$	بزيادة	x_{max}	x_{max}

$$K = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COOH]_f$$

$$= \frac{x_f}{V} \rightarrow x_f = [H_3O^+]_f \times V$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f.V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$$

$$\rightarrow [H_3O^+]_f = \tau_f.C$$

$$[CH_3COOH]_f = \frac{CV - x_f}{V}$$

$$= C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$$

$$= C - \tau_f.C = C(1-\tau_f)$$

$$K = \frac{\tau_f^2 \cdot C^2}{C(1-\tau_f)} = \frac{\tau_f^2 .C}{1-\tau_f}$$

ملاحظة: بما أن: $\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$ فإنه كلما كانت التراكيز C صغيرة كانت نسبة التقدم τf كبيرة.

- بما أن $k = \frac{\tau_f^2\ C}{1-\tau_f}$ فإنه كلما كانت نسبة التقدم τf كبيرة كان ثابت التوازن k كبيرا.

جـ- اتجاه تطور جملة كيميائية وكسر التفاعل

$\xrightarrow[Q_r]{K}$ $K = Q_r$ الجملة في حالة توازن

$\xrightarrow{Q_r\ K}$ $Q_r < K$ تتطور الجملة في الاتجاه المباشر

$\xrightarrow[Q_r]{K}$ $Q_r > K$ تتطور الجملة في الاتجاه غير المباشر

5-أ- ثابت الحموضة K_a الثنائية أساس/ حمض

عند انحلال حمض أو أساس في الماء فإن ثابت الحموضة Ka للتفاعل تعطي بالعلاقة:

$$Ka = \frac{[\text{أساس}]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[\text{حمض}]_f}$$

مثال 1: $NH_3 + H_2O = NH_4^+ + OH^-$

$$Ka = \frac{[NH_3]_f.[H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$= \frac{[NH_3]_f.[H_3O^+]_f.[OH^-]_f}{[NH_4^+]_f.[OH^-]_f}$$

وبما أن: $K = \frac{[NH_4^+]_f.[OH^-]_f}{[NH_3]_f}$

و $[H_3O^+]_f[OH^-]_f = K_e$

فإن: $Ka = \frac{Ke}{K}$

مثال 2: $HCOOH + H_2O = HCOO^- + H_3O^+$

$$Ka = \frac{[HCOO^-]_f.[H_3O^+]_f}{[HCOOH]_f} = K$$

ب- ثابت الـ pKa للثنائية أساس/ حمض

يعرف الـ pKa بالعلاقة:

$Ka = 10^{-pKa}$ أي $pKa = -\log Ka$

جـ- العلاقة بين pH و pKa:

$$pH = pKa + \log \frac{[\text{أساس}]_f}{[\text{حمض}]_f}$$

$$pH = \tfrac{1}{2}\, pKa - \tfrac{1}{2} \log [\text{حمض}]_f$$

د- مجالات تغلب صفة الأساس والحمض

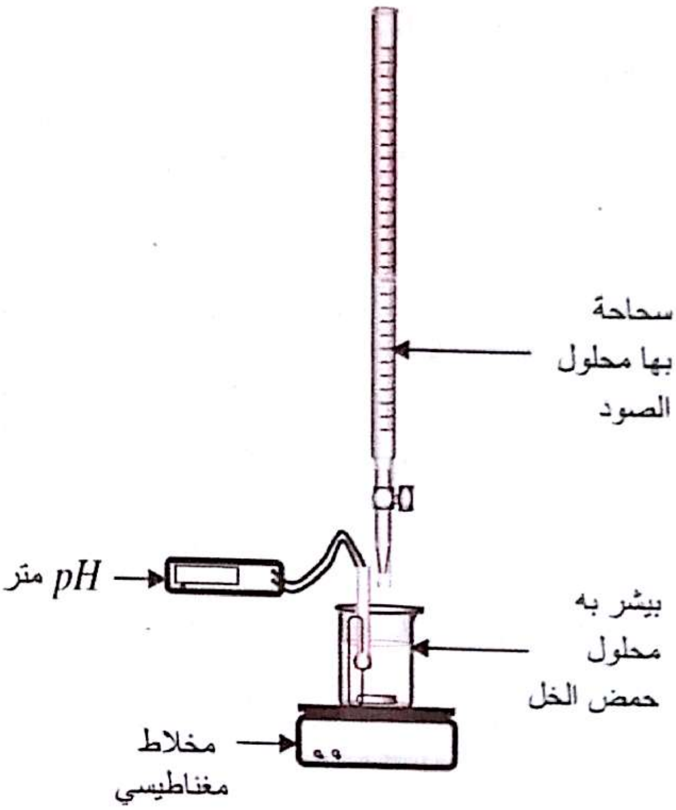
0	$pH < pKa$	pKa	$pH > pKa$	pH
	الحمض الغالب	لاتوجد صفة غالبة	الأساس الغالب	

ملاحظة:

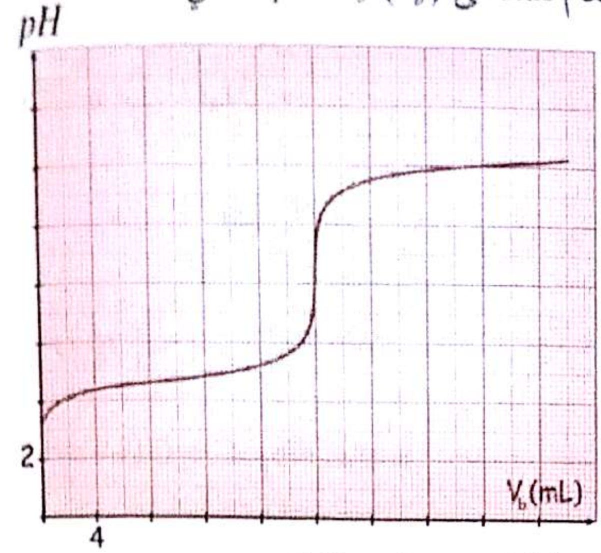
بالنسبة للمحاليل الحمضية لها نفس التركيز يكون الحمض أقوى إذا:

- النسبة النهائية للتقدم اكبر
- ثابت الحموضة Ka اكبر (أو الثابت pKa أصغر)

6- المعايرة pH مترية : معايرة حمض ضعيف بأساس قوي



نقيس pH المزيج بعد كل إضافة للأساس ويكون الشكل العام للمنحنى $pH = f(V_b)$ كالآتي:



عند التكافؤ: $C_aV_a = C_bV_{bE}$

ملاحظة: يمكن تحديد نقطة التكافؤ باستعمال طريقة المشتقة $\frac{dpH}{dV_b} = f'(V_b)$ الممثلة في المنحنى السابق بإسقاط القيمة القصوى على المنحنى $pH = f(V_b)$

	معايرة حمض قوي بأساس قوي	معايرة أساس ضعيف بحمض قوي	معايرة حمض ضعيف بأساس قوي
معادلة التفاعل	$H_3O^+ + OH^- \rightarrow H_2O$ مثال: تفاعل حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ مع الصود $(Na^+ + OH^-)$	$B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$ مثال: تفاعل حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ مع النشادر NH_3	$AH + OH^- \rightarrow A^- + H_2O$ مثال: تفاعل حمض الايثانويك CH_3COOH مع الصود $(Na^+ + OH^-)$
نقطة التكافؤ	$n(H_3O^+) = n(OH^-)$ $pH = 7$ فيكون قانون التعديل $C_aV_a = C_bV_{bE}$	$pH < 7 \quad n(H_3O^+) = n(B)$ فيكون قانون التعديل $C_aV_{aE} = C_bV_b$	$pH > 7 \; n(AH) = n(OH^-)$ فيكون قانون التعديل $C_aV_a = C_bV_{bE}$
3- نقطة نصف التكافؤ	لا توجد نقطة نصف التكافؤ	$[B] = [BH^+] \rightarrow pH = pka$ عند $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$	$[AH] = [A^-] \rightarrow pH = pka$ عند $V_b = \frac{V_{bE}}{2}$
الكاشف المناسب	أزرق بروموتيمول $6,2 \le pH \le 7,6$	الهيليانتين $3,1 \le pH \le 4,4$	فينول فتالين $8,2 \le pH \le 10$

قسم التمارين

التمرين 01

I- نذيب كتلة قدرها $m = 0,046\ g$ من حمض الميثانويك $HCOOH$ في حجم قدره $V_a = 100\ mL$ من الماء المقطر فنحصل على محلول (S_a) ناقليته النوعية $\sigma=0,049 S/m$ عند الدرجة $25^{\circ}C$.

1- أكتب معادلة إنحلال الحمض في الماء مبينا الثنائيتين (أساس/ حمض) الداخلتين في التفاعل.

2- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

3- أحسب التركيز المولي C_a للمحلول الحمضي (S_a).

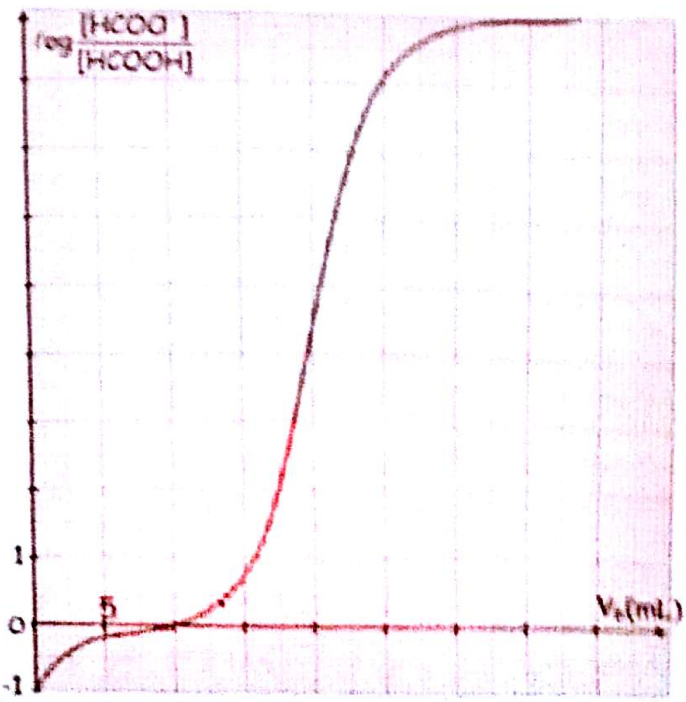
4- أوجد قيمة pH المحلول ثم أحسب نسبة التقدم النهائي τ_f.

- ماذا تستنتج؟

5- أوجد عبارة ثابت التوازن K بدلالة τ_f، C_a ثم أحسب قيمته.

- إستنتج قيمة الـ pK_a للثنائية (أساس/ حمض).

II- نعاير الحجم السابق V_a بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه C_b و نتابع تطورات $\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ بدلالة حجم الأساس المضاف V_b فنحصل على المنحنى التالي:



1- أكتب معادلة تفاعل المعايرة الحادث.

2- باستغلال البيان:

أ- أوجد حجم نصف التكافؤ ثم إستنتج قيمة C_b

ب- قيمة pH_E للمحلول عند التكافؤ

3- أ- أحسب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند إضافة $V_b=10mL$ من المحلول الأساسي

ب- أعد حساب قيمة الـ pK ثم قارنها مع تلك المحسوبة في السؤال I-5.

4- من بين الكواشف الملونة التالية، ماهو الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

الكاشف الملون	أزرق بروموتيمول	فينول فتالين	الهيليانتين	أحمر الميثيل
مجال تغير اللون	6,2-7,6	8,2-10	3,1-4,4	4,2-6,2

يعطى:
$M(C)=12g/mol$
$M(H)=1g/mol$
$M(O)=16g/mol$
$\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2/mol$
$\lambda_{HCOO^-} = 5,46mS.m^2/mol$

الحل:

I-1- معادلة إنحلال الحمض في الماء:

$$HCOOH+H_2O=HCOO^-+H_3O^+$$

- الثنائيتين (أساس/ حمض) الداخلتين في التفاعل هما:

$(HCOOH/HCOO^-)$ و (H_3O^+/H_2O)

2- جدول التقدم:

المعادلة	$HCOOH$	$+ H_2O =$	$HCOO^-$	$+ H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	C_aV_a	بزيادة	0	0
الحالة الإنتقالية	C_aV_a-x	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	$C_aV_a-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

3-حساب التركيز المولي C_a:

$$C_a = \frac{m}{M.V_a} = \frac{0,046}{46.0,1} = 0,01 mol/L$$

4-حساب pH المحلول (S_a):

من جدول التقدم: $[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_a}$

$$\sigma = [H_3O^+]_f.\lambda_{H_3O^+} + [HCOO^-]_f.\lambda_{HCOO^-}$$

$$= [H_3O^+]_f(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})$$

$$\rightarrow [H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$= \frac{0,049}{(35+5,46).10^{-3}}$$

$$= 1,21 mol/m^3 = 1,21.10^{-3} mol/L$$

$$pH = -\ell og[H_3O^+]_f = -\ell og(1,21.10^{-3}) = 2,9$$

-حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f.V_a}{C_aV_a} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_a} = \frac{1,21.10^{-3}}{0,01}$$

$$= 0,121 < 1$$

إذن حمض الميثانويك ضعيف.

5-عبارة ثابت التوازن K:

من عبارة نسبة التقدم النهائي $[H_3O^+]_f = \tau_f.C_a$

من جدول التقدم:

$$[HCOOH]_f = \frac{C_aV_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a}$$

$$= C_a - [H_3O^+]_f = C_a - \tau_f C_a$$

$$= C_a(1-\tau_f)$$

$$K = \frac{[H_3O^+]_f.[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_a(1-\tau_f)} = \frac{C_a^2.\tau_f^2}{C_a(1-\tau_f)}$$

$$K = \frac{C_a.\tau_f^2}{1-\tau_f} = \frac{0,01.0,121^2}{1-0,121} = 1,67.10^{-4}$$

حساب قيمة الـ pK_a:

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f.[base]_f}{[acide]_f} = \frac{[H_3O^+]_f.[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = K$$

$$pK_a = -\ell og K_a = -\ell og 1,67.10^{-4} = 3,8$$

II - 1-معادلة تفاعل المعايرة هي:

$$HCOOH + OH^- \rightarrow HCOO^- + H_2O$$

2-أ-عند حجم نصف التكافؤ يكون $pH = pK_a$ و من

العلاقة $pH = pK_a + \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ فإن

$\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 0$ من المنحنى نجد $\frac{V_{bE}}{2} = 10mL$

-حساب التركيز المولي للأساس C_b:

$$\frac{V_{bE}}{2} = 10mL \longrightarrow V_{bE} = 20mL$$

$$C_aV_a = C_bV_{bE} \Rightarrow C_b = \frac{C_aV_a}{V_{bE}} = \frac{0,01.100}{20}$$

$$= 0,05 mol/L$$

ب-إيجاد قيمة pH_E:

عند الحجم V_{bE} نجد أن $\log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 4,4$

و بالتالي: $pH_E = pK_a + \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$

$$= 3,8 + 4,4 = 8,2$$

3-أ-حساب التراكيز المولية عند إضافة $V_b = 10mL$ من الأساس

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3,8} = 1,6.10^{-4} mo\ell/L$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{1,6.10^{-4}} = 6,25.10^{-11} mol/L$$

$$[Na^+]_f = \frac{C_b.V_b}{V_a+V_b} = \frac{0,05.10}{100+10} = 4,54.10^{-3} mol/L$$

من جدول التقدم :

	$HCOOH$ +	OH^- =	$HCOO^-$ +	H_2O
الحالة الابتدائية	C_aV_a	C_bV_b	0	0
الحالة النهائية	$C_aV_a - x_f$	$C_bV_b - x_f$	x_f	x_f

$$[HCOO^-] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{OH^-} = C_bV_b - x_f\ ;\ \frac{n_{OH^-}}{V_T} = \frac{C_bV_b}{V_T} - \frac{x_f}{V_T}$$

$$[OH^-] = \frac{C_bV_b}{V_T} - [HCOO^-]$$

$$[HCOO^-] = \frac{C_bV_b}{V_T} - [OH^-] = \frac{0{,}05.10}{110} - 6{,}25\times10^{-11}$$

$$[HCOO^-] = 4{,}54\times10^{-3}\ mol/L$$

$$[HCOOH]_0 = [HCOO^-] + [HCOOH]_{\text{متبقي}}$$

$$[HCOOH]_{\text{متبقي}} = [HCOOH]_0 - [HCOO^-]$$

$$[HCOOH]_{\text{متبقي}} = \frac{C_aV_a}{V_T} - [HCOO^-]$$

$$= \frac{0{,}01.10}{110} - 4{,}54\times10^{-3} = 4{,}56\times10^{-3}\ mol/L$$

ب-حساب قيمة الـ pK_a:

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f.[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = \frac{1{,}6.10^{-4}.4{,}7.10^{-3}}{4{,}4.10^{-3}} = 1{,}7.10^{-4}$$

$$pK_a = -\ell og K_a = -\ell og 1{,}7.10^{-4} = 3{,}8$$

و هي مساوية للقيمة المحسوبة في السؤال I-5

4- الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو فينول فتاليين لأن مجال تغير لونه يشمل $pH_E=8{,}2$

التمرين 02

➢ تحديد الثابت pK_a لثنائية (أساس/ حمض):

بغرض تحديد الثابت pK_a لثنائية (أساس/ حمض) و التي نرمز لها بالرمز (AH/A^-)، نقوم بقياس pH المحاليل المائية التي تحتوي الفردين AH، A^- الموافقين لهذه الثنائية.

نستخدم محلولا (S_1) يحتوي النوع A^- بتركيز $C_1=0{,}1 mo\ell/L$ و محلولا (S_2) يحتوي النوع AH بتركيز $C_2=0{,}1 mo\ell/L$.

بواسطة مقياس pH متر، نقوم بقياس pH خلائط مختلفة تمّ تحضيرها في بياشر حيث مُزج في كل منها حجم V_1 من المحلول (S_1) مع حجم V_2 من المحلول (S_2). النتائج المحصل عليها تمّ تلخيصها في الجدول التالي:

المزيج	1	2	3	4	5	6	7	8
الـ pH	3.8	4.2	4.5	4,7	4,9	5,1	5,4	5,8
V_1(mL)	4	10	20	30	40	40	40	40
V_2(mL)	40	40	40	40	30	20	10	4

1- أكمل الجدول التالي:

المزيج	1	2	3	4	5	6	7	8
V_1/V_2								
$Log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$								

2- أرسم البيان : $pH = f\left(Log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\right)$.

3- أثبت أن: $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2}$

4- إستنتج العلاقة النظرية بين pH و $Log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$.

5أ- أكتب معادلة تفاعل الحمض AH مع الماء.

ب- أكتب عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية (AH/A^-) ثمّ إستنتج العلاقة التي تربط pH المزيج و الثابت pK_a.

6- إستنتج قيمة تقريبية للثابت pK_a لهذه الثنائية.

➢ التعرّف على الثنائية (أساس/ حمض):

1- ما هي الثنائيات (أساس/حمض) المعطاة في الجدول التالي التي يمكن إستبعادها من كونها المعنية بالدراسة السابقة؟

pK_a	الكتلة المولية (g/moℓ)AH	الصيغة
3,75	46	$HCOOH/HCOO^-$
4,75	60	$H_3C\text{-}COOH/H_3C\text{-}COO^-$
4,72	43	HN_3 / N_3^-
4,87	74	$H_5C_2\text{-}COOH/H_5C_2\text{-}COO^-$
7,3	52,5	$HC\ell O/C\ell O^-$

2- في الواقع قمنا بوزن 1,87g من الحمض AH لتحضير 250mL من المحلول (S_2) ذي التركيز $C_2=0,1mol/L$ والذي تمّ إستخدام حجوم مختلفة منه V_2 للقيام بالدراسة التجريبية السابقة.

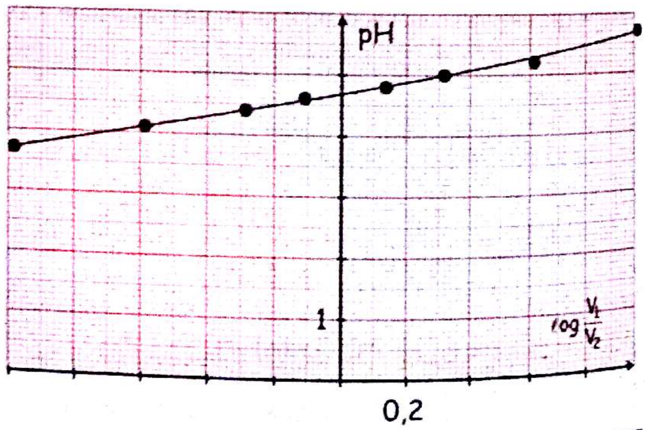
- حدّد الكتلة المولية للمركب AH ثمّ تعرّف على الثنائية (AH/A^-) المعنية بالدراسة.

الحل:

1- إكمال الجدول:

المزيج	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{V_1}{V_2}$	0,10	0,25	0,50	0,75	1,33	2	4	10
$\log\frac{V_1}{V_2}$	-1,00	-0,60	-0,30	-0,12	0,12	0,30	0,60	1.00

2- تمثيل البيان: $pH = f\left(\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\right)$



3- إثبات أن $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2}$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\frac{C_1V_1}{V_1+V_2}}{\frac{C_2V_2}{V_1+V_2}} = \frac{C_1V_1}{C_2V_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

حيث $C_1=C_2$

4- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $pH = a\log\frac{V_1}{V_2} + b$ حيث a معامل التوجيه.

5- أ- معادلة إنحلال الحمض AH في الماء هي:

$$AH+H_2O = A^-+H_3O^+$$

ب- عبارة ثابت الحموضة K_a: $K_a = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[AH]}$

- عبارة pH بدلالة pK_a:

$$-\log K_a = -\log[H_3O^+] - \log\frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$pK_a = pH - \log\frac{[A^-]}{[AH]} \longrightarrow pH = pK_a + \log\frac{[A^-]}{[AH]}$$

6- إستنتاج قيمة الثابت pK_a:

من العلاقة السابقة و بتعويض $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2}$

نجد: $pH = pK_a + \log\frac{V_1}{V_2}$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $b = pK_a = 4,7$

حيث $a=1$

- التعرف على الثنائية(أساس/ حمض)

1- الثنائيات المستبعدة من الدراسة التجريبية هي:

$(HClO/ClO^-)$ و $(HCOOH/HCOO^-)$

2- حساب الكتلة المولية للمركب AH: $m = MC_2V$

$$M = \frac{m}{C_2V} = \frac{1,87}{0,1.0,25}$$

$$= 74,8g/mol$$

وبالتالي الثنائية:

(AH/A^-) هي $(H_5C_2\text{-}COOH/H_5C_2\text{-}COO^-)$

التمرين 03

1- محلولان مائيان لحمضين (S_1) و (S_2) أحدهما قوي و الآخر ضعيف، حيث الحمض الضعيف هو حمض كربوكسيلي صيغته من الشكل $C_nH_{2n}O_2$. نمددهما بالماء المقطر حتى يتضاعف حجم كل واحد 10 مرات.

قسنا PH كل محلول قبل و بعد التمديد وجمعنا النتائج في الجدول التالي:

الحمض	PH قبل التمديد	PH بعد التمديد
(S_1)	3	4
(S_2)	3,4	3,9

بيّن أن (S_1) هو الحمض القوي.

2- نأخذ كمية كتلتها $m = 0,48\,g$ من الحمض الضعيف و نحللها في الماء المقطر، نتحصل على محلول حجمه 50mL. نقسمه لجزأين متساويين.

نضيف للجزء الأول 20 mL من محلول أساسي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $0,1\,mol/L$، ثم نقيس PH هذا المزيج فنجده 4,8.

نعاير الجزء الثاني بواسطة نفس المحلول الأساسي، فيلزم لتكافؤ حمض-أساس 40mL من المحلول الأساسي.

أ- أحسب التركيز المولي للحمض الضعيف.

ب-أوجد الكتلة المولية له واستنتج صيغته المجملة واكتب صيغته نصف المفصلة.

جـ- حدّد PK_A الثنائية أساس/ حمض الخاصة بهذا الحمض.

د- أحسب تراكيز الأفراد الكيميائية الموجودة في مزيج الجزء الأول من المحلول المائي للحمض الضعيف من أجل $pH = 4,8$

الحل:

1- إثبات أن المحلول (S_1) قوي: لدينا $\frac{C_1}{C_2} = 10$

بالنسبة للمحلول (S_1): $\frac{[H_3O^+]_1}{[H_3O^+]_2}=\frac{10^{-PH_1}}{10^{-PH_2}}=\frac{10^{-3}}{10^{-4}}=10$

و بالتالي: $[H_3O^+]_1=C_1$ و $[H_3O^+]_2=C_2$ إذن المحلول (S_1) قوي.

بالنسبة للمحلول (S_2): $\frac{[H_3O^+]_1}{[H_3O^+]_2}=\frac{10^{-PH_1}}{10^{-PH_2}}=\frac{10^{-3,4}}{10^{-3,9}}=3,2$

و بالتالي: $\frac{[H_3O^+]_1}{[H_3O^+]_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ إذن المحلول (S_2) ضعيف.

2-أ/ حساب تركيز المحلول الحمضي:

عند التكافؤ: $C_aV_a = C_bV_{be}$

$$C_a = \frac{C_bV_{be}}{V_a} = \frac{0,1.40}{25} = 0,16\,mol/L$$

ب/ حساب الكتلة المولية للحمض الضعيف:

$$C_a = \frac{m}{MV} \longrightarrow M = \frac{m}{C_a.V} = \frac{0,48}{0,16.0,05} = 60\,g/mol$$

- صيغته الجزيئية المجملة:

$$M = 12n + 2n + 32 = 60 \longrightarrow n = 2$$

- صيغته نصف المفصلة هي: $CH_3-C(=O)-OH$

جـ/ تعيين $PK_a(CH_3COOH/CH_3COO^-)$:

عند حجم نصف التكافؤ يكون $PH=PK_a$

$$\frac{V_{be}}{2} = \frac{40}{2} = 20mL \longrightarrow PH = PK_a = 4,8$$

د/ حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في مزيج الجزء I.

$$[H_3O^+]=10^{-PH}=10^{-4,8}=1,6.10^{-5}\,mol/L$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{1,6.10^{-5}} = 6,25.10^{-10}\,mol/L$$

المعادلة	CH_3COOH	$+H_2O$	$=CH_3COO^-$	$+H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	n	بزيادة	0	0
الحالة الإنتقالية	n-x	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	$n-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

$$[H_3O^+] = [CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V} = 1,6.10^{-5}\,mol/L$$

$$PH = PK_a \rightarrow \log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 0 \longrightarrow$$

$$[CH_3COO^-] = [CH_3COOH] = 1,6.10^{-5}\,mol/L$$

$$[Na^+] = \frac{C_bV_b}{V_T} = \frac{0,1 \times 40}{65} = 0,06\,mol/L$$

التمرين 04

نريد دراسة التفاعل بين 0,1mol من شوارد الإيثانوات CH_3COO^- مع 0,1mol من حمض الميثانويك HCOOH.

1- أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحوّل السابق.

2- قدّم جدولا لتقدم التفاعل السابق.

3- عين قيمة كسر التفاعل الإبتدائي Q_{ri} .

4- أوجد عبارة ثابت التوازن K بدلالة نسبة التقدم النهائي τ_f.

5- علما أن ثابت التوازن الموافق للتفاعل السابق هو K=8 ،

استنتج: أ/ النسبة النهائية للتقدم τ_f .

ب/ التقدم النهائي x_f .

جـ/ التركيب المولي للمزيج في نهاية التفاعل.

الحل:

1- معادلة التفاعل المنمذج للتحول هي:

$$CH_3COO^- + HCOOH = CH_3COOH + HCOO^-$$

2- جدول التقدم:

المعادلة	CH_3COO^- + HCOOH = CH_3COOH + $HCOO^-$			
الحالة الإبتدائية	0,1mol	0,1mol	0	0
الحالة الإنتقالية	0,1 - x	0,1 - x	x	x
الحالة النهائية	$0,1 - x_f$	$0,1 - x_f$	x_f	x_f

3- حساب Q_{ri}: $Q_{ri} = \dfrac{[CH_3COOH]_i[HCOO^-]_i}{[CH_3COO^-]_i[HCOOH]_i} = 0$

4- عبارة K بدلالة τ_f :

$$K = \frac{[CH_3COOH]_f[HCOO^-]_f}{[CH_3COO^-]_f[HCOOH]_f} = \frac{\frac{x_f}{V}.\frac{x_f}{V}}{\frac{0,1-x_f}{V}.\frac{0,1-x_f}{V}}$$

$$= \frac{x_f^2}{(0,1-x_f)^2} = \frac{x_f^2}{(x_{max}-x_f)^2}$$

من جهة أخرى: $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{max}} \longrightarrow x_f = \tau_f.x_{max}$

$$K = \frac{\tau_f^2.x_{max}^2}{(x_{max}-\tau_f.x_{max})^2} = \frac{\tau_f^2}{(1-\tau_f)^2}$$

5-أ/ حساب τ_f :

$$8 = \frac{\tau_f^2}{(1-\tau_f)^2}$$

$$\sqrt{8} = \frac{\tau_f}{1-\tau_f}$$

$$\tau_f = 2,83 - 2,83\tau_f$$

$$3,83\tau_f = 2,83$$

$$\tau_f = 0,74$$

ب/ حساب x_f:

$$x_f = \tau_f.x_{max} = 0,74.0,1 = 0,074mol$$

جـ/ حساب التركيب المولي للمزيج:

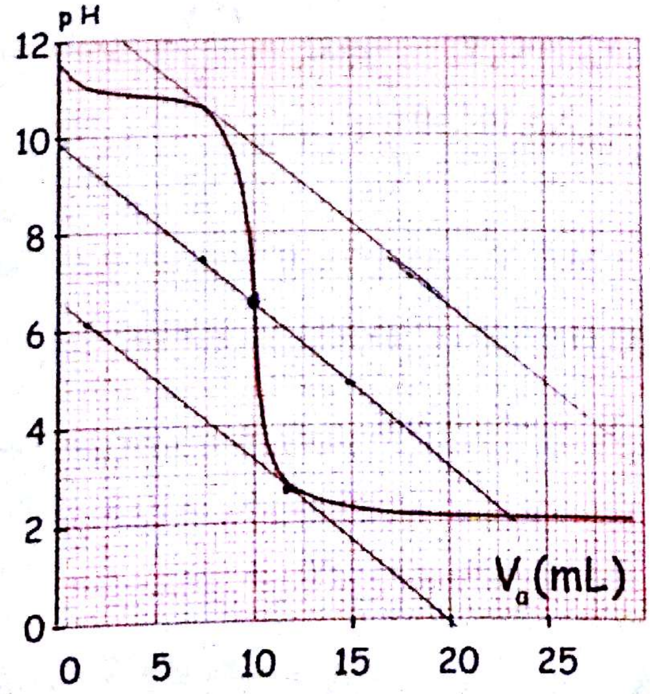
$$n(CH_3COOH) = n(HCOO^-) = x_f = 0,074mol$$

$$n(CH_3COO^-) = n(HCOOH) = 0,1 - x_f$$

$$= 0,1 - 0,074 = 0,026mol$$

التمرين 05

نذيب كتلة m من الإيثيل أمين في الماء المقطر عند الدرجة 25°C ، للحصول على محلول (S_b) حجمه 100 mL وتركيزه C_b. نعاير حجما من المحلول (S_b) قدره $V_b = 5,0mL$ بواسطة محلول (S_a) لحمض كلور الماء تركيزه $C_a = 2,5.10^{-2} mol/L$ وذلك بواسطة قياس الـ pH بدلالة الحجم المضاف من الحمض.



1- أكتب معادلة تفاعل المعايرة السابق .

2- حدّد إعتمادا على البيان :

أ/ إحداثيي نقطة التكافؤ E .

ب/ التركيز C_b للمحلول (S_b) و استنتج الكتلة m .

جـ/ pK_a الثنائية ($C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2$).

3- أ/ أحسب تراكيز كل الأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند إضافة الحجم $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$.

ب/ أعد حساب قيمة الـ pK_a من جديد ثم قارنها مع تلك الموجودة في السؤال 2- أ.

4- أحسب نسبة التقدم النهائي عند الحجم $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$.

ماذا تستنتج ؟

يعطى: $M_{Cl} = 35,5 g/mol$ ، $M_N = 14 g/mol$ ،

$M_C = 12 g/mol$ ، $M_H = 1 g/mol$

الحل:

1- معادلة تفاعل المعايرة هي:

$$C_2H_5NH_2 + H_3O^+ = C_2H_5NH_3^+ + H_2O$$

2- أ/ إحداثيات نقطة التكافؤ E هي:

$$pH_E = 6,4 \text{ و } V_{aE} = 10mL$$

ب/ حساب التركيز المولي C_b :

عند التكافؤ: $C_a V_{aE} = C_b V_b \longrightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{V_b}$

$$C_b = \frac{2,5.10^{-2}.10}{5} = 5.10^{-2} mol/L$$

حساب الكتلة m

$$m = M.C.V = 45 \times 5 \times 10^{-2} \times 0,1 = 0,225\ kg$$

جـ/ إيجاد pK_a الثنائية ($C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2$):

عند حجم نصف التكافؤ يكون $V_a = \frac{V_{aE}}{2} = 5mL$

و بالتالي $pH = pK_a = 10,8$

3- أ/ حساب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية عند إضافة الحجم $V_a = \frac{V_{aE}}{2} = 5mL$:

- $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-10,8} = 1,6.10^{-11} mol/L$

- $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{1,6.10^{-11}} = 6,3.10^{-4} mol/L$

- $[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{2,5.10^{-2}.5}{5+5} = 1,25.10^{-2} mol/L$

حسب قانون انحفاظ الشحنة

	$C_2H_5NH_2$	$+ H_3O^+$	$= C_2H_5NH_3^+$	$+ H_2O$
ح.إ	C_bV_b	C_aV_a	0	0
ح.ن	$C_bV_b - x_f$	$C_aV_a - x_f$	x_f	x_f

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{H_3O^+} = C_aV_a - x_f \ ; \ \frac{n_{H_3O^+}}{V_T} = \frac{C_aV_a}{V_T} - \frac{x_f}{V_T}$$

$$[H_3O^+] = [Cl^-] - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] - [H_3O^+]$$

$$= 1,25 \times 10^{-6} - 1,6 \times 10^{-11} = 1,25 \times 10^{-2} mol/L$$

$$[C_2H_5NH_2]_0 = [C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}}$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}} = [C_2H_5NH_2]_0 - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}} = \frac{C_bV_b}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$= \frac{0,05.5}{10} - 1,25 \times 10^{-2} = 1,25 \times 10^{-2} mol/L$$

عند التكافؤ يكون : $[C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}} = [C_2H_5NH_3^+]$

- حساب pK_a:

$$pK_a = -\log K_a = -\log 1,45.10^{-11} = 10,8$$

و هي نفسها الموجودة بيانيا في السؤال 2-أ.

4- حساب نسبة التقدم النهائي:

نستعين بجدول التقدم:

المعادلة	$C_2H_5NH_2 +$	H_3O^+	$= C_2H_5NH_3^+$	$+ H_2O$
الحالة الإبتدائية	C_bV_b	C_aV_a	0	بزيادة
الحالة الإنتقالية	$C_bV_b - x$	$C_aV_a - x$	x	بزيادة
الحالة النهائية	$C_bV_b - x_f$	$C_aV_a - x_f$	x_f	بزيادة

- نعتبر $C_2H_5NH_2$ متفاعل محد:

$$x_{max} = C_bV_b = 5.10^{-2}.5.10^{-3} = 2,5.10^{-4} mol$$

- نعتبر H_3O^+ متفاعل محد:

$$x_{max}= C_aV_a = 2,5.10^{-2}.5.10^{-3} = 1,25.10^{-4} mol$$

إذن H_3O^+ متفاعل محد و يكون $x_{max} = 1,25.10^{-4} mol$

$$n(H_3O^+)=[H_3O^+].V_T=1,6.10^{-11}.0,01=1,6.10^{-13} mol$$

$$n(H_3O^+) = C_aV_a - x_f \rightarrow x_f = C_aV_a - n(H_3O^+)$$

$$x_f = 1,25.10^{-4} - 1,6.10^{-13} = 1,25.10^{-4} mol$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,25.10^{-4}}{1,25.10^{-4}} = 1$$

نستنتج أن تفاعل المعايرة تام عند كل إضافة للحمض.

التمرين 06

محلول (S_0) من كلور الأمونيوم $(NH_4^+ + Cl^-)$ حجمه $V_0 = 80mL$ تركيزه المولي $C_0 = 1,0.10^{-3} mol/L$

قياس pH هذا المحلول أعطى القيمة 5,2.

1- أكتب معادلة تفاعل شاردة الأمونيوم مع الماء و حدّد الثنائيات (أساس/ حمض) الداخلة في التفاعل.

2- بيّن أنّ شاردة الأمونيوم حمض ضعيف.

3- أعط عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية (NH_4^+ / NH_3).

4- إذا كان pK_a للثنائية السابقة يساوي 9,2 ، أحسب النسبة $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$.

- ما هو النوع الكيميائي الذي يمكن إهماله أمام الآخر؟

5- نضيف للمحلول السابق حجما $V_1=20mL$ من محلول الصود تركيزه المولي $C_1 = 1,0.10^{-3} mol/L$.

أ/ أكتب معادلة التفاعل الحادث بين المحلولين.

ب/ اعط عبارة ثابت التوازن لهذا التفاعل و احسب قيمته.

جـ/ إذا اعتبرنا أنّ هذا التفاعل تام ، أوجد قيمة pH المزيج في نهاية التفاعل.

الحل:

1- معادلة تفاعل شاردة الأمونيوم مع الماء هي:

$$NH_4^+ + H_2O = NH_3 + H_3O^+$$

الثنائيات (أساس/ حمض) الداخلة في التفاعل هي:

(H_3O^+ / H_2O) و (NH_4^+ / NH_3)

2- إثبات أنّ شاردة الأمونيوم حمض ضعيف:

نستعين بجدول التقدم:

المعادلة	NH_4^+	$+H_2O$	$=NH_3$	$+H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	C_0V_0	بزيادة	0	0
الحالة الإنتقالية	$C_0V_0 - x$	بزيادة	x	x
الحالة النهائية	$C_0V_0 - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]V_0}{C_0V_0} = \frac{[H_3O^+]}{C_0} = \frac{10^{-pH}}{C_0}$$

$$\tau_f = \frac{10^{-5,2}}{10^{-3}} = 6,3.10^{-3} < 1$$

إذن شاردة الأمونيوم حمض ضعيف.

3- عبارة ثابت الحموضة : $K_a = \frac{[H_3O^+][NH_3]}{[NH_4^+]}$

4- حساب النسبة: $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{K_a}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-pK_a}}{10^{-pH}} = 10^{pH-pK_a}$$

$$= 10^{5,2-9,2} = 10^{-4}$$

إذن يمكن إهمال $[NH_3]$ أمام $[NH_4^+]$.

5-أ/ معادلة التفاعل الحادث بين المحلولين هي :

$$NH_4^+ + OH^- = NH_3 + H_2O$$

ب/ عبارة ثابت التوازن هي: $K = \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f[OH^-]_f}$

حساب قيمة ثابت التوازن:

$$K = \frac{[NH_3]_f[H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f[OH^-]_f[H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-9,2}}{10^{-14}}$$

$K = 6,3.10^4$

جـ/ إيجاد قيمة pH المزيج في نهاية التفاعل:

نستعين بجدول التقدم :

المعادلة	NH_4^+ +	OH^- =	NH_3 +	H_2O
الحالة الإبتدائية	C_0V_0	C_1V_1	0	بزيادة
الحالة النهائية	$C_0V_0 - x_f$	$C_1V_1 - x_f$	x_f	بزيادة

نعتبر OH^- متفاعل محد: $x_{max} = C_1V_1 = 2.10^{-5} mo\ell$

نعتبر NH_4^+ متفاعل محد: $x_{max} = C_0V_0 = 8.10^{-5} mo\ell$

- إذن OH^- متفاعل محد و يكون $x_{max} = 2.10^{-5} mo\ell$

من جهة أخرى لدينا: $pH = pK_a + \ell og\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{\frac{x_f}{V_T}}{\frac{C_0V_0 - x_f}{V_T}} = \frac{x_f}{C_0V_0 - x_f}$$

بما أن التفاعل تام فإنّ $x_f = x_{max}$ إذن:

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{2.10^{-5}}{8.10^{-5} - 2.10^{-5}} = 0,33$$

$$pH = 9,2 + \log 0,33 = 8,72$$

التمرين 07

الخل ذو الدرجة n يعني أن 100 g منه تحتوي على n(g) من الحمض النقي.

نريد التحقق من درجة الخل التجاري مكتوب على لاصقة قارورته 6° و من أجل ذلك إنطلاقا من هذا الخل ، نحضر محلولا (S_a) ممددا 10 مرات.

نعاير حجما $V_a = 20mL$ من المحلول (S_a) بواسطة محلول الصود تركيزه المولي $C_b=0,10\ mo\ell.L^{-1}$، فنحصل على المنحنى:

$PH = f(V_b)$ حيث V_b هو حجم محلول الصود المضاف .

1- أ/ أذكر البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول (S_a).

ب/ أرسم بشكل تخطيطي عملية المعايرة .

2- أ/ أكتب معادلة التفاعل المنمذج لتحول المعايرة .

ب/ أحسب ثابت التوازن K .

3-أ/ أوجد إحداثيات نقطة التكافؤ واستنتج التركيز المولي للحمض في المحلول (S_a) و التركيز C للخل المدروس .

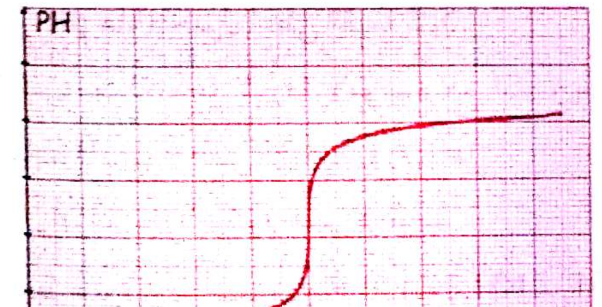
ب/ إستنتج كمية مادة الحمض في 100g من الخل التجاري.

جـ / أحسب درجة الخل التجاري .

د/ هل الخل المدروس مغشوش؟

تعطى:

الكتلة الحجمية للخل التجاري النقي: $\rho=1,02.10^3 g/L$



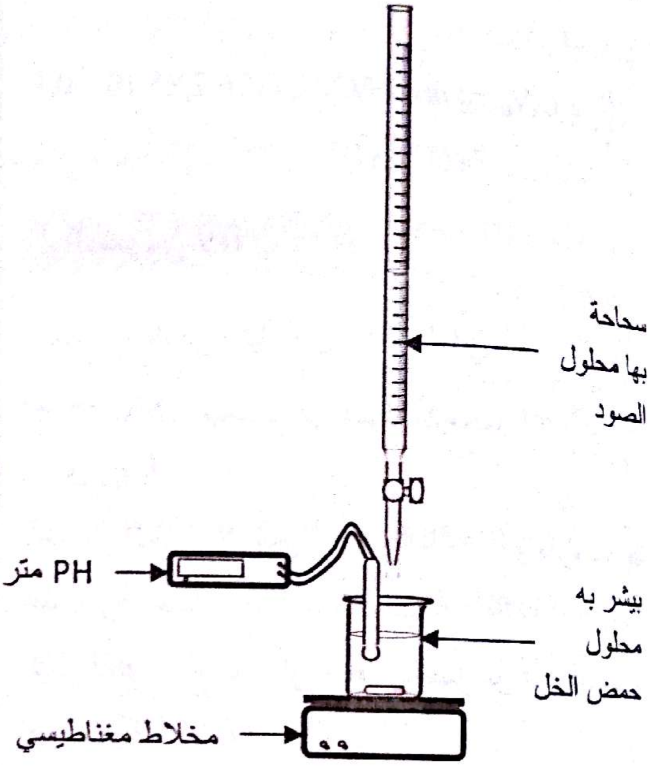
الحل:

1- البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول (S_a):

$$\delta = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = \delta.V_1 = 10V_1$$

نأخذ بواسطة ماصة عيارية مزودة بإجاصة مص سعتها V_1 حجما من المحلول (S) ثم نسكبه في حوجلة عيارية سعتها $10V_1$ ثم نكمل بالماء المقطر إلى غاية خط العيار مع الرج.

ب- الرسم التخطيطي لعملية المعايرة :



2-أ- معادلة التفاعل المنمذج للتحول :

$$CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$$

ب- حساب ثابت التوازن :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f . [OH^-]_f}$$

$$= \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f . [OH^-]_f [H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-PKa}}{K_e}$$

عند حجم نصف التكافؤ يكون $PH = PK_a = 4,8$

و بالتالي: $K = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 1,58.10^9$

3-أ-إحداثيات نقطة التكافؤ $PH_E = 8,6$ و $V_{bE} = 20mL$

عند التكافؤ : $C_a . V_a = C_b . V_{bE}$

$$C_a = \frac{C_b . V_{bE}}{V_a} = \frac{0,1 \times 20}{20} = 0,1\, mol/L$$

تركيز حمض الخل التجاري:

$$\delta = \frac{C}{C_a} = 10 \longrightarrow C = 10.C_a = 10.0,1 = 1\, mol/L$$

ب- كمية مادة الحمض في $100\,g$ من الخل :

$$n = C.V = \frac{C.m}{\rho} = \frac{1.100}{1,02.10^3} = 0,098\, mol$$

جـ - درجة الخل التجاري :

$$m = nM = 0,098.60 = 5,9g$$

بما أن هذه الكتلة موجودة في $100g$ من الخل التجاري

فإن درجة الخل هي: $5,9°$

د - الخل المدروس غير مغشوش لأن درجة الخل المتحصل عليها مقاربة لتلك المكتوبة على الملصقة.

التمرين 08

الفيتامين C أو حمض الأسكوربيك يمكن إعتباره كحمض ضعيف AH صيغته $C_6H_7O_6H$.يباع في الصيدليات على شكل أقراص.

نقيس pH محلول لحمض الأسكوربيك تركيزه $C = 10^{-2} mol/L$ فنجد $pH = 3,1$.

1- بين أن هذا الحمض ضعيف.

2- أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء موضحا الثنائية أساس/ حمض الداخلة في التفاعل.

في بقية التمرين- للتبسيط -نرمز لحمض الأسكوربيك AH و لأساسه المرافق A^- .

3-أحسب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية الموجودة في المحلول ثم إستنتج قيمة PK_a للثنائية AH/A^- .

4- نذيب قرصا من الفيتامين C في $100mL$ من الماء المقطر، فنحصل على محلول S_A.

نعاير هذا المحلول بمحلول S_B لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B = 3.10^{-1} mol/L$ ، فنحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم $V_B = 9,5mL$.

أ- أكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفاعل المعايرة .

ب-أحسب تركيز المحلول S_A ثم إستنتج كتلة حمض الأسكوربيك الموجودة في القرص .

المعطيات:

$M_H = 1g/mol$ ، $M_C = 12g/mol$ ، $M_O = 16g/mol$

الحل:

1- $pH=3{,}1 \Rightarrow \left[H_3O^+\right]=10^{-pH}$

$=10^{-3{,}1}=7{,}94.10^{-4}mol/L$

حساب نسبة التقدم النهائي :

$$\tau_f=\frac{X_f}{X_{max}}=\frac{\left[H_3O^+\right]V}{CV}=\frac{\left[H_3O^+\right]}{C}=\frac{7{,}94.10^{-4}}{10^{-2}}$$

$=7{,}94.10^{-2}<1$

إذن الحمض ضعيف .

2- معادلة التفاعل هي :

$$C_6H_7O_6H+H_2O=C_6H_7O_6^-+H_3O^+$$

الثنائية أساس/ حمض هي : $(C_6H_7O_6H/C_6H_7O_6^-)$

3- حساب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية :

نستعين بجدول التقدم .

المعادلة	$C_6H_7O_6H$	$+H_2O=$	$C_6H_7O_6^-$	$+H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	CV	بالزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$CV-x(t)$	بالزيادة	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$CV-x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$$\left[H_3O^+\right]=\left[A^-\right]_f=\frac{X_f}{V}=7{,}94.10^{-4}mol/L$$

$$\left[AH\right]_f=\frac{CV-X_f}{V}=C-\frac{X_f}{V}=C-\left[H_3O^+\right]_f$$

$$\left[AH\right]_f=10^{-2}-7{,}94.10^{-4}=9{,}21.10^{-3}mol/L$$

حساب K_a:

$$K_a=\frac{\left[A^-\right]_f\left[H_3O^+\right]_f}{\left[AH\right]_f}=\frac{(7{,}94.10^{-4})^2}{9{,}21.10^{-3}}=6{,}84.10^{-5}$$

حساب pK_a : $pK_a=-log\,K_a=4{,}16$

---

4 - أ- معادلة تفاعل المعايرة :

$$C_6H_7O_6H+OH^-=C_6H_7O_6^-+H_2O$$

ب- حساب C_a : عند التكافؤ : $C_a\,V_a=C_b\,V_b$

وعليه: $C_a=\frac{C_bV_b}{V_a}=\frac{3.10^{-1}.9{,}5}{100}=2{,}85.10^{-2}mol/L$

حساب كتلة حمض الأسكوربيك الموجودة في القرص :

$n=C_aV_a$

$\frac{m}{M}=C_aV_a \Rightarrow m=M.C_aV_a=176.2{,}85.10^{-2}.0{,}1$

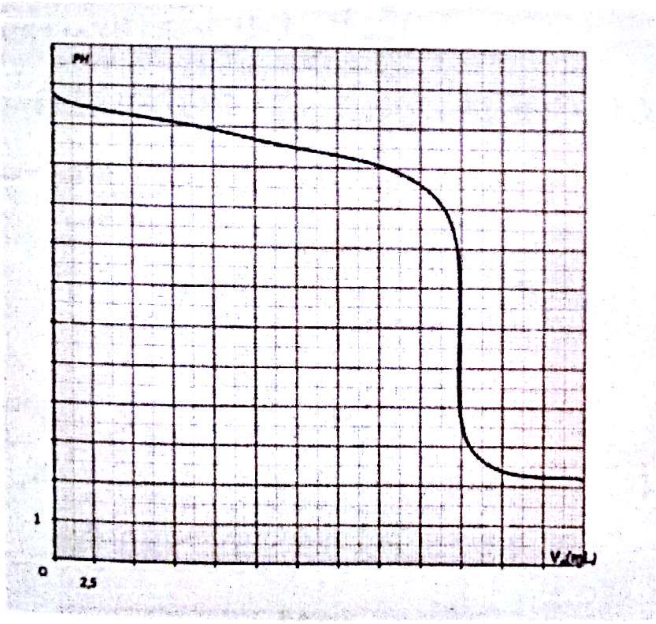
$\Rightarrow m=0{,}5\,g$

التمرين 09

نذيب كتلة m من ميثيل أمين CH_3NH_2 في الماء المقطر عند الدرجة $25°C$ فنحصل على محلول S_b حجمه $V=500\,mL$ و تركيزه C_b.

نأخذ من المحلول S_b حجما قدره $V_b=50\,mL$ ونعايره بواسطة محلول S_a لحمض كلور الماء تركيزه $C_a=0{,}1mol/L$.

نقيس pH المزيج بعد كل اضافة لنتحصل على تمثيل المنحنى البياني $pH=f(V_a)$.



1- ما الذي يدّل على أنّ الميثيل أمين أساس؟

2- اعتمادا على المنحنى :

أ- حدّد احداثيات نقطة التكافؤ E مبيّنا الطريقة المتبعة على المنحنى البياني.

ب- استنتج قيمة الـ pK_a للثنائية $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$.

جـ- استنتج قيمة التركيز C_b وأحسب قيمة m.

د- تحقق أنّ تفاعل الميثيل أمين مع الماء غير تام .

3- أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة .

4- أوجد تراكيز جميع الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج عند إضافة حجم $V_a = 12,5mL$.

5- أحسب من جديد قيمة الـ pK_a ثمّ قارنها مع القيمة البيانية الموجودة سابقا.

الحل:

1- قبل إضافة الحمض $(V_a = 0)$ يكون $pH = 11,7 > 7$

إذن المثيل أمين أساس .

2- أ- نرسم مماسين متوازيين عند نقطتي الانعطاف.

- نرسم مستقيما ثالثا يوازي و يناظر المماسين .

- نقطة التكافؤ هي نقطة تقاطع المستقيم مع المنحنى :

$$V_{a,éq} = 2,5.10 = 25mL\,,\quad pH_E = 1,6 = 6$$

ب- عند حجم نصف التكافؤ يكون :

$$pH = pK_a \Rightarrow pK_a = 10,7$$

جـ- عند التكافؤ :

$$C_a V_{a,éq} = C_b V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_{a,éq}}{V_b} = \frac{0,1.25}{50}$$

$$\Rightarrow C_b = 0,05\, mol/L$$

حساب الكتلة m :

$$C = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = C.M.V = 0,05 \times 31 \times 0,5$$

$$\Rightarrow m = 0,775g$$

د- تفاعل المثيل أمين مع الماء غير تام وللتأكد نحسب تركيز شوارد الهيدروكسيد :

من أجل $V_a = 0$ يكون : $pH = 11,7$

$$[H_3O^+] = 10^{-11,7} = 2.10^{-12} mol/L$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2.10^{-12}}$$

$$= 0,005\, mol/L < C_b = 0,05 mol/L$$

إذن المثيل أمين أساس ضعيف.

3- معادلة تفاعل المعايرة :

$$CH_3NH_2 + H_3O^+ \rightarrow CH_3NH_3^+ + H_2O$$

4- حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج :

عند إضافة الحجم $V_a = 12,5mL$ فإن : $pH = 10,7$

$$[H_3O^+] = 10^{-10,7} = 2.10^{-11} mol/L$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2.10^{-11}} = 5.10^{-4} mol/L$$

$$[Cl^-] = \frac{[Cl^-]_0 V_a}{V_T} = \frac{0,1.12,5}{50+12,5} = 0,02 mol/L$$

إعتمادا على جدول التقدم :

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{H_3O^+} = C_a V_a - x_f\,;$$

$$[H_3O^+] = \frac{C_a V_a}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{C_a V_a}{V_T} - [H_3O^+]$$

$$= 0,02 - 2 \times 10^{-11} = 0,02\ mol/L$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}} = \frac{C_b V_b}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المتبقي}} = \frac{0,05 \times 50}{62,5}. - 0,02 = 0,02\ mol/L$$

5- حساب pK_a:

$$pK_a = pH - log\frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]} = 10,7 - log\frac{1,95.10^{-2}}{2,05.10^{-2}}$$

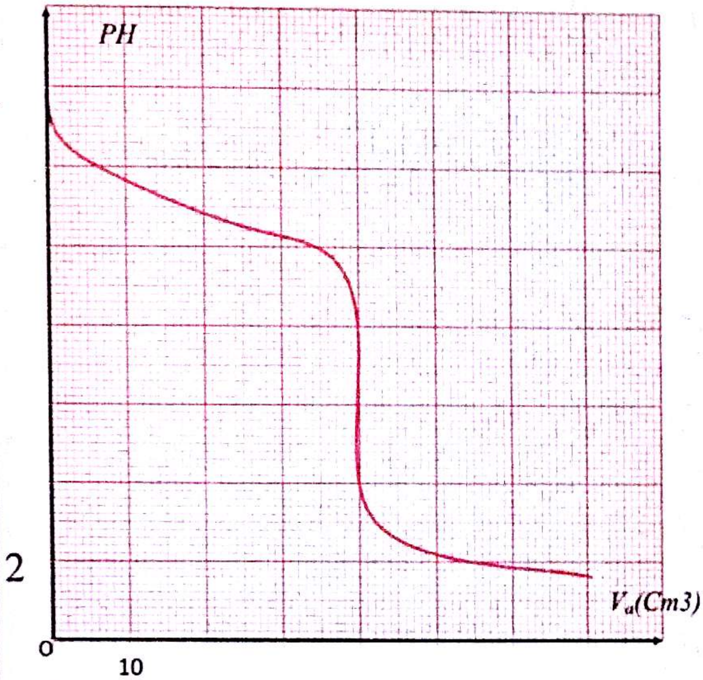
$$pK_a = 10,7$$

وهي نفس القيمة البيانية.

التمرين 10

نعاير $50cm^3$ من محلول مائي (S) لأساس صيغته العامة $C_nH_{2n+3}N$ بمحلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $0,1 mol/L$ وبإستعمال جهاز الـ pH متر نقيس pH المزيج بدلالة حجم الحمض المضاف.

1- أوجد من البيان التالي :



أ- إحداثيات نقطة التكافؤ، ماذا تستنتج بالنسبة للمحلول (S) ؟

ب- التركيز المولي للمحلول (S).

جـ- قيمة ثابت الحموضة K_a الموافق للثنائية أساس/ حمض.

2- من بين الكواشف الملونة التالية ، ما هو المناسب لهذه المعايرة؟ علل.

الكاشف	الهليانتين	فينول فتالين	أحمر الميثيل
مجال تغير اللون	3,1 - 4,4	8,2 - 10	4,4 - 6,2

3- المحلول (S) تم تحضيره بإذابة $2,1g$ من الأساس في $600mL$ من الماء المقطر تحت درجة الحرارة $25°C$.

أ- استنتج الصيغة الجزيئية للأساس المستعمل .

ب- أكتب المعادلة الكيميائية الموافقة للمعايرة السابقة.

الحل:

1- أ- من البيان نجد: نقطة التكافؤ $(V_{eq}=40cm^3 , pH=6)$ ، بما أن للمزيج عند التعديل $pH<7$ نقول أن الأساس المستعمل ضعيف.

ب- حساب C_b :

عند التكافؤ: $C_a V_a = C_b V_b$

$$C_b = \frac{C_a V_a}{V_b} = \frac{0,1.40}{50} = 0,08\ mol/L$$

جـ- ثابت الحموضة :

عند حجم نصف التكافؤ $pH = pK_a = 10,8$

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-10,8} = 1,58\ .10^{-11}$$

2- الكاشف المناسب للمعايرة هو : أحمر المثيل لأن مجال تغيره اللوني يشمل نقطة التكافؤ .

3- أ- صيغة الأساس : $C_nH_{2n+3}N$

$$C_b = \frac{n}{V} \text{ و } n = \frac{m}{M}$$

$$C_b = \frac{m}{M.V} \Rightarrow M = \frac{m}{C_b.V} = \frac{2,1}{0,08.0,6} = 43,75 g/mol$$

$$M = 14n + 17 = 43,75 \Rightarrow n \simeq 2$$

المركب هو : C_2H_7N

ب- معادلة تفاعل المعايرة :

$$C_2H_7N + H_3O^+ \rightarrow C_2H_7-NH^+ + H_2O$$

التمرين 11

نريد دراسة مسحوق أبيض لمزيل الكلس مكون أساسا من حمض صيغته H_2NSO_3H والذي نعتبره حمضا أحادي الوظيفة، تام الإنحلال في الماء.

نعاير محلول لهذا المركب من أجل ذلك نذيب $m=1,7g$ في الماء المقطر حجمه $200\,mL$ فنحصل على محلول S_a تركيزه C_a، نأخذ منه $20\ mL$ ثم نسكب عليه تدريجيا محلول الصود تركيزه : $C_b = 0,1\,mol/L$.

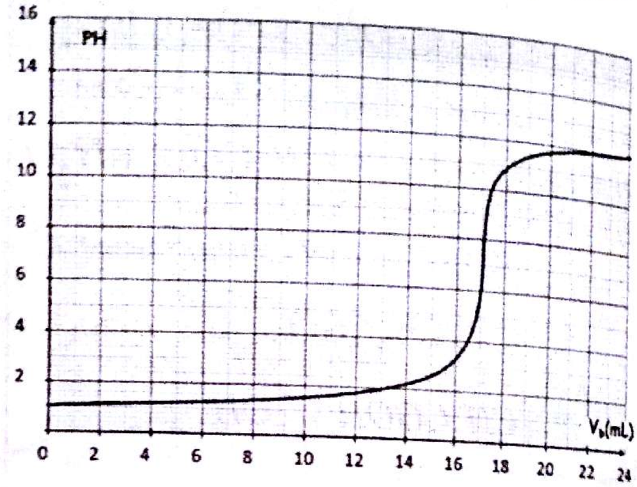
1- أ- أكتب المعادلة الإجمالية لتفاعل هذا الحمض مع الماء.

ب- أذكر الثنائيتين أساس/حمض المشاركة في هذا التفاعل.

جـ- ماذا يمكنك القول فيما يخص ثابت التوازن K الموافق لهذا التفاعل ؟

2-ما هو البروتوكول التجريبي لتتم معايرة هذا الحمض بواسطة أساس ؟

3-المعايرة التي تمت أعطت المنحنى الموضح في الشكل التالي:



أ- هل شكل المنحنى يسمح بمعرفة إذا كان الحمض تام الإنحلال في الماء ؟

ب- عين إحداثيات نقطة التكافؤ ثم استنتج التركيز C_a للمحلول S_a.

جـ-ما هي كتلة الحمض H_2NSO_3H النقي الموجود في المحلول S_a واستنتج النسبة المئوية الكتلية للحمض في المسحوق.

يعطى : $M(N)=14g/mol$ $M(S)=32g/mol$

$M(O)=16g/mol$ $M(H)=1g/mol$

الحل:

1-أ- معادلة تفاعل الحمض مع الماء :

$$H_2NSO_3H+H_2O \rightarrow H_2NSO_3^-+H_3O^+$$

ب-الثنائيتان هما :

H_3O^+/H_2O و $H_2NSO_3H/H_2NSO_3^-$

جـ- بما أن التفاعل تام يكون ثابت التوازن : $K>10^4$

2- البرتوكول التجريبي :

- نضع في بيشر حجم $V_a=20mL$ من المحلول الحمضي تركيزه C_a.

- نملأ السحاحة بالمحلول الأساسي ذي التركيز $C_b=0,1mol/L$.

- نصب تدريجيا بواسطة السحاحة المحلول الأساسي مع تحريك المزيج بواسطة المخلاط المغناطيسي و نقيس عند كل إضافة قيمة الـ pH.

3-أ- نعم يمكن تحديد قوة الحمض من المنحنى لأنه: من أجل $V_b=0mL$ يكون $pH=1$ (مقدار خاص بالأحماض القوية).

ب- إحداثيات نقطة التكافؤ: $(V_{bE}=17mL;pH=7)$

- حساب التركيز C_a :

- عند التكافؤ : $C_aV_a=C_bV_b$

$$C_a=\frac{C_bV_b}{V_a}=\frac{0,1.17}{20}=0,085mol/L$$

جـ-حساب كتلة الحمض : $n_a=C_aV_a$

$$\frac{m}{M}=C_a.V_a \Rightarrow m=M.C_a.V_a$$

علما أن : $M_{H_2NSO_3H}=97g/mol$

$$m=0,087\times0,2\times97=1,649=1,65g$$

- النسبة المئوية للحمض : $1,7g \rightarrow 100\%$

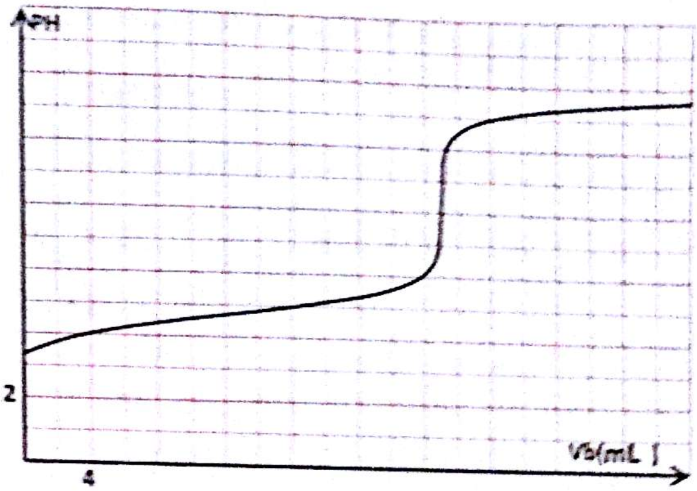
$1,65g \rightarrow \alpha$

و عليه : $\alpha=97,06\%$

التمرين 12

نعاير حجما قدره $V_a=40mL$ من محلول حمض الإيثانويك CH_3COOH بمحلول البوتاس KOH تركيزه: $C_b=2,10^{-2}mol/L$.

المعايرة الـ pH مترية تمكننا من رسم المنحنى البياني أدناه:



1- عين إحداثيات نقطة التكافؤ مع توضيح الطريقة المتبعة.

2- استنتج تركيز حمض الإيثانويك و بين أنه حمض ضعيف.

3- عين pKa الثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-).

4- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

5- أحسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل.

6- أحسب نسبة التقدم النهائي لتفاعل المعايرة عند سكب الحجم $V_b=16mL$ من الأساس. ماذا تستنتج ؟

7- في غياب جهاز pH متر، ما هو الكاشف المناسب لهذه المعايرة؟ علل.

الكاشف الملون	أزرق بروموتيمول	الفينول فتالين	الهليانتين	أحمر الميثيل
مجال تغير اللون	6,2–7,6	8,2-10	3,1–4,4	4,2–6,2

الحل:

1- إحداثيات نقطة التكافؤ هي $E(25mL,8)$

- نرسم مماسان متوازيان في نقطتي الانعطاف.
- نرسم مستقيما ثالثا يناظر المماسين.
- نقطة تقاطع المستقيم مع المنحنى تحدد نقطة التكافؤ E .

2- حساب تركيز الحمض :

عند التكافؤ : $C_a V_a = C_b V_{b\,éq}$

$$C_a = \frac{C_b V_{béq}}{V_a} = \frac{2.10^{-2}.25}{40} = 1,25.10^{-2} mol/L$$

الحمض المستعمل ضعيف لأن :

لما $V_b = 0$ يكون $pH = 3,4$ (المحلول حمضي)

$$[H_3O^+] = 10^{-3,4} = 4.10^{-4} mol/L < C_a$$

إذن الحمض ضعيف.

3- عند حجم نصف التكافؤ يكون : $pH = pK_a$

$$pH = pK_a = 4,8mL$$

4- معادلة المعايرة :

$$CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$$

5- حساب ثابت التوازن :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f}$$

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f [H_3O^+]_f}$$

$$K = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 1,58.10^9$$

6- حساب نسبة التقدم النهائي : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

من أجل : $V_b = 16mL$ يكون: $pH = 5$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-5} mol/L$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{10^{-5}} = 10^{-9} mol/L$$

$$n(OH^-) = [OH^-]_f . V_T = 10^{-9}.(40+16).10^{-3}$$

$$n(OH^-) = 5,6.10^{-11} mol$$

المعادلة	CH_3COOH +	OH^- =	CH_3COO^- +	H_2O
الحالة الإبتدائية	C_aV_a	C_bV_b	0	0
الحالة النهائية	$C_aV_a - x_f$	$C_bV_b - x_f$	x_f	x_f

- حساب التقدم الأعظمي :باعتبار الأساس متفاعل محد (عند نقطة نصف التكافؤ) .

$$C_b V_b - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_b V_b = 2.10^{-2}.16.10^{-3}$$

$$= 3,2.10^{-4} mol$$

-حساب التقدم النهائي: $C_b V_b - x_f = 5{,}6.10^{-11} = 0$

$C_b V_b = x_f = 3{,}2.10^{-4} mol = x_{max}$

إذن التفاعل تام.

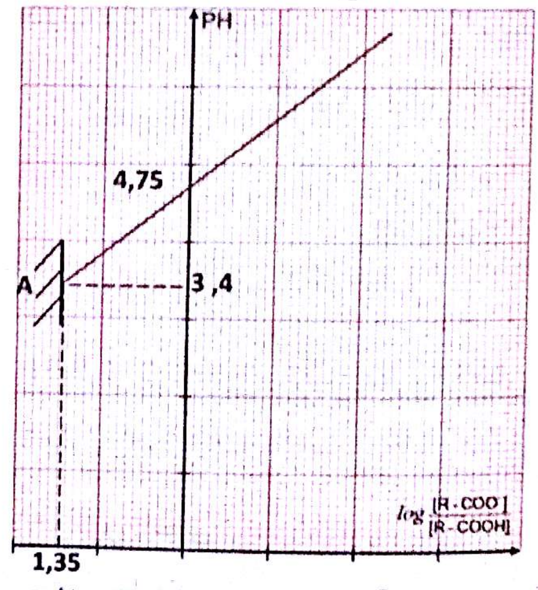
-الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو الفينول فتالين لأن مجال تغير لونه يشمل pH_E .

التمرين 13

1-نحل في الماء المقطر $0{,}6\,g$ من حمض عضوي صيغته من الشكل $R\text{-}COOH$، ونتحصل بذلك على محلول مائي حجمه $1L$.

أكتب معادلة الإنحلال في الماء موضحا الثنائية (أساس/حمض).

2- نأخذ $20\,mL$ من المحلول الناتج و نعايره بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $0{,}01\,mol/L$ وعند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25°C$ تسمح بتمثيل البيان المرسوم في الشكل التالي :



حيث $[R\text{-}COOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي.

- أحسب تراكيز الأفراد الكيميائية عند النقطة A.

3-عندما نضيف $10\,mL$ من المحلول الأساسي يكون pH المزيج يساوي إلى 4,75.

أ- أحسب التركيز المولي للمحلول الحمضي.

ب- أوجد الصيغة المجملة للحمض العضوي، ثم اكتب صيغته نصف المفصلة و اذكر إسمه.

يعطى: $H = 1g/mol$، $C = 12g/mol$، $O = 16g/mol$

الحل:

1- معادلة إنحلال الحمض في الماء :

$$R\text{-}COOH + H_2O = R\text{-}COO^- + H_3O^+$$

الثنائية أساس/ حمض هي : $R\text{-}COOH / R\text{-}COO^-$

2- حساب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة عند النقطة A .

$$pH=3.4 \Rightarrow [H_3O^+]=10^{-3,4}=4.10^{-4}\,mol/L$$

$$[OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}=\frac{10^{-14}}{4.10^{-4}}=2{,}5.10^{-11}\,mol/L$$

حسب قانون إنحفاظ الشحنة وبإهمال $[OH^-]$ أمام $[H_3O^+]$

نجد : $[RCOO^-]=[H_3O^+]=4.10^{-4}\,mol/L$

$$\log\frac{[R\text{-}COO^-]}{[R\text{-}COOH]}=-1{,}35$$

$$\frac{[R\text{-}COO^-]}{[R\text{-}COOH]}=10^{-1{,}35}=4{,}5.10^{-2}$$

$$[R\text{-}COOH]=\frac{[R\text{-}COO^-]}{4{,}5\times10^{-2}}=\frac{4\times10^{-4}}{4{,}5\times10^{-2}}$$

$$[R\text{-}COOH]=8{,}9\times10^{-3}\,mol/L$$

---

3 - عندما يكون pH المزيج مساويا 4,75 يكون :

$$\log\frac{[R\text{-}COO^-]}{[R\text{-}COOH]}=0$$

و عليه: $pH = pK_a$ أي أنّ: $V_b=\frac{V_{b,éq}}{2}=10\,mL$

ومنه : $V_{b,éq}=2V_b=20\,mL$

أ- حساب تركيز المحلول الحمضي :

$$C_a V_a = C_b V_{b,éq} \Rightarrow C_a=\frac{C_b V_{b,éq}}{V_a}=\frac{0{,}01.20}{20}$$

$$C_a=0{,}01\,mol/L$$

ب- إيجاد الصيغة المجملة للحمض :

$$C_a = \frac{m}{MV} \Rightarrow M = \frac{m}{C_a V} = \frac{0,6}{0,01.1} = 60g/mol$$

$$M = 14n + 32 \Rightarrow n = 2$$

إذن صيغة الحمض المجملة هي: $C_2H_4O_2$.

صيغته نصف المفصلة هي: $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$ حمض الإيثانويك.

التمرين 14

نحضر محلولا (S_0) من حمض الإيثانويك تركيزه المولي : $C_0 = 10^{-1} mol/L$ ثم نقيس pH هذا المحلول فنجده $2,9$.

1- أكتب معادلة إنحلال الحمض في الماء .

2- أنشئ جدول تقدم التفاعل و أوجد نسبة التقدم النهائي للتفاعل τ_f بدلالة pH و C_0، ثم أحسبها.

3- إنطلاقا من المحلول السابق (S_0) نحضر محاليل (S_i) ممددة و ذلك بأخذ في كل مرّة حجما $V_0 = 10 mL$ من (S_0) ونضيف حجما مناسبا من الماء المقطر .

أوجد عبارة التركيز C للمحاليل (S_i) بدلالة : $V(H_2O), V_0, C_0$.

4- بعد حدوث التوازن الكيميائي في المحاليل السابقة نقوم بقياس pH كل محلول فنحصل على النتائج التالية :

$V(H_2O)\, mL$	0	10	20	40	60	90
pH	2,90	3,05	3,15	3,25	3,30	3,40
$C(mol/L)$						
$-log\, C$						

أ- أكمل الجدول السابق .

ب- مثل البيان $pH = f(-\log C)$.ماذا تستنتج ؟

جـ- أثبت أنّ : $K_a = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0}$.

د- إستنتج قيمة pK_a الثنائية (أساس/ حمض) الداخلة في التفاعل .

ملاحظة : كل المحاليل مأخوذة في درجة حرارة $25°C$.

الحل:

1- كتابة معادلة إنحلال الحمض في الماء :

$$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$$

2- جدول التقدم :

المعادلة	CH_3COOH	$+H_2O =$	CH_3COO^-	$+H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	n_0	بالزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$n_0 - x(t)$	بالزيادة	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$n_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

حساب τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f . V}{C_0 . V} = \frac{10^{-pH}}{C_0} = \frac{10^{-2,9}}{C_0} = 1,26.10^{-2}$$

3- عبارة التركيز C:

حسب قانون التخفيف : $C.V = C_0 . V_0$

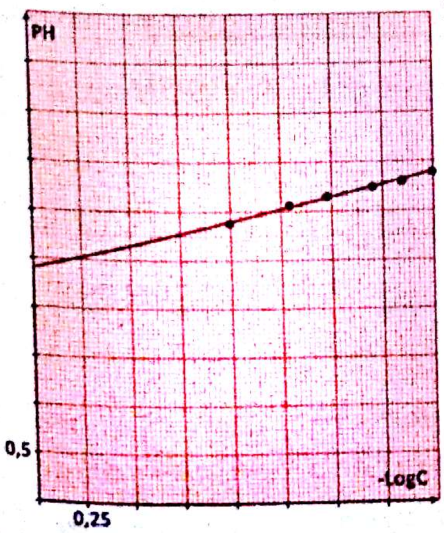
$$C.(V_0 + V(H_2O)) = C_0 . V_0$$

$$C = \frac{C_0 . V_0}{V_0 + V(H_2O)}$$

4- أ- إكمال الجدول :

C	0,100	0,050	0,033	0,20	0,014	0,010
-log C	1,00	1,30	1,48	1,70	1,85	2,00

ب- تمثيل المنحنى :



المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$pH = a(-log\, C) + b$

حيث a معامل التوجيه .

ج-إثبات أن : $K_a = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0}$

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$[CH_3COOH]_f = C_0 - \frac{x_f}{V} = C_0 - [H_3O^+]_f$$

وبما أن : $\frac{C_0}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-1}}{10^{-2,9}} = 79,4$

إذن تركيز $[H_3O^+]_f$ مهمل أمام C_0.

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0}$$

د- إستنتاج قيمة pK_a :

من العلاقة السابقة : $K_aC = [H_3O^+]_f^2$

$$-logK_a - logC = -log[H_3O^+]_f^2$$

$$-logK_a - logC = 2pH$$

$$pH = -\frac{1}{2}logC + \frac{1}{2}pK_a$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد :

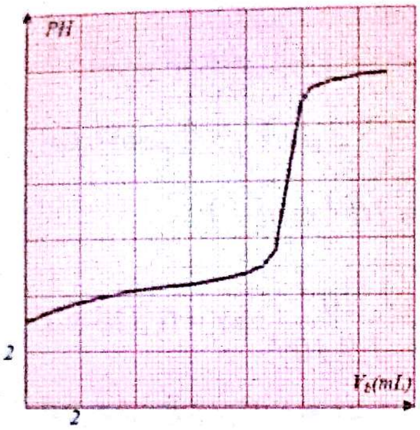
$$b = \frac{1}{2}pK_a \Rightarrow pK_a = 2b$$

$$pK_a = 2.(4,8.0,5) = 4,8$$

التمرين 15

ا-نضع في إناء حجما $V_a = 500mL$ من محلول حمض البنزويك C_6H_5COOH ونعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه $C_b = 0,1mol/L$.

نتابع تغيرات pH المزيج بدلالة حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف فنحصل على البيان المقابل :



1- حدد البروتوكول التجريبي مبرزا بدقة الوسائل و المواد المستعملة.

2- حدد نقطة التكافؤ واستنتج تركيز الحمض.

3- بيّن أن حمض البنزويك حمض ضعيف.

4-إستنتج بيانيا قيمة الـ pK_a للثنائية (أساس/حمض) الموافقة ثم أحسب الـ K_a.

5- أكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل المعايرة.

6- لتحضير محلول حمض البنزويك السابق قمنا بوضع كتلة m من الحمض النقي في وعاء سعته $100\,mL$ به كمية قليلة من الماء المقطر ثم أكملنا الحجم إلى غاية خط العيار.

-أحسب الكتلة m.

يعطى: $M(C)=12g/mol$ ، $M(O)=16g/mol$ ،

$M(H)=1g/mol$

الحل:

1-نضع في بيشر حجما قدره $V_a = 500mL$ من محلول حمض البنزويك، نغمر فيه مسبار جهاز الـ pH متر ثم نشغل المخلاط المغناطيسي.

-نملأ السحاحة بمحلول الصود تركيزه :

$$C_b = 0,1\,mol/L$$

ثم نصب تدريجيا بواسطة السحاحة محلول الصود ونقيس pH المزيج بعد كل إضافة.

2- نقطة التكافؤ هي : $(V_{b,éq} = 9,5\,mL; pH_E = 8,2)$

حساب تركيز الحمض: عند التكافؤ تكون :

$$C_aV_a = C_bV_{b,éq}$$

$$C_a = \frac{C_b V_{b,éq}}{V_a} = \frac{0,1.9,5}{500} = 0,0019\,mol/L$$

3- إثبات أن حمض البنزويك ضعيف :

عند الحجم $V_b = 0$ يكون $pH = 3$ و عليه :

$$[H_3O^+] = 10^{-3}\,mol/L$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+].V}{C_a.V} = \frac{10^{-3}}{1,9.10^{-3}} \Rightarrow \tau = 0,526 < 1$$

إذن حمض البنزويك ضعيف

4- استنتاج بيانيا قيمة الـ pK_a :

عند حجم نصف التكافؤ يكون : $pH = pK_a$

بعد الإسقاط على البيان نجد : $pK_a = 4,2$

استنتاج قيمة الـ K_a :

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4,2} = 6,31.10^{-5}$$

5- معادلة تفاعل المعايرة هي :

$$C_6H_5COOH + OH^- = C_6H_5COO^- + H_2O$$

6-حساب الكتلة m : $C_a = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = M.V.C_a$

$$m = 122.1,9.10^{-3}.0,1 = 0,023g$$

التمرين 16

الإيبوبروفين *(Ibuprofène)* حمض كربوكسيلي صيغته الإجمالية $C_{13}H_{18}O_2$ دواء يعتبر من المضادات للالتهابات إضافة إلى كونه مسكنا للآلام و مخفضا للحرارة .

تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل مسحوق في أكياس تحمل المقدار $200\,mg$ قابل للذوبان في الماء.

نرمز للإيبوبروفين بـ $RCOOH$ ولأساسه المرافق $RCOO^-$

تعطى الكتلة المولية للحمض $M(RCOOH)=206g/mol$

تمت جميع العمليات عند درجة الحرارة $25°C$.

الجزء I:

تحديد ثابت التوازن لتفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء.

نذيب محتوى كيس من الإيبوبروفين والذي يحتوي على $200\,mg$ من الحمض في كأس من الماء المقطر،فنحصل على محلول مائي (S_0) تركيزه C_0 وحجمه $V_0 = 100\,mL$.

1-أحسب C_0 .

2-أعطى قياس pH المحلول (S_0) القيمة $3,17$.

أ-تحقق باستعمال جدول التقدم أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود.

ب-أكتب عبارة كسر التفاعل Q_r لهذا التحول.

جـ-بين أن عبارة Q_r عند التوازن يكتب على الشكل التالي:

$$Q_{r,f} = \frac{x_{max}.\tau_f^2}{V_0.(1-\tau_f)}$$

حيث τ_f نسبة التقدم النهائي للتفاعل.

د-استنتج قيمة ثابت التوازن K للتفاعل المدروس.

الجزء II:

التحقق من صحة المقدار المسجل على كيس الإيبوبروفين.

للتحقق من صحة المقدار المسجل على الكيس، نأخذ حجما $V_b = 60,0\,mL$ من محلول مائي (S_b) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه $C_b = 3,0.10^{-2}\,mol/L$ و نذيب فيه كليا محتوى كيس الإيبوبروفين فنحصل على محلول مائي (S).

1-أكتب معادلة تفاعل الحمض $RCOOH$ والمحلول (S_b).

2-بين أن كمية المادة الإبتدائية لشوارد الهيدروكسيد $n_i(OH^-)$ المتواجدة في المحلول (S_b) أكبر من كمية المادة الإبتدائية للحمض $n_i(RCOOH)$.

3-لمعايرة شوارد الهيدروكسيد المتبقية في المحلول (S) نأخذ حجما $V = 20,0\,mL$ من هذا المحلول ونضيف إليه محلولا مائيا (S_a) لحمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$ تركيزه: $C_a = 1,0.10^{-2}\,mol/L$

نحصل على التكافؤ عند سكب الحجم $V_{a,éq} = 27,7\,mL$ من المحلول (S_a).

أ-أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب-أوجد كمية مادة شوارد الهيدروكسيد التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$ المتواجدة في الكيس.

جـ-أحسب الكتلة m لحمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس. ماذا تستنتج؟

الحل:

الجزء I: حساب C_0:

-1

$$C_0 = \frac{m}{MV_0} = \frac{0,2}{206 \times 0,1} \Rightarrow C_0 = 9,71 \times 10^{-3} mol/L$$

2-أ- جدول التقدم :

المعادلة	$RCOOH$	$+ H_2O =$	$RCOO^-$	$+ H_3O^+$
الحالة الإبتدائية	C_0V_0	بالزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$C_0V_0 - x$	بالزيادة	x	x
الحالة النهائية	$C_0V_0 - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f V_0}{C_0 V_0} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} = \frac{10^{-3,17}}{9,71.10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \tau_f = 0,07 < 1$$

إذن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء محدود .

ب- عبارة كسر التفاعل : $Q_r = \frac{[H_3O^+][RCOO^-]}{[RCOOH]}$

جـ- عبارة $Q_{r,f}$: $Q_{r,f} = \frac{[H_3O^+]_f [RCOO^-]_f}{[RCOOH]_f}$

من جدول التقدم : $[H_3O^+]_f = [RCOO^-] = \frac{x_f}{V_0}$

من جهة أخرى :

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \tau_f . C_0$$

$$[RCOOH]_f = \frac{C_0V_0 - x_f}{V_0} = C_0 - \frac{x_f}{V_0} = C_0 - [H_3O^+]_f$$

$$\Rightarrow [RCOOH]_f = C_0 - \tau_f C_0 = C_0(1-\tau_f)$$

نعوض في عبارة Q_r : $Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0^2}{C_0(1-\tau_f)} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1-\tau_f)}$

علما أن : $x_{max} = C_0V_0 \Rightarrow C_0 = \frac{x_{max}}{V_0}$

و عليه : $Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1-\tau_f)} \Rightarrow Q_{r,f} = \frac{x_{max} . \tau_f^2}{V_0(1-\tau_f)}$

د- حساب K:

$$K = Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1-\tau_f)} = \frac{0,07^2 \times 9,71.10^{-3}}{1 \times 0,07}$$

$$\Rightarrow K = 5,12 \times 10^{-5}$$

الجزء II

1- معادلة تفاعل الحمض مع محلول الصود:

$$RCOOH + OH^- = RCOO^- + H_2O$$

2- حساب $n_i(OH^-)$:

$$n_i(OH^-) = C_bV_b = 3,0.10^{-2}.0,06$$

$$\Rightarrow n_i(OH^-) = 1,8.10^{-3} mol$$

حساب $n_i(RCOOH)$:

$$n_i(RCOOH) = \frac{m}{M} = \frac{0,2}{206}$$

$$\Rightarrow n_i(RCOOH) = 9,71.10^{-4} mol$$

$$n_i(OH^-) > n_i(RCOOH)$$

3-أ-كتابة معادلة تفاعل المعايرة :

$$H_3O^+ + OH^- = 2H_2O$$

ب- حساب كمية مادة شوارد OH^- المتفاعلة مع حمض كلور الماء: $n = C_aV_{a,éq} = 1,0.10^{-2}.0,0277$

$$\Rightarrow n = 2,77.10^{-4} mol$$

حساب كمية مادة شوارد OH^- المتبقية في المحلول (S) :

$$n(OH^-) = 3n = 3.2,77.10^{-4}$$

$$\Rightarrow n(OH^-) = 8,31.10^{-4}\, mol$$

وعليه كمية مادة شوارد الهيدروكسيد المتفاعلة مع الحمض $RCOOH$ هي: $n'(OH^-) = n_i(OH^-) - n(OH^-)$

$$n'(OH^-) = 1,8.10^{-3} - 8,31.10^{-4}$$

$$n'(OH^-) = 9,69.10^{-4}\, mol$$

جـ- حساب الكتلة m: $n'(OH^-) = n(RCOOH)$

$$n(RCOOH) = \frac{m}{M} \Rightarrow m = M.n(RCOOH)$$

$$m = 206 \times 9,69 \times 10^{-4} \Rightarrow m = 0,2\, g = 200\, mg$$

إذن المقدار المسجل على الكيس صحيح .

التمرين 17

I -تحتوي قارورة على محلول لكاشف ملون مجهول تركيزه : $C_0 = 2,9 \times 10^{-4}\, mol/L$ وحجمه $V = 100\, mL$،

نقيس الـ pH محلول فنجده $pH = 4.18$.

1-أحسب تركيز شوارد الهيدرونيوم H_3O^+ في محلول الكاشف الملون.

2-نرمز للثنائية (حمض-أساس) لهذا الكاشف بالرمز (HIn/In^-).

تم تحضير محلول الكاشف بإذابة HIn في الماء.

-أكتب معادلة تفاعل الكاشف HIn مع الماء.

3-حدّد نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل الحادث.

- هل هذا التفاعل تام ؟ علّل جوابك.

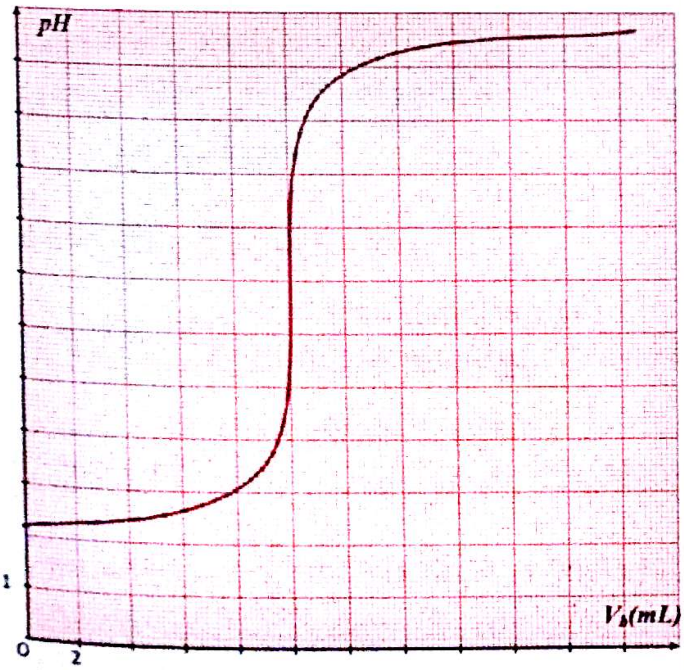
4-أكتب عبارة ثابت الحموضة K_i للثنائية (HIn/In^-) بدلالة C_0 ، τ_f ، ثمّ بيّن أنه يساوي $K_i = 1,99.10^{-5}$.

5-إعتمادا على الجدول التالي ، تعرّف على هذا الكاشف الملون.

الكاشف الملون	لون الحمض	منطقة الإنعطاف	لون الأساس	PK_i
الهيليانتين	أصفر برتقالي	4,4 - 3,1	أحمر	3,7
أخضر البروموكريزول	أصفر	5,4 - 3,8	أزرق	4,7
أزرق البروموتيمول	أصفر	7,6 - 6,0	أزرق	7,0
الفينول فتالين	عديم اللون	10 – 8,2	وردي بنفسجي	9,4

II-نعتبر محلولا تجاريا (S) لحمض كلور الماء تركيزه C، كثافته $d=1,16$، درجة نقاوته P . نخفف المحلول التجاري 1000 مرة فنحصل على محلول (S_1) تركيزه C_1.

1-نأخذ حجما $V_1 = 10\, mL$ من المحلول (S_1) ونضيف له بواسطة سحاحة محلولا لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه $C_b = 10^{-2}\, mol/L$، نسجل قيمة pH المزيج عند كل إضافة للحجم V_b، ثم نمثل المنحنى البياني $pH = f(V_b)$ الموضح في الشكل أدناه :



أ-أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب-حدّد بيانيا إحداثيات نقطة التكافؤ E .

جـ-هل الكاشف الملون الذي تعرفنا عليه في السؤال (I-5) مناسب لهذه المعايرة؟ إذا كان الجواب بالنفي ،حدّد من بين الكواشف الملونة الواردة في الجدول أعلاه الكاشف الملون المناسب مع تبرير إجابتك.

2- أحسب التركيز C_1 للمحلول (S_1) و استنتج التركيز C للمحلول التجاري لحمض كلور الماء.

3- أحسب درجة النقاوة P لحمض كلور الماء في المحلول التجاري.

يعطى: $M(H)=1g/mol$ ، $M(Cl)=35,5g/mol$

الحل:

I-1- حساب $[H_3O^+]$:

$$[H_3O^+]=10^{-PH}=10^{-4,18}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+]=6,61.10^{-5}mol/L$$

2- معادلة تفاعل HIn مع الماء:

$$HIn+H_2O=H_3O^++In^-$$

3- حساب نسبة التقدم النهائي τ_f :

$$\tau_f=\frac{x_f}{x_{max}}=\frac{[H_3O^+]_f.V}{C_0.V}=\frac{[H_3O^+]_f}{C_0}$$

$$=\frac{6,61\times10^{-5}}{2,9\times10^{-4}}=0,23$$

$\tau_f<1$ إذن هذا التفاعل ليس تاما.

4- عبارة K_i : نستعين بجدول التقدم:

المعادلة	HIn	$+H_2O$	$=H_3O^+$	$+In^-$
الحالة الإبتدائية	C_0V	بالزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$C_0V-x(t)$	بالزيادة	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	C_0V-x_f	بالزيادة	x_f	x_f

$$[H_3O^+]_f=[In^-]_f=\frac{x_f}{V}=\tau_f.C_0$$

$$[HIn]_f=\frac{C_0V-x_f}{V}$$

$$[HIn]_f=C_0-\frac{x_f}{V}=C_0-\tau_fC_0=C_0(1-\tau_f)$$

$$K_i=\frac{[H_3O^+]_f[In^-]_f}{[HIn]_f}=\frac{\tau_f^2C_0^2}{C_0(1-\tau_f)}=\frac{\tau_f^2C_0}{1-\tau_f}$$

$$K_i=\frac{0,23.2,9.10^{-4}}{1.0,23}=1,99.10^{-5}$$

5- التعرف على الكاشف المناسب:

$$pKi=-log\,Ki=-log\,1,99\times10^{-5}=4,7$$

إذن الكاشف الملون هو أخضر البروموكريزول.

II-1-أ- كتابة معادلة تفاعل المعايرة:

$$H_3O^++OH^-=2H_2O$$

ب- إحداثيات نقطة التكافؤ هي:

$$PH_E=6,9\ ;\ V_{b,E}=10\,mL$$

جـ- الكاشف أخضر البروموكريزول غير مناسب لهذه المعايرة. وعليه الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو أزرق البروموتيمول لأن مجال تغير لونه يشمل نقطة التكافؤ.

2- حساب C_1 :

عند التكافؤ: $C_1V_1=C_bV_{b,E}$

$$C_1=\frac{C_bV_{bE}}{V_1}=\frac{10^{-2}.10}{10}\Rightarrow C_1=10^{-2}mol/L$$

- حساب C للمحلول التجاري:

$$\delta=\frac{C}{C_1}\Rightarrow C=\delta C_1=1000.10^{-2}\Rightarrow C=10mol/L$$

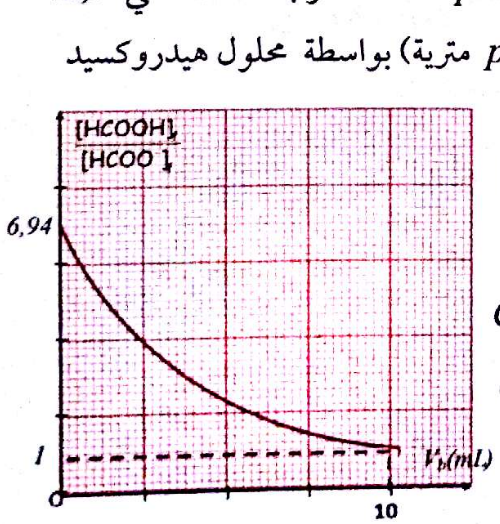
3- حساب P :

$$C=\frac{10Pd}{M}\Rightarrow p=\frac{CM}{10d}=\frac{10.36,5}{10.1,16}\Rightarrow p=31,47\%$$

التمرين 18

محلول مائي لحمض النمل $HCOOH$ حجمه V_a و تركيزه المولي C_a قيمة الـ pH له عند الدرجة $25°C$ هي 2,9.

نعايره (معايرة pH مترية) بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^++OH^-)_{aq}$ تركيزه المولي $C_b=10^{-2}mol/L$ بالإعتماد على نتائج المعايرة نمثل البيان المقابل:



1-أ-أكتب معادلة إنحلال حمض النمل في الماء ثم أنجز جدولا لتقدم التفاعل.

ب-أوجد العلاقة بين النسبة $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}$ والتركيز المولي C_a وقيمة الـ pH.

جـ-بالإعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض النمل.

د-أحسب قيمة ثابت الحموضة K_a للثنائية $(HCOOH/HCOO^-)$ ثم استنتج قيمة الـ pK_a لها.

2-أ-أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب-إستنتج قيمة الحجم $V_{b,E}$ اللازم لبلوغ التكافؤ

جـ-أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض النمل.

الحل:

1-أ- معادلة انحلال حمض النمل في الماء :

$$HCOOH + H_2O = H_3O^+ + HCOO^-$$

-جدول التقدم :

المعادلة	$HCOOH + H_2O = H_3O^+ + HCOO^-$			
الحالة الإبتدائية	C_aV_a	بالزيادة	0	0
الحالة الانتقالية	$C_aV_a - x(t)$	بالزيادة	$x(t)$	$x(t)$
الحالة النهائية	$C_aV_a - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

ب- ايجاد علاقة $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}$ بدلالة C_a و pH :

$$[HCOO^-] = [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$$

$$[HCOOH]_f = \frac{C_aV_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a} = C_a - [H_3O^+]_f$$

$$\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = \frac{C_a - [H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f} = \frac{C_a}{[H_3O^+]_f} - 1 = \frac{C_a}{10^{-pH}} - 1$$

جـ- حساب C_a: $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = \frac{C_a}{10^{-pH}} - 1$

$$C_a = 10^{-pH}\left(\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} + 1\right)$$

$$C_a = 10^{-2.9}(6.94+1) = 10^{-2}\, mol/L$$

حساب K_a : $K_a = \frac{[H_3O^+]_f[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$

$$K_a = \frac{10^{-pH}}{\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}} = \frac{10^{-2.9}}{6.94} = 1.81\times10^{-4}$$

حساب pK_a :

$$pKa = -\log Ka = -\log 1,81\times10^{-4} = 3,74$$

2-أ- معادلة تفاعل المعايرة :

$$HCOOH + OH^- = H_2O + HCOO^-$$

ب- ايجاد $V_{b,E}$: $pH = pKa + \log\frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$

عند حجم نصف التكافؤ يكون :

$$\frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 1$$

أي: $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = 1$

وعليه : $\frac{V_{b,E}}{2} = 10\, mL$ ومنه $V_{b,E} = 20\, mL$

جـ- حساب Va:

عند التكافؤ تكون :

$$C_aV_a = C_bV_{b,E}$$

$$\Rightarrow V_a = \frac{C_bV_{b,E}}{C_a} = \frac{10^{-2}\times20}{10^{-2}} = 20\, mL$$

التمرين 19

ماء جافيل محلول مائي قاعدي يحتوي على شوارد ClO^- وشوارد Na^+ و شوارد Cl^-، يتميز بخصائص مطهرة للجلد، فهو فعال ضد العدوى البكتيرية و الفيروسية.

تعطي شوارد الهيبوكلوريت ClO^- لماء جافيل الصفة المؤكسدة كما أنها تتميز بالصفة الأساسية.

يحرر ماء جافيل غاز ثنائي الكلور وفق معادلة التفاعل التالية:

$$ClO^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} = 3H_2O_{(l)} + Cl_{2(g)}$$

كتب على محلول (S_1) لماء جافيل الدرجة الكلورومترية $11,2°$ حيث الدرجة الكلورومترية هي حجم غاز ثنائي الكلور مقدر بوحدة الـ L الذي يحرره لتر واحد من ماء جافيل في الشروط التي من أجلها الحجم المولي هو $22,4\,L/mol$.

1- ماهي قيمة التركيز المولي C_1 بشوارد ClO^- في المحلول (S_1)؟

2- لتحضير $1L$ من محلول جديد لماء جافيل و ليكن (S_2) تركيزه المولي :

$C_2 = 6,67.10^{-2}\,mol/L$ نأخذ حجما من المحلول (S_1) و نمدده بالماء.

أحسب حجم الماء اللازم لذلك.

3- إن صيغة الحمض الذي أساسه المرافق ClO^- هي $HClO$.

أ- أكتب معادلة إنحلال الحمض $HClO$ في الماء.

ب- أكتب عبارة ثابت الحموضة للثنائية $(HClO/ClO^-)$.

جـ- إذا كانت قيمة pH المحلول (S_2) تساوي $10,8$ وثابت حموضة الثنائية $(HClO/ClO^-)$ هو $3,2.10^{-8}$.

أوجد قيمة النسبة $\dfrac{[ClO^-]}{[HClO]}$.

الحل:

1- قيمة التركيز المولي C_1 :

$$C_1 = \frac{Vg}{V_M \times V} = \frac{11,2}{22,4 \times 1} = 0,5\,mol/L$$

2- حساب حجم V_1 الواجب أخذه من (S_1):

$$C_1V_1 = C_2V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2V_2}{C_1}$$

$$V_1 = \frac{6,67\times10^{-2}\times1}{0,5} = 0,1334\,L = 133,4\,mL$$

حساب حجم الماء الواجب أخذه :

$$V_{eau} = V_2 - V_1 = 1000 - 133,4 = 866,6\,mL$$

3- أ- معادلة انحلال الحمض في الماء :

$$HClO + H_2O = ClO^- + H_3O^+$$

ب- عبارة ثابت الحموضة : $K_a = \dfrac{[ClO^-]_f[H_3O^+]_f}{[HClO]_f}$

جـ- حساب النسبة $\dfrac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f}$.

$$\frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f} = \frac{K_a}{[H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{10^{-pH}}$$

$$= \frac{3,2\times10^{-8}}{10^{-10,8}} = 2019,1$$

الوحدة
5

تطور جملة ميكانيكية



1- تذكير:

- الجملة الميكانيكية: عبارة عن جسم أو جزء من جسم أو مجموعة أجسام محددة حيث كل جسم منها يعتبر منتميا إلى الوسط الداخلي وكل جسم خارج عنها يعتبر منتميا للوسط الخارجي فإذا كانت أبعاد هذا الجسم مهملة أمام مرجع الدراسة ندعوه نقطة مادية.

- القوى الداخلية والخارجية: القوة الخارجية هي قوة يؤثر بها الوسط الخارجي على الجملة الميكانيكية المعينة والقوة الداخلية هي كل قوة يؤثر بها جزء من الجملة الميكانيكية على الجزء الآخر من نفس الجملة.

- مبدأ العطالة: عندما تكون جملة ميكانيكية معزولة (لا تخضع لأية تأثيرات خارجية) فإن مركز عطالة هذه الجملة يكون في حالة سكون أو في حالة حركة مستقيمة منتظمة

المرجع الغاليلي: نقول عن مرجع انه غاليلي إذا تحقق فيه مبدأ العطالة.

2- مفاهيم حركية:

- شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$: هو الشعاع الذي يشير إلى مواضع المتحرك حيث يربط بين مبدأ معلم الدراسة والموضع M عند اللحظة t.

- شعاع الانتقال $\overrightarrow{M_1M_2}$: هو الشعاع الذي يربط بين موضعين في لحظتين مختلفتين

- شعاع السرعة المتوسطة $\overrightarrow{v_{moy}}$ واللحظية $\vec{v}$: هوالنسبة بين شعاع الانتقال والمجال الزمني الموافق له $\overrightarrow{v_{moy}}=\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$

عندما يقترب Δt من الصفر تصبح السرعة المتوسطة عبارة عن سرعة لحظية $\vec{v}$ حيث: $\vec{v}=\frac{d}{dt}\left(\overrightarrow{M_1M_2}\right)$

حاملها مماس للمسار وجهتها هي جهة الحركة، وحدتها (m/s)

- شعاع التسارع المتوسط $\overrightarrow{a_{moy}}$ واللحظي $\vec{a}$:

شعاع التسارع المتوسط $\overrightarrow{a_{moy}}$ هو النسبة بين شعاع التغير في السرعة اللحظية والمجال الزمني الموافق له $\overrightarrow{a_{moy}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

عندما يقترب Δt من الصفر يصبح التسارع المتوسط عبارة عن تسارع لحظي حيث $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ حامله وجهته هما نفسا حامل وجهة $\Delta\vec{v}$ ، وحدته $\left(m/s^2\right)$.

ملاحظة: $\vec{a}.\vec{v}<0$ تكون الحركة متباطئة

$\vec{a}.\vec{v}=0$ تكون الحركة منتظمة

$\vec{a}.\vec{v}>0$ تكون الحركة متسارعة

- شعاع التسارع الناظمي $\vec{a}_n$ والمماسي $\vec{a}_t$

كل نقطة مادية تتحرك بحركة دائرية فإن شعاع تسارعها $\vec{a}$ له مركبتان أحداهما مماسية للمسار الدائري تدعى التسارع المماسي $\vec{a}_t=\frac{d\vec{v}}{dt}$ والأخرى ناظمّية تتجه نحو مركز المسار الدائري $\overrightarrow{a_n}=\frac{v^2}{r}\vec{n}$.

ملاحظة: في الحركة الدائرية المنتظمة يكون:

$a_n=cte$ و $a_t=0(v=cte)$

3- قوانين نيوتن:

- القانون الأول لنيوتن: إذا كان $\sum\overrightarrow{F}ext=\vec{0}$ فإن $\vec{v}$ يكون معدوما أو ثابتا والعكس صحيح.

- القانون الثاني لنيوتن: $\sum\overrightarrow{F}ext=m\vec{a}$ حيث m كتلة الجملة المادية.

- القانون الثالث لنيوتن: مبدأ الفعلين المتبادلين

$\overrightarrow{F}_{A/B}=-\overrightarrow{F}_{B/A}$

ملاحظة: القوتان $\overrightarrow{F}_{A/B}$ و $\overrightarrow{F}_{B/A}$ لهما نفس الحامل ومن نفس الطبيعة ومتساويتان مهما كانت الحالة الحركية للجملة.

شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

أ- قانون الجذب العام: يتجاذب جسمان A و B البعد بينهما d بقوة حيث $\overrightarrow{F}_{A/B}=-\overrightarrow{F}_{B/A}=6,67.10^{-11}.\frac{m_A.m_B}{d^2}$

ب- دور الحركة الدائرية المنتظمة: هو المدة اللازمة لانجاز دورة كاملة.

$T=\frac{2\pi r}{v}$ حيث r نصف قطر المسار الدائري.

علاقة الدور بالتسارع الناظمي: $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$$

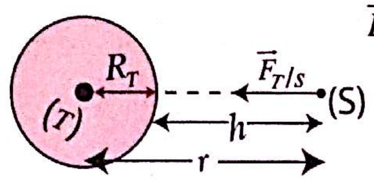
وبما أن: $a_n = \frac{v^2}{r}$ فإن: $T^2 = \frac{4\pi^2 r}{a_n}$

جـ- حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

في دراستنا نعتبر حركة قمر اصطناعي (نقطة مادية) كتلته m يدور حول الأرض كتلتها M_T نصف قطرها R_T.

- مرجع الدراسة هو الجيومركزي الذي نعتبره غاليليا.
- نعتبر حركة القمر حول الأرض دائرية منتظمة.
- يخضع القمر الاصطناعي إلى قوة وحيدة $\overrightarrow{F_{T/S}}$ عبارتها

$$\overrightarrow{F_{T/S}} = G.\frac{m.M_T}{r^2}\vec{n}$$



حيث r نصف قطر المسار الدائري $r = R_T + h$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي

$$\sum \overrightarrow{F}ext = m\vec{a} \quad / \quad \overrightarrow{F_{T/S}} = m\vec{a}$$

بما أن حركة القمر الإصطناعي دائرية منتظمة فإن $a_t=0$

إذن: $G\frac{mM_T}{r^2}\vec{n} = ma_n\vec{n}$

من جهة أخرى $a_n = \frac{v^2}{r}$

وعليه $\frac{GM_T}{r^2} = \frac{v^2}{r}$ ومنه: $v^2 = \frac{GM_T}{r}$

إذن: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

دور الحركة الدائرية هو: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_T}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$

إذن: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

ملاحظة: في حالة دوران كوكب حول الشمس كتلتها Ms تصبح عبارة الدور من الشكل: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_s}}$ حيث r البعد بين مركزي الشمس و الكوكب.

4 - قوانين كيبلر:

القانون الأول (قانون المسارات)

إن الكواكب تتحرك وفق مدارات اهليليجية تمثل الشمس إحدى محرقيها.

القانون الثاني (قانون المساحات)

المساحات التي يمسحها المستقيم الرابط بين مركز الكوكب ومركز الشمس تكون متساوية في مجالات زمنية متساوية، أي أن سرعة الكوكب تزداد عندما يقترب من الشمس وتنقص عندما يبتعد عنها.

القانون الثالث (قانون الأدوار).

تكون النسبة بين مربع دور الكوكب T ومكعب نصف المحور الكبير a للمسار دائما ثابتة $\frac{T^2}{a^3} = k$

ملاحظة: من أجل مسار دائري لكوكب، يكتب القانون الثالث لكيبلر على الشكل: $\frac{T^2}{r^3} = k$

واعتمادا على ما سبق: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$ إذن: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

وعليه $k = \frac{4\pi^2}{GM_T} = cte$

5- دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في مائع:

أ- القوى المطبقة على الجسم في حالة السقوط:

كل جسم كتلته m يتحرك في مائع يخضع لـ 3 قوى هي:

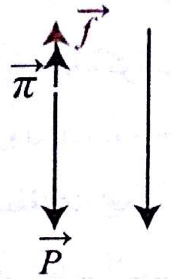
- **قوة الثقل** $\vec{P}$: قيمتها $P = mg$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية يقدر بـm/s^2 وتكون شاقولية متجهة نحو الأسفل
- دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ قيمتها $\pi = \rho_f.V.g$ حيث: ρ_f الكتلة الحجمية للمائع، V حجم المائع المزاح (وهو مساو لحجم الجسم المغمور كليا) وتكون شاقولية متجهة نحو الأعلى.
- قوة احتكاك المائع $\vec{f}$: قيمتها $f = kv^n$ وتكون $f= kv$ في حالة السرعة صغيرة، $f = kv^2$ في حالة السرعة كبيرة، حيث k ثابت يتعلق بطبيعة المائع وأبعاد الجسم. وتكون شاقولية في الجهة المعاكسة لجهة الحركة.

ب- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الساقط المنسوبة حركته إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{p}+\vec{\pi}+\vec{f}=m\vec{a}$



بعد الإسقاط على المحور الموجه $p-\pi-f=ma$

$$mg-\rho_f .Vg-kv=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}=g-\frac{\rho_f Vg}{m}-\frac{k}{m}v$$

$$\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g\left(1-\frac{\rho_f V}{m}\right)$$

تكون عبارة سرعتها الحدية من اجل $\frac{dv}{dt}=0$ من الشكل:

$$v_L=\frac{mg}{k}\left(1-\frac{\rho_f V}{m}\right)$$

أما عندما تكون قوة الاحتكاك من الشكل $f=kv^2$

فإن: $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g\left(1-\frac{\rho_f .V}{m}\right)$

$$V_L=\sqrt{\frac{mg}{k}\left(1-\frac{\rho_f .V}{m}\right)}$$

6- حركة السقوط الحر:

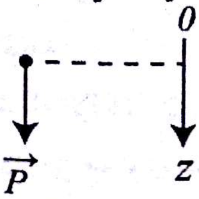
أ-تعريف: نقول عن جسم يسقط سقوطا حرا إذا كان خاضعا لقوة ثقله $\vec{p}$ فقط.

ب- المعادلة التفاتضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الساقط المنسوبة حركته إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :

$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a}$

$\vec{p}=m\vec{a}$



بعد الإسقاط على المحور الموجه (oz) $p=ma_z$

$$g=a_z \leftarrow mg=ma_z$$

$$\frac{dv_z}{dt}=g$$

ج- حل المعادلة التفاضلية:

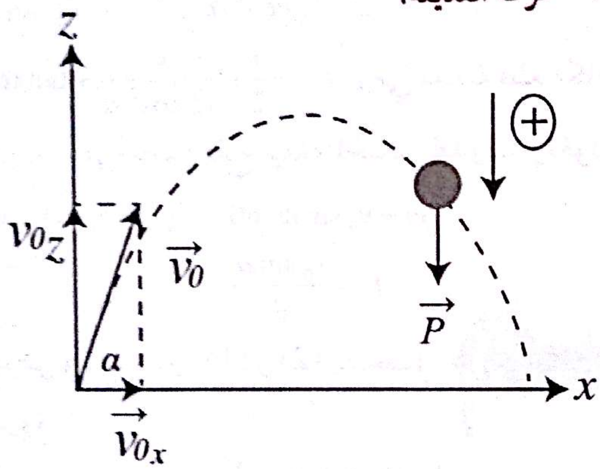
نكامل المعادلة التفاضلية السابقة فنحصل على المعادلة الزمنية للسرعة: $v_z=gt+v_{0z}$

نكامل المعادلة الزمنية للسرعة فنحصل على المعادلة الزمنية للحركة: $z=\frac{1}{2}gt^2+v_{0z}t+z_0$

ملاحظة:

في حالة: $v_{0z}=0$ و $z_0=0$ فإن $z=\frac{1}{2}gt^2$ و $v_z=gt$

7- حركة القذيفة:



- معلم الدراسة هو المعلم السطحي الأرضي، نعتبره غاليليا
- القوى المطبقة
- قوة الثقل $\vec{p}$
- الشروط الابتدائية: $(t=0)$

اعتمادا على الشكل:

$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\ z_0=0\end{cases}$ ، $\vec{v_0}:\begin{cases}v_{0x}=v_0\cos\alpha\\ v_{0z}=v_0\sin\alpha\end{cases}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$

$\vec{p}=m\vec{a}$

$\cancel{m}\vec{g}=\cancel{m}\vec{a}$

$\vec{g}=\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحورين $\overrightarrow{ox}$ و $\overrightarrow{oz}$ نجد: $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\ a_z=-g\end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$\vec{v}\begin{cases}v_x=v_{0x}=v_0\cos\alpha\\ v_z=-gt+v_{0z}=-gt+v_0\sin\alpha\end{cases}$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t + \cancel{x_0} = v_0 \cos\alpha t \ (1) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + \cancel{z_0} = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t \ (2) \end{cases}$$

معادلة المسار: من المعادلة (1): $x = v_0 \cos\alpha t$

$$t = \frac{x_0}{v_0 \cos\alpha}$$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \sin\alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + \tan\alpha . x$$ وهي معادلة قطع مكافئ

الذروة: هي أعظم ارتفاع يبلغه الجسم المقذوف وتكون عندها $v_z = 0$. إذن: $-gt + v_0 \sin\alpha = 0$

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتين (1) و (2) فنتحصل على إحداثيتي الذروة.

المدى: هو أقصى مسافة أفقية تقطعها القذيفة عن موضع القذف وتكون عندها $z = 0$

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t = 0$$

$$t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0 \sin\alpha\right) = 0$$

$t = 0$ (لحظة القذف)

أو $-\frac{1}{2}gt + v_0 \sin\alpha = 0$

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

نعوض الزمن في المعادلة (1) نجد:

$$x = v_0 \cos\alpha . \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 . 2\sin\alpha . \cos\alpha}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

8- حدود ميكانيك نيوتن :

إن توازن قمر اصطناعي أثناء دورانه حول الأرض على بعد معين r من مركزها يعطي له سرعة معينة تعطى بالعلاقة :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

وتكون الطاقة الحركية له $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ وهذه العلاقة تبين أنه لا حدود للطاقة الحركية المكتسبة فهي متغيرة بتغير الارتفاع ويمكن وضع القمر على أي ارتفاع نريده، ويحدث هذا بالنسبة لأية جملة (كوكب – قمر).

يمكن للإلكترون أن يدور حول النواة في مسارات مختلفة وعلى أبعاد مختلفة مما يجعل لذرات الهيدروجين حجوما مختلفة لكن الدراسات أثبتت أن ذرات وشوارد العنصر الواحد متماثلة الحجوم تماما حيث أطياف الإصدار أو الامتصاص تكون ذات أطوال موجات محددة تماما مما يبين أن الطاقة مكممة ولا يمكن أن تكون مستمرة، ويبقى ميكانيك نيوتن صالحا للتطبيق على الجسام التي تكون سرعتها اقل بكثير من سرعة الضوء.

إن الضوء عبارة عن موجات كهرومغناطيسية تحمل طاقة على شكل كمات، هذه الكمات من الطاقة محمولة من طرف جسيمات دقيقة لاسحنة ولا كتلة لها تنتقل في الفراغ بسرعة الضوء تدعى الفوتونات، تعطى طاقة الفوتون الواحد بالعلاقة: $E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$.

حيث: h ثابت بلانك قيمته $6{,}62.10^{-34}\ j.s$

υ تواتر الإشعاع وحدته Hz

c سرعة الضوء في الفراغ

λ طول الموجة وحدتها m

تدور الالكترونات في الذرة على مدارات معينة تدعى المدارات المستقرة أو مستويات الطاقة حيث يتميز كل منها بطاقة معينة تعطى بالعلاقة: $E_n = -\frac{E_0}{n}$ حيث:

E_0 الطاقة في الحالة الأساسية

E_n الطاقة في الحالة المثارة

n رقم المدار الذي يشغله الإلكترون

عندما ينتقل الإلكترون من مستوى طاقة E_n إلى مستوى طاقة E_p فإنه يشع أو يمتص طاقة تعطى بالعلاقة $\Delta E = h\upsilon$

لما $\Delta E > 0$ فإن الإلكترون يمتص طاقة

لما $\Delta E < 0$ فإن الإلكترون يصدر طاقة

قسم التمارين

التمرين 01

أ- قمر إصطناعي يدور حول الأرض نصف قطرها R_T في مدار دائري على إرتفاع h عن سطح الأرض.

1- مثل شكلا لمساره حول الأرض موضحا القوة المطبقة على القمر الإصطناعي.

2- أثبت أنّ سرعة القمر الإصطناعي تعطى بالعلاقة:

$$\upsilon = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

حيث g_0 تسارع الجاذبية على سطح الأرض.

- أحسب قيمتها علما أنّ:

$R_T=6370Km$ ، $g_0=9,81m/s2$ ، $h=500Km$.

3- تأكد أن القانون الثالث لكبلر محقق، ثمّ أحسب قيمة ثابت التناسب k.

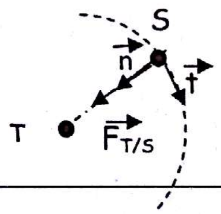
- إستنتج قيمة الدور T.

ب-1- ما هي شروط أن يكون قمر إصطناعي مستقرا أرضيا؟

2- كم يجب أن يكون إرتفاعه عن سطح الأرض ؟

الحل:

أ-1- الشكل التخطيطي :



2- إيجاد عبارة υ:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي المنسوبة حركته إلى معلم مركزي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$F_{T/S}\vec{n} = m(a_n\vec{n} + a_t\vec{t})$$

$$F_{T/S} = ma_n$$

$$G\frac{m.M_T}{(R_T+h)^2} = m\frac{\upsilon^2}{R_T+h} \;\Big/\; \upsilon^2 = \frac{G.M_T}{R_T+h}$$

من جهة أخرى:

$$F_{T/S} = G\frac{m.M_T}{R_T^{\ 2}} = mg_0 \longrightarrow g_0 = \frac{G.M_T}{R_T^2}$$

إذن: $GM_T=g_0 . R_T^2$ نعوض في علاقة السرعة نجد:

$$\upsilon^2 = \frac{g_0R_T^2}{R_T+h} \longrightarrow \upsilon = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

- حساب السرعة:

$$\upsilon = 6370.10^3\sqrt{\frac{9,81}{6870.10^3}} = 7611,94m/s$$

3- التأكد من القانون الثالث لكبلر:

$$\upsilon = \frac{2\pi(R_T+h)}{T^2} \longrightarrow \upsilon^2 = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$\upsilon^2 = \frac{g_0R_T^2}{R_T+h} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2} \rightarrow \frac{T^2}{(R_T+h)^2} = \frac{4\pi^2}{g_0R_T^2}$$

- حساب قيمة ثابت التناسب:

$$k = \frac{4\pi^2}{g_0R_T^2} = \frac{4.3,14^2}{9,81(6370.10^3)^2} = 9,92.10^{-14}SI$$

- حساب قيمة الدور:

$$\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = k \longrightarrow T = \sqrt{k(R_T+h)^3}$$

$$T = \sqrt{9,92.10^{-14}.(6870.10^3)^3} = 5671,41s$$

ب-1- شروط أن يكون قمر إصطناعي مستقر أرضيا هي:

- يدور فوق خط الإستواء.
- يدور في نفس إتجاه دوران الأرض حول نفسها.
- دوره يساوي تقريبا دور الأرض اليومي (T=24h).

2- حساب إرتفاع القمر الجيو مستقر عن الأرض:

$$\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = k \longrightarrow (R_T+h) = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}}$$

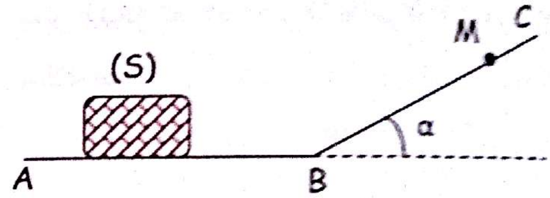
$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{(24.3600)^2}{9,92.10^{-14}}} - 6370.10^3$$

$$= 3,58.10^7 m$$

التمرين 02

يتحرك جسم (S) كتلته $m = 200g$ على المسار (ABC) ويخضع أثناء حركته على طول هذا المسار إلى قوة إحتكاك $\vec{f}$ حاملها يوازي محور الحركة و جهتها معاكسة لجهة الحركة وشدتها ثابتة.

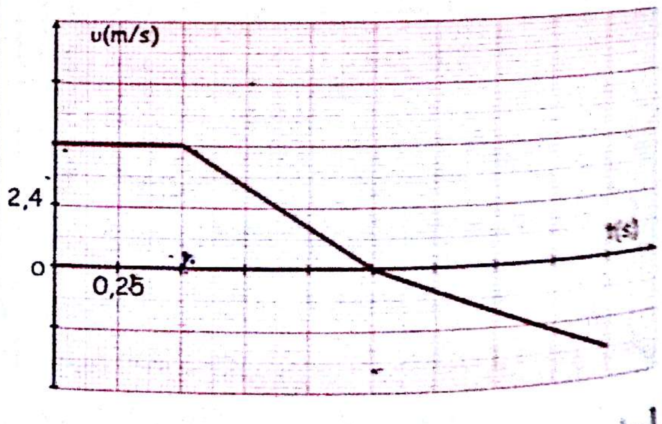
يتكون المسار (ABC) من جزئين : الجزء (AB) مستقيم أفقي، و الجزء (BC) مائل عن الأفق بزاوية α.



يتحرك الجسم (S) على الجزء (AB) بسرعة ثابتة تحت تأثير قوة جر أفقية $\vec{F}$ شدتها ثابتة.

ينعدم تأثير $\vec{F}$ عندما يصل الجسم (S) إلى النقطة (B) ويصعد بعد ذلك وفق المستوي المائل (BC) و يغيّر جهة حركته عندما يصل إلى النقطة (M).

يعطى المخطط التالي تغيرات سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن خلال الأطوار الثلاثة للحركة.



1- إستنتج إعتمادا على البيان : أ-طبيعة الحركة في كل مرحلة.

ب- المسافة الكلية المقطوعة خلال المراحل الثلاثة .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد: أ- زاوية الميل (α) للمستوي المائل (BC).

ب- شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$.

جـ- شدة قوة الجر $\vec{F}$.

يعطى $g=10m/s2$

الحل:

1-أ- تحديد طبيعة الحركة في كل مرحلة:

- المرحلة الأولى: $0 \le t \le 0,5s$

$\upsilon = 4,8\,m/s = Cte$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة.

- المرحلة الثانية: $0,5s \le t \le 1,25s$

المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $\upsilon = A\,t + B$ حيث A معامل التوجيه.

حساب معامل التوجيه:

$$a_1 = A_1 = -\frac{4,8}{0,75} = -6,4m/s^2$$

$$\left.\begin{matrix} a_1 < 0 \\ \upsilon > 0 \end{matrix}\right\} a_1.\upsilon < 0$$ إذن الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام

- المرحلة الثالثة: $1,25s \le t \le 2,25s$

$$a_2 = A_2 = -\frac{1,5.2,4}{0,25.4} = -3,6m/s^2$$

$$\left.\begin{matrix} a_2 < 0 \\ \upsilon < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a_2.\upsilon > 0$$ إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام

ب- حساب المسافة المقطوعة في المراحل الثلاثة:

(نستعمل طريقه المساحات) $d_1 = 4,8.0,5 = 2,4m$

$$d_2 = \frac{4,8.0,75}{2} = 1,8m$$

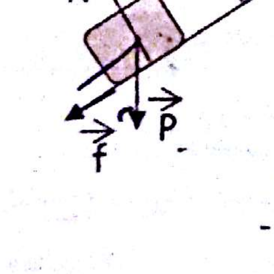
$$d_3 = \frac{1,5.2,4.1}{2} = 1,8m$$

و بالتالي: $d = 2,4 + 1,8 + 1,8 = 6m$

2-أ- إيجاد زاوية الميل α:

بتطبيق القانون الثاني على الجسم (S) المنسوبة حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

- المرحلة الثانية:



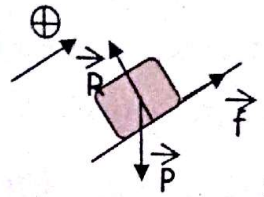
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a_1}$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a_1}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$-f - mgSin\alpha = ma_1$ ------(1

- المرحلة الثالثة :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a_2}$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a_2}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$f - mgSin\alpha = ma_2 \quad ------(2$$

نجمع العلاقتين (2) و (1) نجد

$$-2\ mgSin\alpha = m\,(a_2 + a_1)$$

$$Sin\alpha = \frac{a_2 + a_1}{-2g} = \frac{-3,6 - 6,4}{-2.10} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30°$$

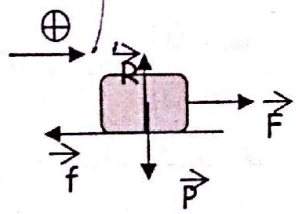
ب- إيجاد شدة الإحتكاكات $\vec{f}$:

من العلاقة (1) نجد: $f = -mgSin\alpha - ma_1$

$$f = -0,2\ (10.0,5 + 6,4) = 0,28\ N$$

جـ- إيجاد شدة قوة الجر $\vec{F}$:

- المرحلة الأولى:



$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

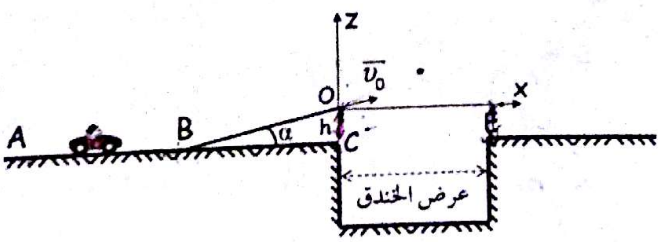
بعد الإسقاط على المحور الموجه: $F = f = 0,28\ N$

التمرين 03

يعتبر القفز على الخنادق أو الحواجز بواسطة السيارات أو الدراجات النارية أحد التحديات التي يواجهها المجازفون.

يهدف هذا التمرين إلى التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

يتكون مدار للمجازفة من قطعة AB مستقيمة ومن قطعة BO مائلة بزاوية α بالنسبة للمستوي الأفقي AC وخندق عرضه D.



ننمذج (السيارة + السائق) بمجموعة (S) كتلتها m مركز عطالتها G.

ندرس حركة مركز عطالة G في معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا. ونهمل تأثير الهواء على المجموعة (S).

المعطيات: كتلة المجموعة (S) : $m = 1200Kg$

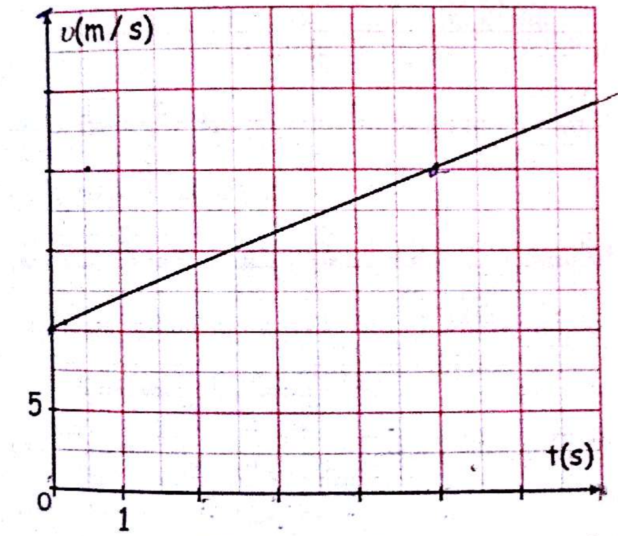
الزاوية $\alpha = 10°$

شدة الجاذبية الأرضية $g = 9,80m/s2$

1- دراسة الحركة المستقيمة للمجموعة (S):

تمر المجموعة (S) عند اللحظة $t_0 = 0$ من النقطة A وعند اللحظة $t_1 = 9,45s$ من النقطة B.

يمثل الشكل تغيرات السرعة v لحركة G على القطعة AB بدلالة الزمن .



1-1- ما طبيعة حركة G على القطعة AB ؟

1-2- حدد بيانيا قيمة التسارع a لحركة G.

1-3- أحسب المسافة AB.

1-4 - تخضع المجموعة (S) على القطعة BO لقوة الدفع $\vec{F}$ للمحرك وقوة إحتكاك $\vec{f}$ شدتها $f = 500N$

نعتبر القوتين ثابتتين و موازيتين للقطعة BO.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد شدة قوة الدفع $\vec{F}$ لكي تبقى للمجموعة (S) نفس التسارع a لحركتها على القطعة AB

2- دراسة حركة المجموعة (S) في مجال حقل الجاذبية الأرضية:

تصل المجموعة (S) إلى النقطة O بسرعة $v_0 = 30m/s$

وتتابع حركتها لتسقط في النقطة E التي تبعد عن النقطة C بالمسافة $CE = 43m$.

نأخذ لحظة بداية تجاوز الخندق كمبدأ للأزمنة الجديد حيث يكون G منطبقا على O مبدأ المعلم $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$.

2-1- اكتب المعادلتين الزمنيتين $z(t)$ و $x(t)$ لحركة G في المعلم السابق ثم استنتج معادلة المسار وحدد إحداثيي الذروة.

2-2- حدد الإرتفاع $h = OC$

الحل:

1-1-المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $\upsilon = At + B$ حيث A معامل التوجيه، وهي تطابق المعادلة $\upsilon = at + \upsilon_0$ إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

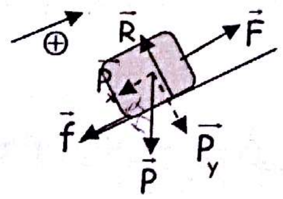
1-2- معامل توجيه المنحنى $\upsilon(t)$ يمثل تسارع الحركة.

$$A = a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{20-10}{5-0} = 2m/s^2$$

1-3-حساب المسافة AB:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + \upsilon_0 t = \frac{1}{2}2.9,45^2 + 10.9,45 = 183,80m$$

1-4-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S):



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على محور الحركة $F - f - mgSin\alpha = ma$

$F = f + mgSin\alpha + ma$

$= 500 + 1200.9,80.0,17 + 1200.2 = 4942,10N$

1-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S):

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$ نجد: $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الإبتدائية $\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_0 Cos\alpha \\ \upsilon_z = -gt + \upsilon_0 Sin\alpha \end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الإبتدائية $\begin{cases} x = \upsilon_0 Cos\alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + \upsilon_0 Sin\alpha t \end{cases}$

معادلة المسار هي: $t = \frac{x}{\upsilon_0 Cos\alpha}$

إذن: $z = -\frac{g}{2\upsilon_0^2 Cos^2\alpha}x^2 + xtan\alpha$

-إحداثيات الذروة هي:

عند الذروة تكون $\upsilon_z = 0$ إذن $t = \frac{\upsilon_0 Sin\alpha}{g}$

بعد التعويض نجد: $t = \frac{30Sin10°}{9,80} = 0,53s$

$$\begin{cases} x = 30Cos10°.0,53 = 15,66m \\ z = -\frac{1}{2}9,80.0,53^2 + 30Sin10°.0,53 = 1,38m \end{cases}$$

2-2-حساب h:

من معادلة المسار:

$$z = -\frac{9,80}{2.30^2Cos^2 10°}43^2 + 43tan10° = -2,8m$$

إذن $h = 2,8m$

التمرين 04

قطرة ماء نفرضها كروية الشكل نصف قطرها $r = 1mm$، تسقط من سحابة موجودة على إرتفاع $h = 1000m$ عن سطح الأرض ، نفرض أن سرعة القطرة عند اللحظة $t=0$ معدومة،كما نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة إنطلاق القطرة و مبدأ الفواصل نقطة إنطلاق القطرة وأن الحركة تتم شاقوليا.

1/ نفرض أن القوة الوحيدة التي تؤثر على القطرة هي قوة الثقل $\vec{P}$.

1-1/ كيف تسمى الحركة في هذه الحالة؟

1-2/ أوجد المعادلات الزمنية $x(t)$ و $\upsilon(t)$ لحركة سقوط الكرية.

1-3/أحسب السرعة التي تصل بها القطرة إلى سطح الأرض.

2/ في الواقع إن سرعة القطرة عند وصولها سطح الأرض هي $\upsilon = 10m/s$.

2-1/ إشرح لماذا تختلف السرعة عند سطح الأرض عن تلك المحسوبة سابقا؟

2-2/ماذا نسمي السرعة التي تصل بها القطرة سطح الأرض؟

2-3/ قارن بين قوة دافعة أرخميدس و قوة الثقل للقطرة. ماذا تستنتج؟

3/ ننمذج قوى الإحتكاك التي تخضع لها القطرة بقوة وحيدة تعطى عبارتها بالشكل: $f = kr\upsilon$ حيث k ثابت و υ سرعة القطرة.

3-1/ مثل على رسم القوى التي تخضع لها القطرة.

3-2/أوجد المعادلة التفاضلية لسرعة القطرة.

3-3/إستنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية.

3-4/ أحسب قيمة الثابت k مع تحديد وحدته في جملة الوحدات الدولية.

3-5/باستعمال المعادلة التفاضلية السابقة، أوجد قيمة تسارع القطرة عند اللحظة t=0.

تعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho = 1000 kg.m^{-3}$،

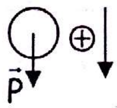
الكتلة الحجمية للهواء $\rho_0 = 1,2\ kg.m^{-3}$ ،

$g=9,8 m.s^{-2}$

الحل:

1-1-كل جسم خاضع لقوة ثقله فقط تكون حركته سقوطا حرا.

1-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القطرة المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على محور الحركة نجد: a=g

بالتكامل ومن الشروط الإبتدائية: $\upsilon=gt$

بالتكامل ومن الشروط الإبتدائية: $x = \frac{1}{2}gt^2$

1-3- سرعة وصول القطرة إلى سطح الأرض :

$$\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2gx$$

$$\upsilon = \sqrt{2gx} = \sqrt{2.9,8.1000} = 140 m/s$$

2-1-سبب إختلاف سرعة وصول القطرة إلى سطح الأرض عن تلك المحسوبة سابقا لوجود قوى أخرى تعاكس جهة الحركة تعرقل سقوط القطرة و بالتالي تنقص من قيمتها . و عند وصولها إلى قيمة معينة تكون شدة قوة الثقل مساوية لشدة القوى المعاكسة للحركة.

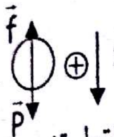
2-2-نسمي السرعة التي تصل بها القطرة إلى سطح الأرض السرعة الحدية.

2-3-مقارنة قوة الثقل مع قوة دافعة أرخميدس:

$$\frac{P}{\pi} = \frac{mg}{\rho_0 Vg} = \frac{\rho V}{\rho_0 V} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1000}{1,2} = 833,3 > 50$$

إذن دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل القطرة.

3-1- تمثيل القوى المطبقة على قطرة الماء:



3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القطرة:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد: -f+P=ma

$$-kr\upsilon + mg = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} + \frac{kr}{m}\upsilon = g$$

3-3- عبارة السرعة الحدية: $\upsilon_L = \frac{mg}{kr}$

3-4- حساب قيمة k:

$$k = \frac{mg}{\upsilon_L r} = \frac{\rho Vg}{\upsilon_L r} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3 g}{\upsilon_L r} = \frac{4\rho\pi r^2 g}{3\upsilon_L}$$

$$k = \frac{4.1000.3,14.(10^{-3})^2.9,8}{3.10} = 4,1.10^{-3} SI$$

وحدة k: $k = \frac{mg}{\upsilon_L r}$

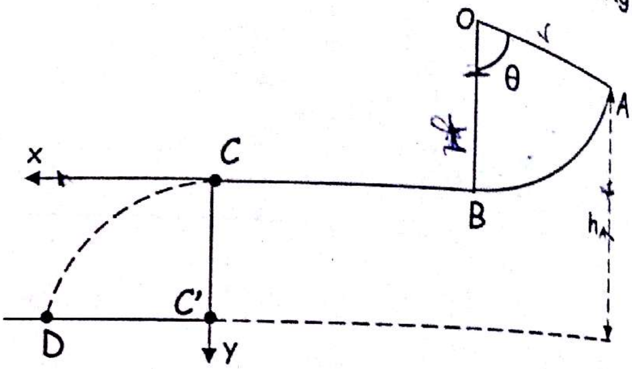
$$[k] = \frac{[m].[g]}{[\upsilon].[r]} = \frac{[M].[L].[T]^{-2}}{[L].[T]^{-1}.[L]}$$

$$[k] = \frac{[M]}{[T].[L]} = \frac{Kg}{s.m}$$

3-5- قيمة التسارع a_0 : $a_0 = g = 9,8 m/s2$

التمرين 05

ينزلق جسم صلب (S)، يمكن إعتباره نقطيا، كتلته m=0,05Kg على مسار ABC يقع في المستوي الشاقولي.



AB قوس من دائرة مركزها O و نصف قطرها r= 0,50m، و حيث θ = 60° ،نعتبر الإحتكاكات مهملة على هذا الجزء.

BC طريق أفقي طوله BC = 1m ، توجد على هذا الجزء قوى إحتكاك تكافئ قوة وحيدة و معاكسة لجهة الحركة (S) ونعتبرها ثابتة و نرمز لها بـ $\vec{f}$.

ندفع الجسم (S) من النقطة A بسرعة إبتدائية مماسية للمسار عند النقطة A $\|\vec{v_A}\| = 12m.s^{-1}$.

1- أحسب القيمة $\|\vec{v_B}\|$ لسرعة الجسم (S) عند النقطة B.

2- يصل (S) إلى النقطة C بسرعة $\|\vec{v_C}\| = 2,50m.s^{-1}$.

- أحسب قيمة قوة الإحتكاك $\vec{f}$ على المسار BC.

3- يغادر (S) المسار BC عند النقطة C ليسقط في الهواء، بإهمال تأثير الهواء على الجسم (S):

- أكتب معادلة مسار المتحرك في المعلم $(\vec{Cx},\vec{Cy})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة مرور الجسم (S) بالنقطة C.

4- في أية لحظة يصل (S) إلى الأرض علما أن A ترتفع عن الأرض بـ h_A=2m ؟ (باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة المتحرك المسار BC).

5- أحسب المسافة الأفقية C'D حيث D هي النقطة التي يصطدم عندها الجسم (S) بالأرض.

يعطى : $g = 10m.s^{-2}$

الحل:

1- حساب v_B:

معادلة إنحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B هي:

$$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$$
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_A^2 + 2gh = v_B^2$$
$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gh}$$

حيث $h=r(1-\cos\theta)$ إذن:

$$v_B=\sqrt{v_A^2 + 2gr(1-\cos\theta)}$$
$$=\sqrt{12^2 + 2.10.0,5.(1-\cos60°)} = 12,21m/s$$

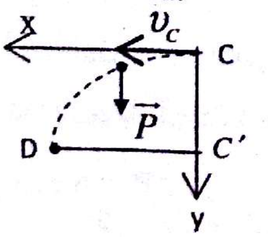
2- حساب شدة قوة الإحتكاك:

معادلة إنحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C هي:

$$E_{C_B} - |W(\vec{f})| = E_{C_C}$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f.(BC) = \frac{1}{2}mv_C^2$$
$$f = \frac{m}{2(BC)}(v_B^2 - v_C^2)$$
$$f = \frac{0,05}{2.1}(12,21^2 - 2,50^2) = 3,57N$$

3- معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين $\overline{Cy}$ $\overline{Cx}$ نجد:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ \upsilon_x = \upsilon_C \\ x = \upsilon_C . t \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} a_y = g \\ \upsilon_y = gt \\ y = \frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{\upsilon_C}$$

$$y = \frac{g}{2\upsilon_C^2} x^2 = \frac{10}{2.2,50^2} x^2 = 0,8x^2$$

4- لحظة وصول (S) إلى الأرض:

$$y = h_A - r(1 - Cos\theta) = 2 - 0,5(1 - 0,5) = 1,75m$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2.1,75}{10}} = 0,59s$$

5- حساب المسافة الأفقية:

$$x = \upsilon_C . t = 2,50.0,59 = 1,475m$$

التمرين 06

نضع داخل أنبوب زجاجي سائلان لا يمتزجان هما: الزيت و مشروب الرمان (grenadine) حيث الكتلة الحجمية للزيت $\rho_1 = 0,92g.mL^{-1}$ وللمشروب $\rho_2 = 1,20g.mL^{-1}$.

إرتفاع كل سائل هو h=15cm.

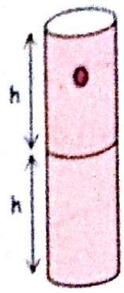
نغمر كرية صغيرة من الفولاذ في الزيت ثم نتركها بدون سرعة إبتدائية لتسقط شاقوليا.

نعتبر أن قوة الإحتكاك المطبقة من طرف السائل على الكرية تعطى بالعبارة $\vec{f} = -k\vec{\upsilon}$ حيث k ثابت يتعلق بكل سائل و υ سرعة مركز عطالة الكرية.

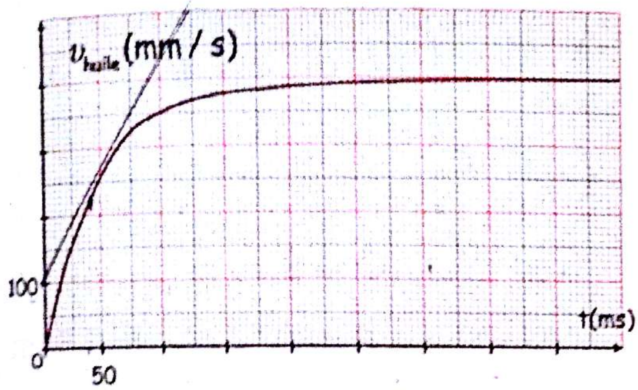
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن برهن أن المعادلة التفاضلية لهذا السقوط تكتب على الشكل: $\frac{d\upsilon}{dt} = A - B\upsilon$

حيث A و B ثابتان.

2- أحسب قيمة A لكل سائل.



3- يمثل البيان التالي تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن خلال حركتها في الزيت.



أ/ عين بيانيا قيمة السرعة الحدية للكرية في الزيت $\upsilon_{L(huile)}$.

ب/ إستنتج قيمة الثابت B_{huile}.

4- في اللحظة t=0,4s تنتقل الكرية من الزيت إلى مشروب الرمان حيث الثابت k لقوة الإحتكاك يعطى بالعلاقة:

$$k_{grenadine} = 1,8\, k_{huile}$$

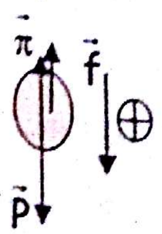
أحسب قيمة $B_{grenadine}$ و قيمة السرعة الحدية للكرية في مشروب الرمان $\upsilon_{L(grenadine)}$.

يعطى: الكتلة الحجمية للفولاذ $\rho = 7,8g.mL^{-1}$

شدة الجاذبية الأرضية $g=9,8m.s^{-2}$

الحل:

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{\pi} + \vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$mg - \rho Vg - k\upsilon = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g - \frac{\rho_f Vg}{m} - \frac{k}{m}\upsilon$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_f V}{\rho V}\right) - \frac{k}{m}\upsilon$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho}\right) - \frac{k}{m}\upsilon$$

2. بالمطابقة نجد:

$$A_1 = g\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) = 9,8\left(1 - \frac{0,92}{7,8}\right) = 8,64 m/s^2$$

$$A_2 = g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) = 9,8\left(1 - \frac{1,20}{7,8}\right) = 8,29 m/s^2$$

3.أ/ السرعة الحدية في الزيت هي :

$$\upsilon_{L1} = 400\ mm/s = 0,4\ m/s$$

ب/ حساب الثابت B_{huile}:

$$\frac{d\upsilon}{dt} = A - B\upsilon$$

$$0 = A_1 - B_1\upsilon_{L1}$$

$$B_1 = \frac{A_1}{\upsilon_{L1}}$$

$$B_1 = \frac{8,64}{0,4} = 21,6 s^{-1}$$

4. حساب قيمة $B_{grenadine}$:

نعلم أن $B_1 = \frac{k_1}{m}$ إذن $B_2 = \frac{k_2}{m} = \frac{1,8k_1}{m} = 1,8\,B_1$

$$B_2 = 1,8.21,6 = 38,88 s^{-1}$$

-حساب السرعة الحدية للكرية في مشروب الرمان:

$$\upsilon_{L2} = \frac{A_2}{B_2} = \frac{8,29}{38,88} = 0,213 m/s$$

التمرين 07

قمر إصطناعي Spot 4 كتلته m=2800 kg يرسم مسارا دائريا نصف قطره r بالنسبة لمركز الأرض حيث : $r = (832 + R_T)$ km.

1- أكتب عبارة قوة الجذب العام التي تطبقها الأرض على القمر الإصطناعي.

2- بيّن أنّ حركة القمر الإصطناعي دائرية منتظمة.

3- أوجد العبارة الحرفية لسرعة القمر الإصطناعي υ في مداره ثمّ أحسب قيمتها.

4- أوجد عبارة دور هذا القمر T حول الأرض بدلالة: ثابت الجذب العام G، كتلة الأرض M_T، و نصف قطره r.

5- هل يمكن اعتبار هذا القمر الإصطناعي جيو مستقر؟

6- ما هو القانون الذي يمكن استنتاجه من عبارة الدور السابقة ؟ ذكّر بالقانونان المتبقيان.

يعطى: $G = 6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2$

$R_T = 6400km$

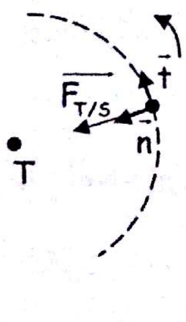
$M_T = 6.10^{24}kg$

الحل:

1- عبارة قوّة الجذب العام هي: $F_{T/C} = G.\frac{m.M_T}{r^2}$

2-إثبات أنّ حركة القمر دائرية منتظمة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي المنسوبة حركته إلى معلم مركزي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F_{T/S}} = m\vec{a}$$

$$G.\frac{m.M_T}{r^2}\vec{n} = m.(a_n.\vec{n} + a_t.\vec{t})$$

$$G.\frac{M_T}{r^2}\vec{n} = a_n.\vec{n} + a_t.\vec{t}$$

بالمطابقة بين الطرفين نجد: $a_t = \frac{d\upsilon}{dt} = 0$ و منه $\upsilon = Cte$

إذن حركة القمر دائرية منتظمة.

3- إيجاد عبارة سرعة القمر: $G.\frac{M_T}{r^2}\vec{n} = a_n.\vec{n}$

$$G.\frac{M_T}{r^2} = \frac{\upsilon^2}{r} \quad / \quad \upsilon = \sqrt{G.\frac{M_T}{r}}$$

- حساب سرعة القمر:

$$\upsilon=\sqrt{G.\frac{M_T}{r}}=\sqrt{\frac{6.67.10^{-11}.6.10^{24}}{7232.10^3}}=7438.9m/s$$

4- إيجاد عبارة دور القمر:

$$\begin{cases}\upsilon^2 = G.\dfrac{M_T}{r}\\ \upsilon = \dfrac{2\pi r}{T}\end{cases} \longrightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G.\frac{M_T}{r}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} \longrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

5- حساب دور القمر:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi.7232.10^3}{7438.9} = 6105.3s = 1.7h$$

لايمكن إعتبار هذا القمر جيومستقرا لأنّ دوره لا يساوي 24h .

6- القانون الذي يمكن استنتاجه من عبارة الدور السابقة

هو قانون كبلر الثالث لأنّ: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$

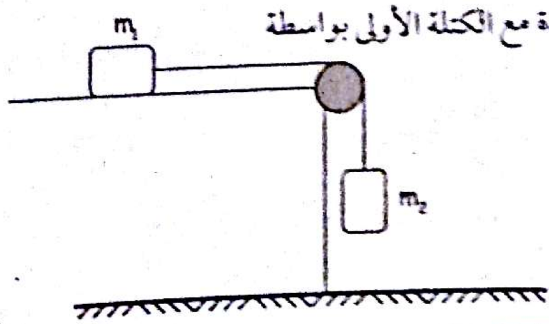
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = k$$

- القانون الأوّل لكبلر: تتحرك الكواكب وفق مدارات إهليليجية تكون الشمس إحدى محرقيها.

- القانون الثاني: المساحات التي يمسحها المستقيم الرابط بين الكوكب ومركز الشمس تكون متساوية في مجالات زمنية متساوية.

التمرين 08

تتكوّن جملة ميكانيكية من كتلة $m_1 = 150g$ يمكنها الحركة على سطح خشن لطاولة أفقية و كتلة ثانية $m_2 = 100g$ مشدودة مع الكتلة الأولى بواسطة

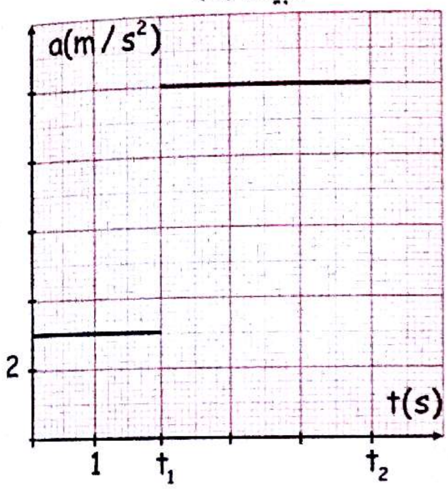


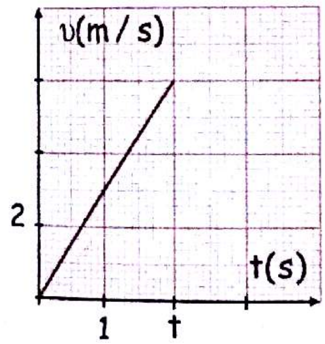
خيط عديم الإمتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة بإمكانها الدوران حول محور ثابت أفقي.

أثناء الحركة و عند اللحظة t_1 تنفصل الكتلة m_2 عن الجملة.

البيان (1) يمثل تغيرات تسارعها بدلالة الزمن ، و البيان (2) يمثل تغيرات السرعة بدلالة الزمن للمرحلة الأولى من الحركة.

البيان (1)





البيان (2)

1- أوجد عبارة التسارع الذي تخضع له الكتلتين في المرحلة الأولى بتطبيق:

أ - القانون الثاني لنيوتن.

ب - معادلة إنحفاظ الطاقة.

2- استنتج شدّة قوّة الإحتكاك $\vec{f}$ على الطاولة .

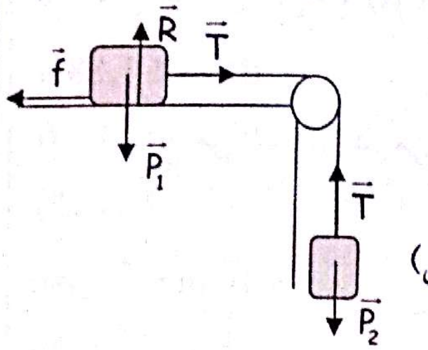
3- بأخذ لحظة و موضع إنقطاع الخيط مبدأ الأزمنة $t = 0$ و الفواصل، أكتب المعادلة الزمنية لسرعة الكتلة m_2، $\upsilon(t)$ و المعادلة الزمنية للحركة $y(t)$.

4- مثّل المنحنى البياني $\upsilon = f(t)$ للمرحلة الثانية.

يعطى: $g = 10\ m/s^2$

الحل:

1- إيجاد عبارة التسارع الذي تخضع له الكتلتين في المرحلة الأولى:



أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (الحبل + $m_1 + m_2$) المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبر غاليليا:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = (m_1 + m_2).\vec{a}$$

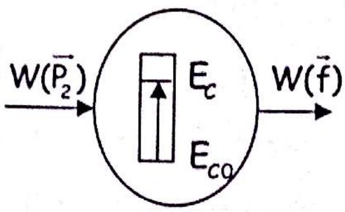
$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} + \vec{f} + \vec{R} = (m_1 + m_2).\vec{a}$$

$$P_2 - f = (m_1 + m_2)a$$

$$m_2.g - f = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{m_2.g - f}{m_1 + m_2}$$

ب/ الحصيلة الطاقوية هي :



معادلة إنحفاظ الطاقة هي:

$$E_{c0} + W(\overrightarrow{P_2}) - |W(\vec{f})| = E_c$$

$$m_2gh - f.d = \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

من جهة أخرى : $h = d$

إذن:

$$m_2gd - f.d = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2$$

$$m_2g - f = \frac{1}{2.d}(m_1 + m_2)\upsilon^2$$

وحسب علاقة محذوفية الزمن نجد: $\upsilon^2 = 2ad$

$$a = \frac{\upsilon^2}{2d}$$

ومنه: $m_2g\text{-}f = a(m_1 + m_2) \longrightarrow a = \dfrac{m_2g - f}{m_1 + m_2}$

2- حساب شدّة قوّة الإحتكاك $\vec{f}$:

من البيان (1) : $a = 3\ m/s^2$

$$f = m_2.g - (m_1 + m_2)a$$

$$= 0{,}1.10 - 0{,}25.3 = 0{,}25\ N$$

3- بعد إنقطاع الخيط :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة m_2 :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_2\vec{a'}$$

$$\overrightarrow{P_2} = m_2\vec{a'}$$

$$m_2\vec{g} = m_2\vec{a'}$$

$$a' = g$$

بالتكامل و من الشروط الإبتدائية نجد: $\upsilon = gt + \upsilon_0$

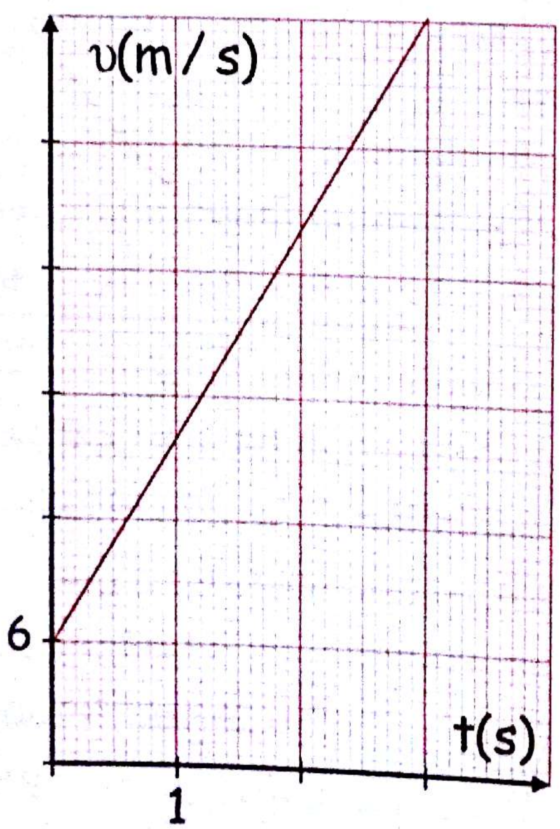
$$\upsilon = 10t + 6$$

بالتكامل و من الشروط الإبتدائية نجد:

$$Y = \frac{1}{2}gt^2 + \upsilon_0 t$$

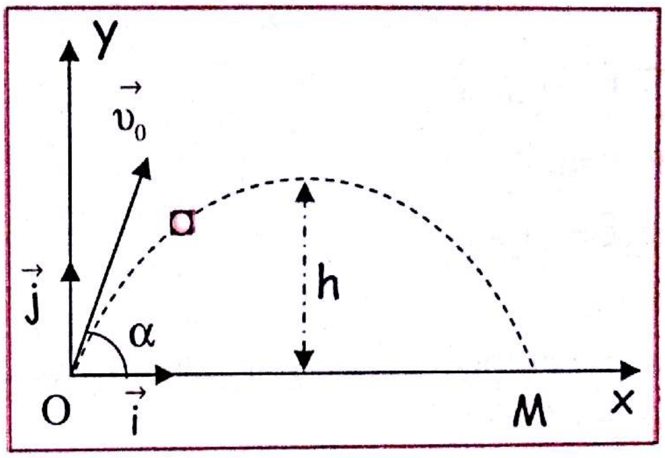
$$Y = 5t^2 + 6t$$

4- تمثيل البيان $\upsilon = f(t)$ في المرحلة الثانية:



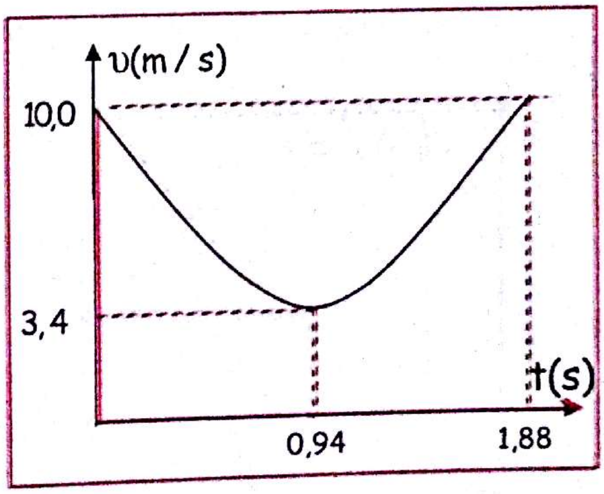
✓ التمرين 09

نقذف جسما صلبا، كتلته m و مركز عطالته G ، بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{\upsilon_0}$ من نقطة O كما هو مبين على الشكل المقابل نعتبر أن حركة الجسم تتم في المستوي $(O, \vec{i}, \vec{j})$ وتدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبر مرجعا غاليليا.



نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس.

يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين (O) و (M) .



1 – مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب .

2 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(O, \vec{i})$ و كذلك بالنسبة للمحور $(O, \vec{j})$

3 – أوجد من البيان :

أ/ القيمة υ_0 لشعاع السرعة $\vec{\upsilon}_0$.

ب/ القيمة υ_{0x} للمركبة الأفقية لشعاع السرعة $\vec{\upsilon}_0$.

4 – استنتج قيمة كل من الزاوية α التي قذف بها الجسم و قيمة υ_{0Y} .

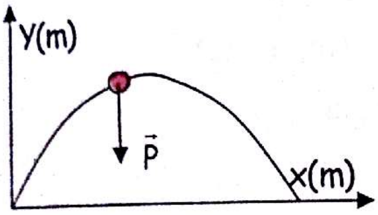
5 – مثل كل من $\upsilon_x(t)$ و $\upsilon_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \le t \le 1,88)s$.

6 – استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM والذروة h .

يعطى: $g = 10\ m / s^2$

الحل:

1- تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم الصلب



2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المقذوف

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين $(O,\vec{i})$ و $(O,\vec{j})$ نجد:

$a_X = 0 \longrightarrow$ الحركة منتظمة.

$a_Y = -g \longrightarrow$ الحركة متغيرة بانتظام.

3- من البيان: أ/ $\upsilon_0 = 10 m / s$

ب/ $\upsilon_{0x} = 3,4 m / s$

4- إيجاد زاوية القذف α : $\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos \alpha$

$$\cos \alpha = \frac{\upsilon_{0x}}{\upsilon_0} = \frac{3,4}{10} = 0,34$$

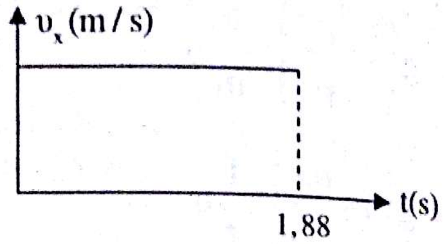
$\alpha = 70,12°$

- حساب υ_{0Y} :

$$\upsilon_{0Y} = \upsilon_0 \sin \alpha = 10.\sin 70,12° = 9,4 m / s$$

5- تمثيل المنحنى $\upsilon_x = f(t)$:

بمكاملة العلاقة $a_x = 0$ نجد $\upsilon_x = \upsilon_{0x} = 3,4 m / s$

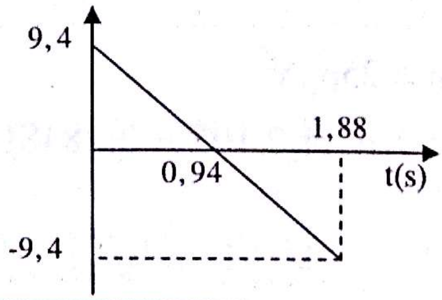


تمثيل المنحنى $v_y = g(t)$:

بمكاملة العلاقة $a_y = -g$ و من الشروط الإبتدائية نجد:

$$v_Y = -gt + v_{0y}$$

t(s)	0	0,94	1,88
v_y (m/s)	9,4	0	-9,4



6- حساب المسافة OM :

بمكاملة العلاقة $v_x = v_0 \cos\alpha$ ومن الشروط الإبتدائية

نجد : $x = v_0 \cos\alpha\, t = v_{0x} t$

$$OM = x = 3,4.1,88 = 6,39m$$

- حساب الإرتفاع h :

بمكاملة العلاقة $v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$ ومن الشروط

الإبتدائية نجد : $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$

$$h = y = -\frac{1}{2}.10.0,94^2 + 9,4.0,94 = 4,42m$$

التمرين 10

عند لحظة $t = 0$ نحرّر كرية نقطية معدنية من موضع O منطبق على مركز ثقلها ، توجد على إرتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب طويل شفاف كما في الشكل -1- يمثل منحنى الشكل -2- تطور سرعة الكرية v خلال سقوطها في الهواء و داخل السائل اللزج.

1- دراسة حركة الكرية في الهواء:

ننمذج تأثير الهواء على الكرية أثناء سقوطها بقوة شاقولية $\vec{f}$ شدتها ثابتة (تهمل دافعة أرخميدس).

تصل الكرية إلى السطح الحر للسائل اللزج عند اللحظة t_1 بسرعة v_1 .

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة $\vec{f}$ بدلالة: t_1 ، v_1 ، g تسارع الجاذبية الأرضية ، ρ_1 الكتلة الحجمية للكرية ، V حجم الكرية .

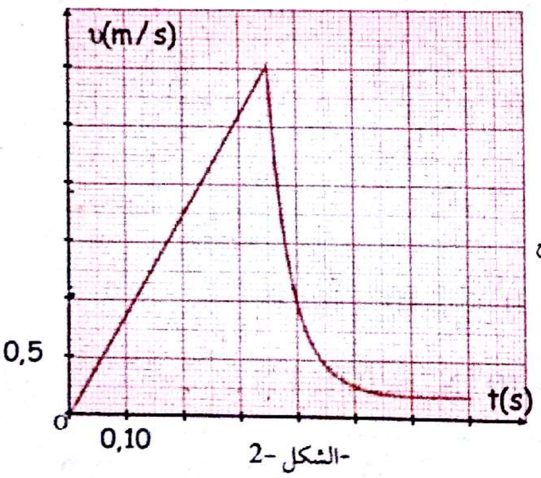
ب/ باستغلال البيان $v = f(t)$ ، أحسب شدة $\vec{f}$.

2- دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

تخضع الكرية أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة إلى ثقلها $\vec{P}$ إلى دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة إحتكاك السائل $\vec{f'}$ شدتها تعطى بالعبارة $f' = k\,v$ حيث k ثابت.



-الشكل -1-



-الشكل -2-

أ/ باستغلال البيان: أثبت أنّ ثابت الزمن τ يقدر بـ 0,04s

ب/أوجد العبارة الحرفية للمعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز ثقل الكرية و أثبت أنها تحقق العلاقة :

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 25\,v .$$

جـ/ أحسب قيمة الثابت k ثم أوجد وحدته باستعمال التحليل البعدي.

يعطى:

$\rho_2 = 1,26.10^3 kg/m^3$ الكتلة الحجمية للسائل اللزج

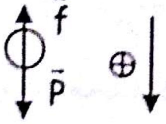
$\rho_1 = 2,70.10^3 kg/m^3$

$g = 9,80 m/s^2$

$V = 4,20.10^{-6} m^3$

الحل:

1-أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبر غاليليا:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$P - f = m\,a$$

$$a = \frac{P - f}{m} = g - \frac{f}{m} = Cte$$

إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة) وبالتالي:

$$\upsilon_1 = at_1 \longrightarrow a = \frac{\upsilon_1}{t_1}$$

ومنه: $a = g - \frac{f}{m} = \frac{\upsilon_1}{t_1} \longrightarrow \frac{f}{m} = g - \frac{\upsilon_1}{t_1}$

$$f = m.\left(g - \frac{\upsilon_1}{t_1}\right) = \rho_1.V\left(g - \frac{\upsilon_1}{t_1}\right)$$

ب/ حساب شدة f:

$$f = 2,7.10^3.4,2.10^{-6}\left(9,8 - \frac{3}{0,35}\right)$$

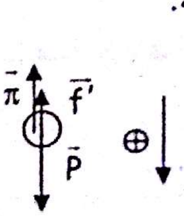
$$f = 4,86.10^{-3}N = 0,014\ N$$

2-أ/ باستغلال البيان نجد أن زمن النظام الإنتقالي في المرحلة الثانية هو: $t = 2.0,1 = 0,2s$

و بالتالي: $t = 5\tau \longrightarrow \tau = \frac{t}{5} = \frac{0,2}{5} = 0,04s$

ب/ إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها υ:

بتطبيق القانون الثاني على الكرية:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{f'} + \vec{\pi} = m\vec{a}$$

$$P - f' - \pi = m\,a$$

$$mg - k\upsilon - \rho_2.Vg = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g - \frac{k}{m}\upsilon - \frac{\rho_2.Vg}{\rho_1.V}$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) - \frac{k}{m}\upsilon$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) - \frac{1}{\tau}\upsilon$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = 9,8\left(1 - \frac{1,26.10^3}{2,7.10^3}\right) - \frac{1}{0,04}\upsilon$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = 5,2 - 25\upsilon$$

جـ/ حساب قيمة الثابت k:

$$\frac{k}{m} = 25$$

$$k = 25m = 25\rho_1.V$$

$$k = 25.2,7.10^3.4,2.10^{-6} = 0,284SI$$

إيجاد وحدة k:

$$\frac{k}{m} = \frac{1}{\tau}$$

$$k = \frac{m}{\tau}$$

$$[k] = \frac{[m]}{[\tau]} = \frac{[M]}{[T]} = kg/s$$

التمرين 11

نريد تحديد حركة كوكب يدور حول الشمس.

1- عرف المرجع المناسب لدراسة حركة هذا الكوكب.

2- أعط العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\vec{F}_{S/P}$ التي تطبقها الشمس على هذا الكوكب ومثلها برسم.

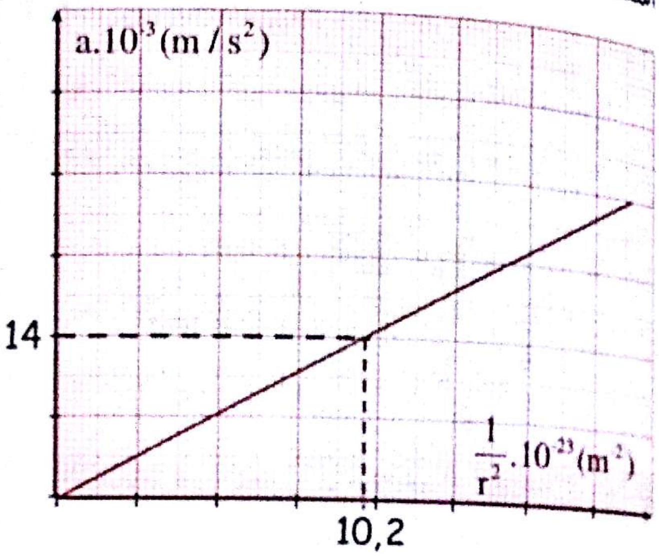
3- برهن أن عبارة التسارع a لمركز عطالة الكوكب تكتب على الشكل: $a = A.\frac{1}{r^2}$.

حيث r المسافة الفاصلة بين مركز الشمس ومركز الكوكب.

4- يمثل الشكل التالي منحنى تغيرات التسارع a بدلالة $\frac{1}{r^2}$

- أوجد باستعمال البيان كتلة الشمس.

5-أ-أذكر نص القانون الثالث لكبلر ، ثم أكمل الجدول أسفله .



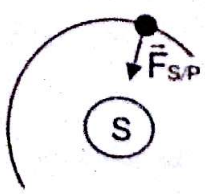
إسم الكوكب	المشتري	المريخ	الأرض
الدور $T(ans)$	11,8	1,9	1
الكتلة $M(kg)$	$1,86.10^{27}$	$6,4.10^{23}$	6.10^{24}
نصف القطر $r(m)$			

ب- إذا علمت أن قوة الجذب العام $F_{S/P} = 42.10^{22}N$ حدد الكوكب المعني بهذه الدراسة من بين الكواكب الواردة في الجدول السابق .

يعطى : ثابت الجذب العام: $G=6,67.10^{-11}N.m^2/kg^2$.

الحل:

1- المرجع المناسب لهذه الدراسة هو المرجع الهيليومركزي. وهو مرجع مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة تتجه نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة في الفضاء.



2- العبارة الشعاعية لقوة الجذب :

$$\vec{F}_{s/p} = G\frac{M_s.m_p}{d^2}\vec{n}$$

3- عبارة التسارع :

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m_p\vec{a}$$

$$\overrightarrow{F_{S/P}} = m_p\vec{a}_n$$

$$G\frac{M_s.m_p}{d^2}\vec{n} = m_p a_n\vec{n}$$

بما أن $d = r$ و بالإسقاط على المحور الناظمي نجد :

$$a = \frac{GM_s}{r^2} = GM_s.\frac{1}{r^2} \text{ حيث } A = GM_s$$

4- ايجاد كتلة الشمس : $A = GM_s \longrightarrow M_S = \frac{A}{G}$

حساب A :

$$A = \frac{\Delta a}{\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right)} = \frac{14.10^{-3}}{10,2.10^{-23}} = 1,37.10^{+20}SI$$

ومنه : $M_S = \frac{1,37.10^{+20}}{6,67.10^{-11}} = 2,05.10^{30}kg$

5-أ- نص القانون الثالث لكبلر :

تكون النسبة بين مربع دور الكوكب ومكعب نصف المحور الكبير للمسار دائما ثابتة .

- إكمال الجدول : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \longrightarrow r^3 = \frac{T^2GM_s}{4\pi^2}$

الكواكب	المشتري	المريخ	الأرض
r(m)	$7,8.10^{11}$	$2,3.10^{11}$	$1,5.10^{11}$

ب- لتحديد الكوكب المعني بالدراسة نتبع الطريقة التالية:

$$m_P = \frac{F_{s/p}.r^2}{GM_S} = \frac{F_{s/p}.r^2}{A}$$

$$m_P = \frac{42.10^{22}}{1,37.10^{20}}.r^2 = 3065,7.r^2$$

الكواكب	المشتري	المريخ	الأرض
$m_P(Kg)$	$1,865.10^{27}$	$1,621.10^{26}$	$6,897.10^{25}$

- الكوكب المعني بالدراسة : المشتري

التمرين 12

نحرّر عند نفس اللحظة $t = 0$ ، كريتين زجاجيتين (a) و (b) في أنبوب شفاف أسطواني به زيت.

تخضع الكرية (a) أثناء حركتها داخل الزيت إلى :

- دافعة أرخميدس ،
- قوة إحتكاك المائع $\vec{f} = -6\pi r\eta.\upsilon\vec{i}$ حيث υ سرعة الكرية.
- ثقلها.

نرمز للزمن المميز لحركة الكرية (a) بـ τ ، و نعتبر أن سرعة الكرية تبلغ القيمة الحدية υ_L بعد مرور المدة الزمنية 5τ .

I-1- أثبت أن المعادلة التفاضلية للكرية (a) تكتب على الشكل $\frac{d\upsilon}{dt} + \frac{\upsilon}{\tau} = C$ مع تحديد عبارتي الثابتين τ و C.

2-أحسب قيمة τ علما أن نصف قطر الكرية (a) هو $r = 0,25\ cm$.

3- أحسب قيمة السرعة الحدية υ_L للكرية (a) .

II- إذا علمت أنّ نصف قطر الكرية (b) هو $r' = 2r$.

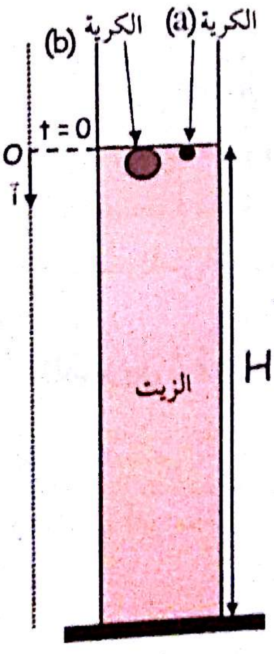
1- حدّد، معللا جوابك ، الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية .

2- خلال النظام الإنتقالي تقطع :

- الكرية (a) المسافة $d_1 = 5,0\ cm$
- الكرية (b) المسافة $d_2 = 80,0\ cm$

أحسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب .

المعطيات: الكتلة الحجمية للزجاج : $\rho = 2600\ kg.m^{-3}$

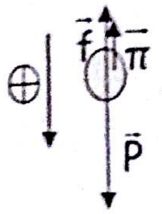


الكتلة الحجمية للزيت : $\rho_0 = 970\ kg.m^{-3}$
معامل لزوجة الزيت : $\eta = 8,0.10^{-2}\ N.s.m^{-2}$
تسارع الجاذبية الأرضية : $g = 9,81\ m.s^{-2}$
إرتفاع الزيت في الأنبوب : $H = 1,00\ m$
حجم كرة نصف قطرها r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

الحل:

I-1- المعادلة التفاضلية :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية (a) المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$
$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد: $P - \pi - f = ma$

$$mg - \rho_0 Vg - 6\pi\eta r\upsilon = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_0 Vg}{m} - \frac{6\pi\eta r}{m}\upsilon = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_0 Vg}{\rho V} - \frac{6\pi\eta r}{\rho V}\upsilon = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) - \frac{6\pi\eta r}{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}\upsilon = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho r^2}\upsilon = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة نجد:

$$C = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) , \frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho r^2} \longrightarrow \tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta}$$

2- حساب الزمن المميز لحركة الكرية (a):

$$\tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta} = \frac{2.2600.(0,25.10^{-2})^2}{9.8.10^{-2}} = 0,045\ s$$

3- تحديد السرعة الحدية υ_L :

في النظام الدائم : $\upsilon = Cte \longrightarrow \frac{d\upsilon}{dt} = 0$

$$\frac{1}{\tau}\upsilon_L = C \longrightarrow \upsilon_L = \tau.C = \tau g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

$$\upsilon_L = 0,045.9,81.\left(1 - \frac{970}{2600}\right) = 0,28 m/s$$

II-1- أيهما يصل الأول:

$$\tau' = \frac{2\rho r'^2}{9\eta} = \frac{2\rho(2r)^2}{9\eta} = 4.\frac{2\rho r^2}{9\eta} = 4\tau$$

وبالتالي الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول لتبلغ سرعتها الحدية.

2- المسافة المقطوعة في النظام الإنتقالي للكرية (a) هو $d_1 = 5cm$ و بالتالي مسافة النظام الدائم هي $x_1 = 95cm$

- الزمن الذي تستغرقه الكرية (a) من بداية سقوطها إلى غاية وصولها إلى قعر الإناء هو:

$$t_1 = 5\tau + \frac{x_1}{\upsilon_L} = 5.0,045 + \frac{0,95}{0,28} = 3,62s$$

بالنسبة للكرية (b):

- الزمن المميز: $\tau' = 4\tau = 4.0,045 = 0,18s$

المسافة المقطوعة في النظام الإنتقالي للكرية (b) هو $d_2 = 80cm$ وبالتالي مسافة النظام الدائم هي $x_2 = 20cm$

- السرعة الحدية:

$$\upsilon'_L = \tau' g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 4\tau g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 4\upsilon_L$$

$$= 4.0,28 = 1,12m/s$$

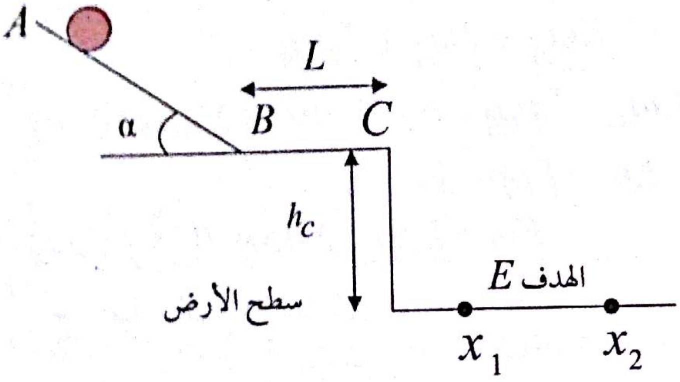
- الزمن الذي تستغرقه الكرية (b) من بداية سقوطها إلى غاية وصولها إلى قعر الإناء هو:

$$t_2 = 5\tau' + \frac{x_2}{\upsilon'_L} = 5.0,18 + \frac{0,2}{1,12} = 1,08s$$

فالمدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين إلى قعر الأنبوب هي: $\Delta t = t_1 - t_2 = 3,62 - 1,08 = 2,54s$

التمرين 13

توضع كرية كتلتها $m = 10g$ في موضع A على مستوي مائل يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ وتترك لتتدحرج بدون سرعة ابتدائية حيث $AB = D = 50cm$.



1- نختار المستوي BC مرجعا للطاقات الكامنة الثقالية.

أ- أعط عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية عند الموضع A ثم أحسبها.

ب- استنتج عبارة وشدة الطاقة الميكانيكية للكرة عند نفس الموضع.

ج- بين أن عبارة السرعة عند الموضع B هي $v_B = \sqrt{2gD\sin\alpha}$

2- ما طبيعة حركة الكرية على المستوي (BC)؟

3- نقوم بدراسة حركة مركز عطالة الكرية G بعد الموضع C حيث نعتبر مبدأ الأزمنة هو لحظة وجود الكرية في الموضع C

أ- باعتبار مقاومة الهواء مهملة، ماهي معادلة مسار الكرية؟

ب- نريد أن نعرف هل تصيب الكرية الهدف E فاصلتها محصورة بين $x_1' = 0.55m$ و $x_2 = 0.60m$ ويرتفع عن المستوي (BC) ب $h_C = 0.4m$

ج- أحسب الزمن اللازم لكي تصل الكرية إلى سطح الأرض

د- استنتج الفاصلة x_f للكرية عند ملامسة الأرض، هل تصيب الهدف؟

4- ماهي المسافة D' التي يجب أخدها من أجل إصابة الهدف فاصلته $x_f = 0.57m$ مع العلم أن زمن السقوط يبقى نفسه

يعطى: $g = 9.8m/s^2$ ؛ $L = 20cm$

الحل:

1-أ-الطاقة الكامنة الثقالية: $Epp=mgh=mgD\sin\alpha$

$=0.01\times9.8\times0.5\times0.5=2.45\times10^{-2}\,j$

ب-الطاقة الميكانيكية: عند الموضع A تكون $Ec=0$

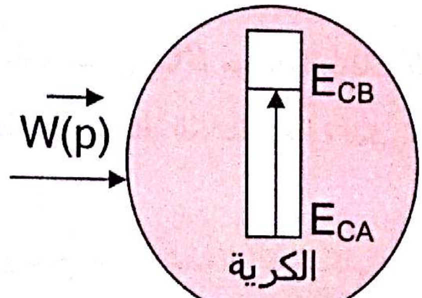
$Em_A=Ec_A+Epp_A$.

$Em_a=Epp_A+mgD\sin\alpha=2.45\times10^{-2}\,j$

$Em=Epp+Ec$

وعليه: $Em=Epp=2.45\times10^{-2}\,j$

ج- عبارة السرعة عند B:

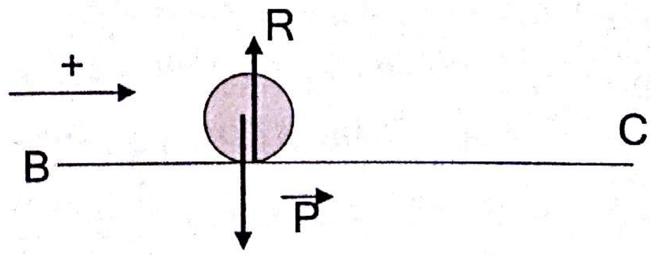


معادلة انحفاظ الطاقة هي: $Ec_A+W(\vec{p})=Ec_B$

$mgh=\frac{1}{2}mv_B^{\;2}$

$gD\sin\alpha=\frac{1}{2}v_B^{\;2}\rightarrow v_B=\sqrt{2gD\sin\alpha}$

2- طبيعة حركة الكرية على (BC):



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum\overrightarrow{Fext}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه: $0=ma\Rightarrow a=0$

ومنه: $v=cte$

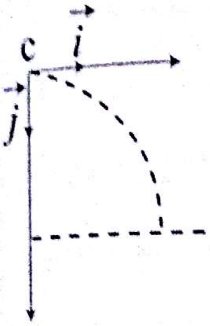
إذن الحركة مستقيمة منتظمة على المستوي (BC).

3-أ- معادلة المسار: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}=m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور $(c,\vec{i},\vec{j})$ حيث $(c,\vec{j})$ موجه نحو الأسفل: $0=ma_x\Rightarrow a_x=0$

$p=ma_y\Rightarrow a_y=g$



بالتكامل: $v_x=c_1$

$v_y=gt+c_2$

من الشروط الابتدائية لما $t=0$

يكون: $v_{x0}=v_c=c_1$

$v_{y0}=0=c_2$

$v_x=v_c$ 1

$v_y=gt$ 2

بالتكامل نجد: $x=v_ct+c_3$

$y=\frac{1}{2}gt^2+c_4$

من الشروط الابتدائية:

لما t=0 يكون $x_0=0=c_3$

ومنه 3......... $x=v_c\times t$

وكذلك $y_0=0=c4$

$y=\frac{1}{2}gt^2$ 4

من العلاقة 3 نجد: $t=\frac{x}{v_c}$

نعوض الزمن t في العلاقة 4 فنجد: $y=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_c^{\,2}}$

ب- حساب الزمن اللازم لوصول الكرية إلى سطح الأرض: من العلاقة 4 نجد:

$$t=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2\times0.4}{9.8}}=0.286s$$

د- حساب الفاصلة : x_f

$$v_C = v_B = \sqrt{2gD\sin\alpha}$$
$$= \sqrt{2\times9.8\times0.5\times0.5}$$
$$= 2.21m/s$$

ومن العلاقة 3 نكتب :

$$x_f = v_C \times t = 2.21\times0.286 = 0.63m$$

الكرية لا تصيب الهدف لأن $x_f > x_2$

4- حساب D' :

نحسب أولا v'_C : $v_C' = \frac{x_f}{t} = \frac{0.57}{0.286} = 2m/s$

$$v_C' = \sqrt{2gD'\sin\alpha}$$

$$D' = \frac{v_C'^{\,2}}{2g\sin\alpha} = \frac{2^2}{2\times9.8\times0.5} = 0.41m$$

التمرين 14

تسقط كرة تنس بدون سرعة ابتدائية فكانت سرعتها الحدية $v_L = 7.12m/s$

1- بين أن دافعة أرخميدس المطبقة على الكرة مهملة أمام ثقلها .

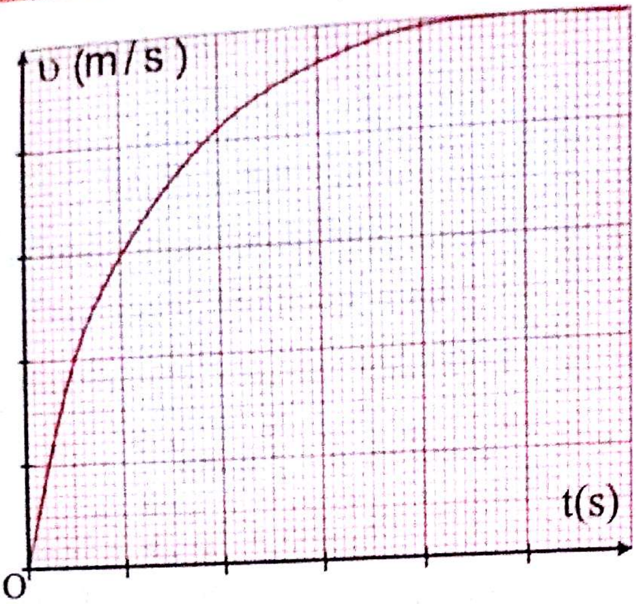
2- إن القوة المطبقة على الكرة من طرف الهواء تعطى بالعلاقة $f = kv^2$

أ- مثل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .

ب-أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرة .

3- عبر عن k بدلالة: m, g, v_L ثم أحسب قيمتها .

4-ليكن τ الزمن المميز للحركة، نعطي في الشكل -1- منحنى تغيرات السرعة v بدلالة الزمن t .



أ- ماذا يمثل ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ ؟

- استنتج قيمته .

ب-أكمل الرسم المبين في الشكل -1- مع تمثيل الزمن المميز τ ، أعط عبارته ثم أحسب قيمته .

5- أن تسجيل الحركة قد بين أنه في اللحظة $t_1 = 0.50s$ تكون سرعة الكرة $v_1 = 4.25m/s$

أ- أحسب التسارع a_1 للكرة في اللحظة t_1 .

ب-أحسب سرعة الكرة v_2 في اللحظة $t_2 = 0.51s$.

المعطيات :

كتلة الكرة: $m = 2.5g$ ، قطرها : $D = 3.8cm$ الكتلة الحجمية للهواء: $\rho_f = 1.3\,kg/m^3$

$g = 9.81m/s^2$

الحل:

1- إثبات أن دافعة أرخميدس π مهملة أمام الثقل P: $P = mg$

$$\pi = \rho_f \times V \times g = \rho_f \times \frac{4}{3}\times\pi\times R^3 \times g$$

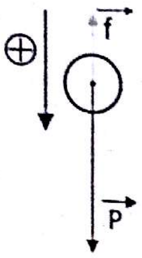
$$\frac{P}{\pi} = \frac{3mg}{4\times\pi\times\rho_f\times R^3\times g} = \frac{3m}{4\times\pi R^3\times\rho_f}$$

$$= \frac{3\times2.5\times10^{-3}}{4\times3.14\left(1.9\times10^{-2}\right)^3\times1.3} = 67$$

إذن $p = 67\pi$

ومنه دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الكرة

2-أ- تمثيل القوى المطبقة على الكرة :



المعادلة التفاضلية : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة المنسوبة حركتها الى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا نكتب :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p}+\vec{f}=m\vec{a}$$

بالاسقاط على جهة الحركة نجد :

$$p-f=ma \Rightarrow mg-kv^2=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g$$

3-إيجاد عبارة k : لما $v=v_L$ يكون $\frac{dv}{dt}=0$

ومنه: $\frac{k}{m}v_L^2 = g \Rightarrow k=\frac{mg}{v}$

- حساب k :

$$k=\frac{2.5\times10^{-3}\times9.81}{7.12^2}=4.8\times10^{-4}kg/m$$

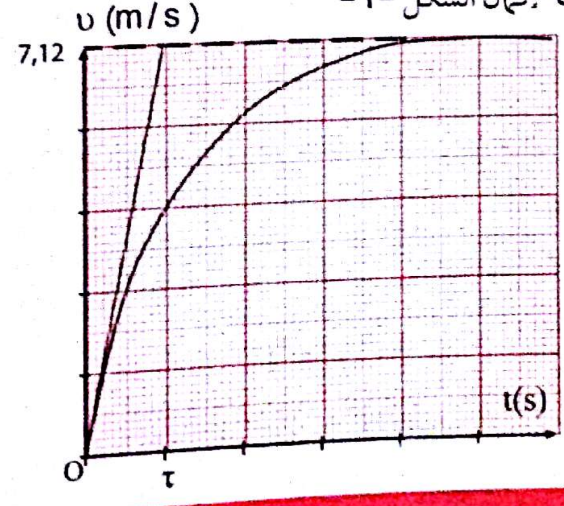
4-أ-ميل المماس للمنحنى $v=f(t)$ عند المبدأ يمثل تسارع الكرة عند اللحظة $t_0=0$

من المعادلة التفاضلية : $a_0+\frac{k}{m}v_0^2=g$

حيث : $v_0=0$

وعليه : $a_0=g=9,81m/s^2$

ب-إكمال الشكل -1-



إيجاد τ :

$$a_0=\frac{v_L}{\tau}\Rightarrow \tau=\frac{v_L}{a_0}=\frac{7.12}{9.81}=0.726s$$

5-أ- حساب التسارع a_1 :

$$a_1+\frac{k}{m}v_1^2=g\Rightarrow a_1=g-\frac{k}{m}v_1^2$$

$$a_1=9.81-\frac{4,8\times10^{-4}}{2,5\times10^{-3}}\times4,25^2=6,34m/s^2$$

ب-حساب سرعة الكرة v_2 :

حسب طريقة اولر: $v_2=a_1\Delta t+v_1$ حيث

$$\Delta t=0.51-0.50=0.01s$$

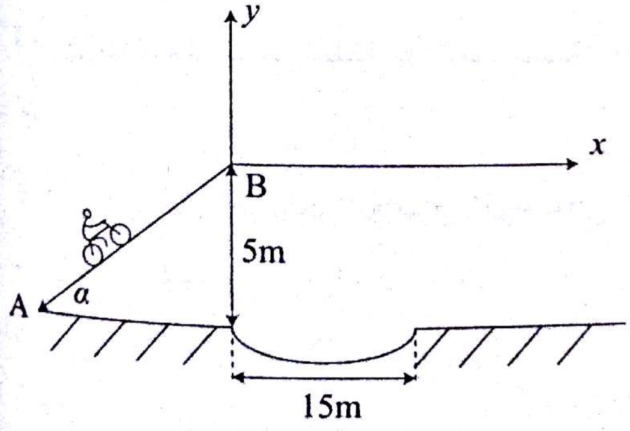
$$v_2=6.34\times0.01+4.25=4.31m/s$$

التمرين 15

نعتبر الجملة (الدارج و دراجته) نقطة مادية كتلتها 120Kg.

تنطلق الجملة من النقطة A ابتداء من السكون على مستوى يميل عن الأفق بزاوية $\alpha=23°$ ، قوى الاحتكاك تكافئ قوة وحيدة شدتها ثابتة وتساوى 12 N.

تصل الجملة من النقطة B الموجودة على ارتفاع 5m من سطح الأرض بسرعة $\overrightarrow{v_B}$ كما في الشكل التالي :



1- أ- أوجد معادلة مسار الجملة في المعلم السابق(نهمل مقاومة الهواء)

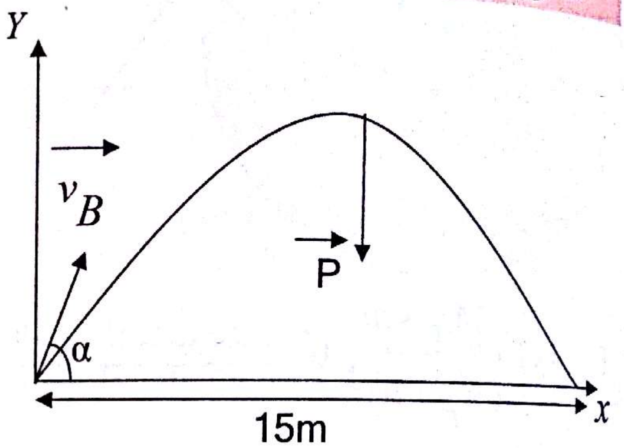
ب-ماهي أصغرشدة للسرعة $\overrightarrow{v_B}$ التي تسمح للجملة باجتياز خندق طوله 15m موجود على سطح الأرض ؟

2-علما أن حركة الجملة على المستوي المائل AB كانت متغيرة بانتظام وشدة القوة المحركة للدراجة $\vec{F}$ ثابتة أوجد:

أ- تسارع الجملة .

ب- شدة القوة $\vec{F}$ تعطى : $g= 10m/s^2$

الحل:



أ-1 - معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (دراج+الدراجة) المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا يكون:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (ox): $(m \neq 0)$

$$ma_x = 0$$

$$a_x = 0$$

ومنه الحركة مستقيمة منتظمة معادلتها من الشكل:

$$x = vt + x_0$$

باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة القذف تكون : $x_0 = 0$

و $v = v_{Bx} = v_B \cos\alpha$

ومنه $x = v_B \cos\alpha \times t .....1$

بالإسقاط على المحور oy :

$$-p = ma_y \Rightarrow -mg = -ma_y \Rightarrow a_y = -g = cte$$

ومنه الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها من الشكل :

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \quad ; \quad y_0 = 0$$

$$v_{0y} = v_{By} = v_B \sin\alpha$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B \sin\alpha \times t ......2$$

من 1 نجد : $t = \frac{x}{v_B \cos\alpha}$ نعوض في المعادلة 2 :

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos\alpha}\right)^2 + v_B \sin\alpha \frac{x}{v_B \cos\alpha}$$

$$y = \frac{-g}{2v_B{}^2 \cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha \, . \, x$$

-حساب قيمة السرعة v_B : نعوض في معادلة المسار:

$$y = -5m \, ; \, \alpha = 23° \, ; \, x = 15m$$

$$-5 = \frac{-10}{2.\cos^2 23° \, v_B{}^2} 15^2 + 15.\tan 23$$

$$-5 = \frac{-1327,5}{v_B{}^2} + 6,37 \; ; v_B = 10.8m/s$$

2- أ -حساب تسارع الجملة على المستوى AB : بما أن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام تكون :

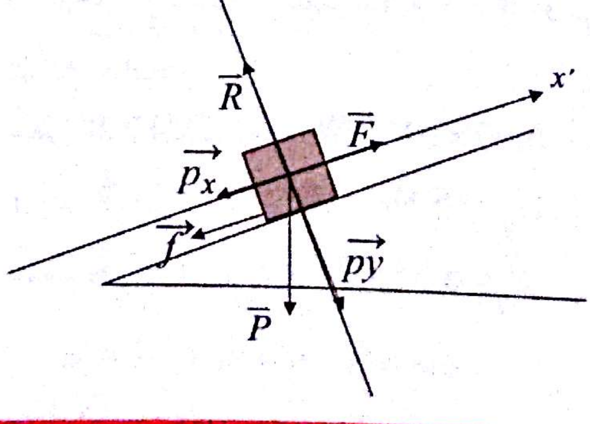
$$v_B{}^2 - V_A{}^2 = 2a(AB) \Rightarrow a = \frac{v_B{}^2 - v_A{}^2}{2AB}$$

علما أن : $v_A = 0$ و $AB = \frac{5}{\sin\alpha}$

إذن : $AB = \frac{5}{\sin\alpha} = \frac{5}{0.3907} = 12.797 \simeq 12.8m$

ومنه : $a = \frac{(10.8)^2}{2 \times 12.8} = 4.56 \, m/s^2$

ب- شدة القوة F :



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \overrightarrow{Fext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P}+\vec{f}+\vec{F}+\vec{R}=m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة نجد :

$$-P_x - f + F = ma \Rightarrow -mg\sin\alpha - f + F = ma$$

ومنه تكون :

$$F = mg\sin\alpha + f + ma \Rightarrow F = m(a+g\sin\alpha)+f$$

ت ع: $F=120(4.56+10\times\sin 23)+12=1028,08N$

التمرين 16

نعتبر القمر الاصطناعي جيوف A نقطة مادية G كتلتها $m=800kg$ ويفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط.

يدور هذا القمر بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه O على ارتفاع $h=23.6\times10^3\ km$ من سطح الأرض.

1- أ- أرسم مخططا تبين فيه الأرض و القمر في مداره، و القوة التي تؤثر بها الأرض على القمر .

ب- أكتب العبارة الشعاعية لهذه القوة، علما أن شعاع الوحدة $\vec{u}$ يتجه من O نحو G.

2- أ- في أي مرجع تمت دراسة حركة القمر ؟

ب- أوجد عبارة التسارع a للنقطة G.

3- أ- ماهي خصائص شعاع التسارع $\vec{a}$ لنقطة مادية تتحرك بحركة دائرية منتظمة .

ب - أثبت أن السرعة v للقمر تحقق العلاقة التالية

$v^2 = \dfrac{M_T G}{R}$: حيث $R = R_T + h$

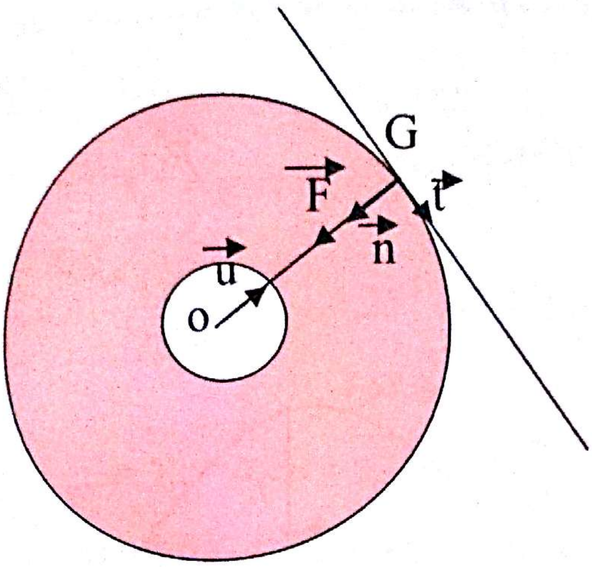
4- أوجد عبارة الدور T للقمر بدلالة G، R، و M_T ثم أحسب قيمته .

تعطى: ثابت الجذب العام: $G=6.67\times10^{-11}SI$

و كتلة الأرض : $M_T=5.98\times10^{24}kg$

نصف قطر الأرض : $R_T=6.38\times10^3km$

الحل:



العبارة الشعاعية للقوة: $\vec{F} = -G\dfrac{M_T\times m}{(R_T+h)^2}\vec{u}$

---

2 -أ -تمت دراسة حركة هذا القمر في المعلم الجيومركزي.

ب-عبارة التسارع:بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر:G المنسوبة حركته إلى المعلم جيومركزي نعتبره غاليليا:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}=m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور $(G,\vec{t},\vec{n})$ نجد : $F=ma$

$$G\frac{M_T\times m}{(R_T+h)^2}=ma$$

$$a=G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

3-أ-خصائص شعاع التسارع:

-نقطة التأثير:مركز القمر.

-الحامل:الناظم المار بمركز الأرض.

-الجهة:من القمر نحو مركز الأرض.

-الشدة ثابتة: معطاة بالعبارة السابقة.

ب- عبارة السرعة: $\vec{a}=a_t\vec{t}+a_n\vec{n}$

بما ان الحركة دائرية منتظمة تكون $a_t=\dfrac{dv}{dt}=0$

ومنه: $a = a_n$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = a_n \times R$$

$$v^2 = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}(R_T+h)$$

ومنه:

$$v^2 = G\frac{M_T}{(R_T+h)}$$

4 - عبارة الدور:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{v^2}$$

علما أن $R = R_T + h$ و $v^2 = G\frac{M_T}{(R_T+h)}$

$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \frac{(R_T+h)}{G \times M_T}$$

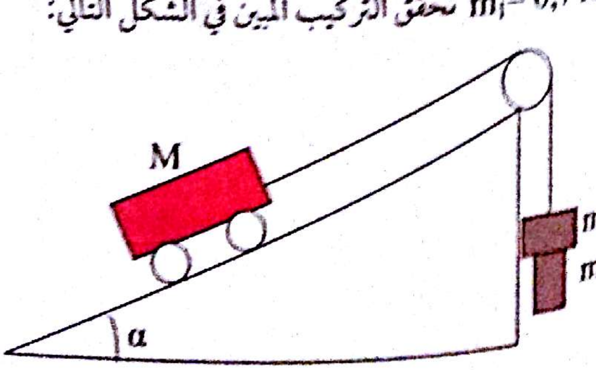
$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^3}{G \times M_T}$$

بالتعويض نجد: $T^2 = 270{,}226 \times 10^7\, s^2$

$$T = 51983{,}3\ s = 14{,}44\ h$$

التمرين 17

بواسطة عربة كتلتها $M=2Kg$ و جسما آخرا كتلته $m_1 = 0{,}7\ Kg$ نحقق التركيب المبين في الشكل التالي:



1- حدد قيمة الكتلة m_2 الواجب وضعها على m_1 لتحقيق التوازن.

2- نضيف إلى الجملة $(m_1 + m_2)$ كتلة إضافية m' فنلاحظ أن سرعة العربة تصبح $v = 1m/s$ بعد $1s$ من بدء الحركة.

أ- عبر عن تسارع الحركة بدلالة M، m_1، m_2، m'، g

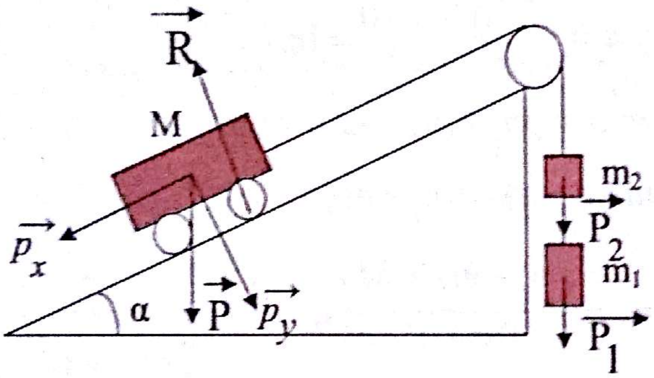
ب- أحسب قيمة m' في هذه الشروط.

3- بعد بلوغ السرعة المذكورة سابقا ننزع الكتلة m'، ما هي طبيعة حركة العربة ؟

يعطى: $\alpha = 30°$ $g = 9{,}8 m/s^2$

الحل:

1- حساب m_2 لتحقيق التوازن:



نعتبر الجملة هي (الحبل + $M + m_2 + m_1$) و الحركة منسوبة إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الأول لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p} + \vec{R} = \vec{0}$$

بعد الإسقاط: $p_1 + p_2 = p_x$

$$m_1 g + m_2 g = Mg\sin\alpha$$

$$m_1 + m_2 = M\sin\alpha \Rightarrow m_2 = M\sin\alpha - m_1$$

$$m_2 = 2\sin 30 - 0.7 = 0.3kg$$

2-أ- عبارة التسارع: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة

(الحبل + $M + m' + m_2 + m_1$)

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}' + \vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على محور الحركة :

$$p_1+p_2+p'-p\sin\alpha=(m_1+m_2+m'+M)a$$

$$(m_1+m_2+m'-M\sin\alpha)g=(m_1+m_2+m'+M)a$$

لكن: $m_1+m_2-M\sin\alpha=0$

إذن: $m'g=(m_1+m_2+m'+M)a$

$$\Rightarrow a=\frac{m'}{m_1+m_2+m'+M}g=cte$$

ب-حساب m' :

حساب التسارع a : $v=a\Delta t+v_0$

$$a=\frac{v-v_0}{\Delta t}=\frac{1-0}{1}=1m/s^2$$

$$m'g=(m_1+m_2+m'+M)a$$

$$m'(g-a)=(m_1+m_2+M)a$$

$$m'=\frac{(m_1+m_2+M)}{g-a}a=\frac{0.7+0.3+2}{10-1}$$

$$=0.333kg$$

3-طبيعة حركة العربة: $m'=0\Rightarrow a=0$

إذن تواصل العربة حركتها على المستوي المائل بحركة مستقيمة منتظمة.

التمرين 18

I- نعتبر أن القمر الاصطناعي Galileo جسما نقطيا (S) لا يخضع إلا لقوة جذب الأرض له ،يرسم مدارا دائريا على ارتفاع $h=23.6\times10^3km$ عن سطح الأرض.

1-مثل كيفيا الأرض,القمر الاصطناعي و مساره ,ثم القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي.

2-ماهو المرجع الذي تدرس فيه الحركة ؟ ماهي الفرضية التي يجب وضعها بالنسبة لهذا المرجع لتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

3-أعط مميزات شعاع التسارع $\vec{a}$ للنقطة (S) في المرجع السابق.

4-أوجد عبارة سرعة الحركة بدلالة G,h,R_T,M_T

5-باستعمال المعطيات السابقة،أعط عبارة دور الحركة ثم أوجد قانون كيبلر الثالث.

II-لمقارنة حركة القمر الاصطناعي السابق بحركة أقمار اصطناعية أخرى ، نعطي فيما يلي جدولا مدونا فيه دور و نصف قطر مدارات بعض الأقمار الاصطناعية:

اسم القمر	R(km)	T(s)	$R^3(km^3)$	$T^2(s^2)$
GPS	20.2×10^3	2.88×10^4		
GLONASS	25.5×10^3	4.02×10^4		
METEOSAT	42.1×10^3	8.58×10^4		

1- أكمل الجدول ثم ارسم البيان $T^2=f(R^3)$ باستعمال

سلم الرسم : $1cm\rightarrow10^{13}km^3$

$1cm\rightarrow2\times10^9\ s^2$

2-تأكد أن البيان يتوافق مع القانون الثالث لكيلر.

3-استنتج كتلة الأرض M_T.

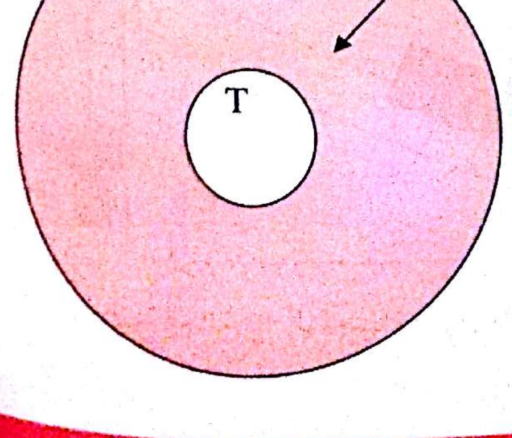
4-أوجد دور القمر الاصطناعي Galileo ثم احسب سرعته و تسارعه.

تعطى: نصف قطر الأرض: $R_T=6.38\times10^3\ km$ ،

$G=6.67\times10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$

الحل:

-1



2-المرجع الذي ندرس فيه الحركة هو المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا لتطبيق القانون الثاني لنيوتن .

3- مميزات شعاع التسارع $\vec{a}$: $\vec{a}=a_n\vec{n}+a_t\vec{t}$

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a} \Rightarrow \overrightarrow{F_{T/s}}=m\vec{a}$$

$$G\times\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}=m\left(a_n\vec{n}+a_t\vec{t}\right)$$

بالمطابقة : $a_t=0$ ، $a_n=G\times\frac{M_T}{(R_t+h)^2}$

نقطة التأثير هي القمر الاصطناعي (S)

الحامل هو المستقيم (TS)

الجهة من القمر (S) إلى الأرض (T)

الشدة : $a=a_n=\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$

4-عبارة السرعة: اعتمادا على عبارة التسارع الناظمي نكتب:

$$a_n=\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}=\frac{v^2}{(R_T+h)}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+h)}}$$

5-عبارة الدور: $T=2\pi\frac{(R_T+h)}{v}$

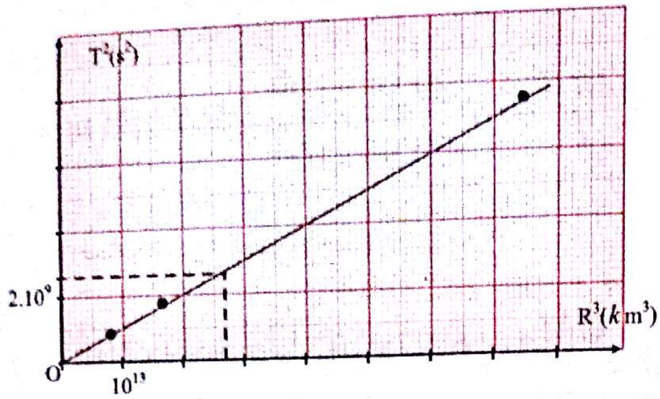
$$T^2=4\pi^2\frac{(R_T+h)^2}{v^2}=\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{GM_T}$$

وهو القانون الثالث لكبلر. $\frac{T^2}{(R_T+h)^3}=\frac{4\pi^2}{GM_T}=K$

II-1- إكمال الجدول:

اسم القمر	$R^3(km^3)$	$T^2(s^2)$
GPS	8.24×10^{12}	8.29×10^{8}
GLONASS	1.66×10^{13}	1.62×10^{9}
METEOSAT	7.46×10^{13}	7.36×10^{9}

-تمثيل البيان $T^2=f(R^3)$:



2-المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل : $T^2=aR^3$ حيث a معامل التوجيه وهو يتوافق مع قانون كبلر الثالث الذي ينص أن مربع الدور يتناسب طردا مع مكعب نصف قطر المسار الدائري.

3-حساب كتلة الأرض: بالمطابقة مع العلاقة السابقة :

$$a=\frac{4\pi^2}{GM_T}$$

حساب معامل التوجيه:

$$a=\tan\alpha=\frac{7.36\times10^9-0}{7.46\times10^{13}\times10^9-0}$$

$$=9.87\times10^{-14}s^2/m^3$$

$$M_T=\frac{4\pi^2}{aG}=\frac{4\times3.14^2}{9.87\times10^{-14}\times6.67\times10^{-11}}$$

$$=5.99\times10^{24}kg$$

4-إيجاد دور القمر الاصطناعي :

$$R=h+R_T=(23.6+6.38)10^3$$

$$=29.98\times10^3km$$

$$R^3=2.69\times10^{13}\ km^3$$

بعد الإسقاط نجد:

$$T^2=1.3\times2\times10^9=2.6\times10^9s^2$$

$$\Rightarrow T=50.99\times10^3s$$

-حساب سرعة القمر الاصطناعي :

$$v=\frac{2\pi R}{T}=2\pi\frac{29.98\times10^{6}}{50.99\times10^{3}}=3694,25\,m/s$$

- حساب تسارع القمر الاصطناعي :

$$a=\frac{GM_T}{R^2}=\frac{6.67\times10^{-11}\times5.99\times10^{24}}{(29.98\times10^{6})^2}$$

$$=0.445m/s^2$$

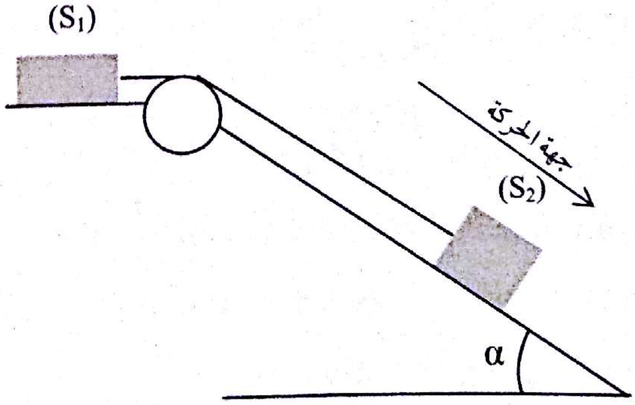
التمرين 19

لديك الجملة الميكانيكية المبينة في الشكل التالي والتي تتكون من:

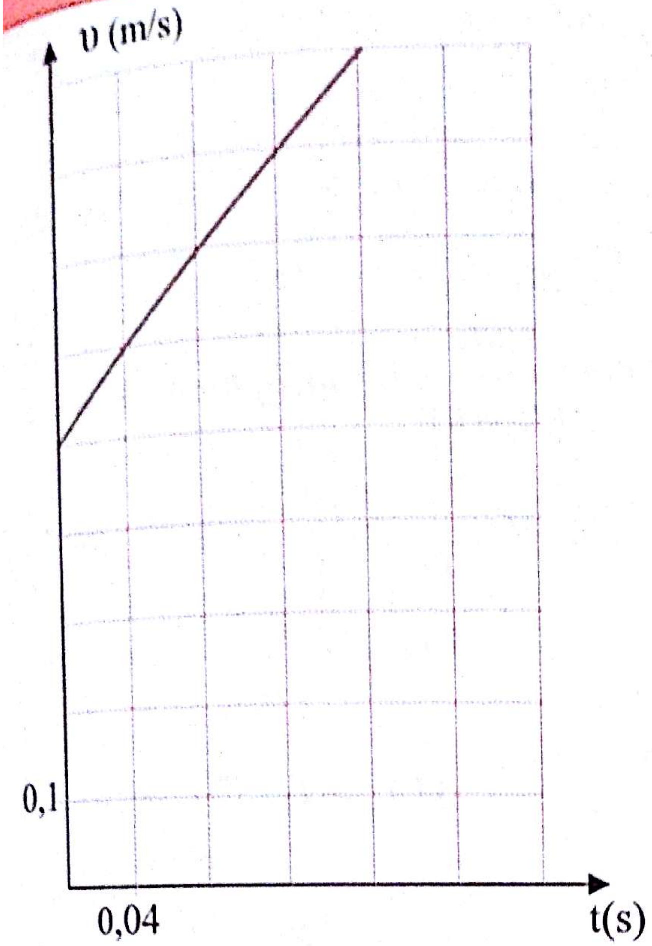
- بكرة مهملة الكتلة يمر بمحزها و دون إحتكاك خيط مهمل الكتلة غير قابل للإمتطاط .

- جسم صلب (S_1) كتلته $m_1=0,5\ kg$ يمكن أن ينزلق دون إحتكاك على مستوي أفقي .

- جسم صلب (S_2) كتلته $m_2=2\ kg$ ينتقل في مستوي مائل بزاوية $\alpha=30°$ يخضع لقوى إحتكاك تكافئ قوة وحيدة ثابتة.



يعطى بيان تغيرات السرعة υ للجسم (S_1) بدلالة الزمن:



1-حدد طبيعة حركة الجسم(S_1) مع التعليل.

2- أحسب المسافة المقطوعة من طرف الجسم (S_2) بين اللحظتين $t_1=0,04s$ و$t_2=0,12s$.

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أحسب :

أ- شدة تأثير السطح على الجسم(S_2).

ب- شدة قوة الإحتكاك.

4- في اللحظة $t=0,16s$ ينقطع الخيط فجأة.

- ما طبيعة حركة الجسم (S_1). يعطى: $g=9,8\ m/s^2$

الحل:

1-طبيعة حركة الجسم (S_1)

المنحنى عبارة عن خط مستقيم لايمر بالمبدأ معادلته من الشكل $v=ct+b$ حيث c معامل التوجيه و يمثل تسارع الحركة a.

$$c=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0.9-0.5}{0.04\times4}=2.5m/s^2 \rangle 0$$

نلاحظ أن : $v \rangle 0$ و عليه : $av \rangle 0$

إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

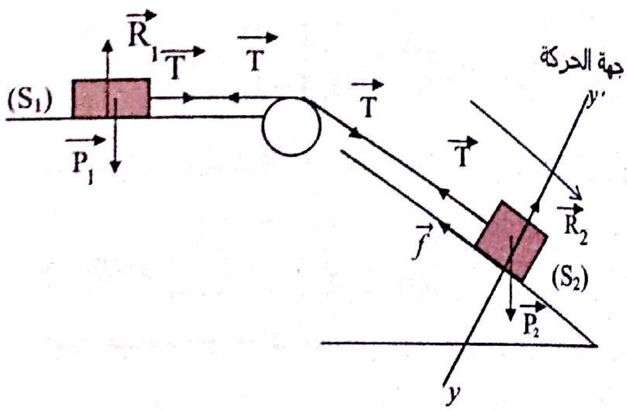
2-حساب المسافة المقطوعة : $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$

$$d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{0.8^2 - 0.6^2}{2\times 2.5} = 0.056m$$

ط2: طريقة المساحات : مساحة شبه منحرف.

$$d = \frac{(0,8+0,6)\times 0,08}{2} = 0,056\,m$$

3-أ-حساب شدة تأثير السطح على الجسم (S_2)



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (S_2) و الحركة منسوبة إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_2 \vec{a}$$

$$\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{R_2} + \vec{T} + \vec{f} = m_2 \vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور (yy') $R_2 - P_{2y} = 0$

$$R_2 = p_2 \cos\alpha = m_2 g \cos\alpha$$

$$= 2\times 9.8\cos 30° = 16.97N$$

ب-حساب شدة قوة الاحتكاك:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الحبل، S_1، S_2)

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = (m_1 + m_2)\vec{a}$$

$$\overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{R_2} + \vec{f} + \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{R_1} = (m_1 + m_2)\vec{a}$$

بعد الإسقاط على محور الدراسة نجد:

$$p_2 \sin\alpha - f = (m_1 + m_2)a$$

$$f = p_2 \sin\alpha - (m_1 + m_2)a$$

$$= 2\times 9.8\sin 30 - (2+0.5)2.5 = 3\ 55N$$

4-في اللحظة $t = 0.16s$

تكون سرعة الجسم (S_1) : $v = 0.9m/s$ (من البيان)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_1) :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_1 \vec{a'}$$

$$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{R_1} = m_1 \vec{a'}$$

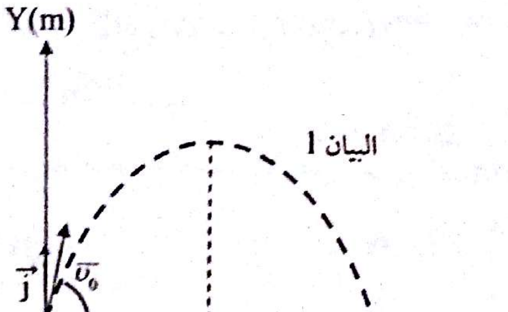
بعد الإسقاط على محور الدراسة : $m_1 a' = 0 \Rightarrow a' = 0$

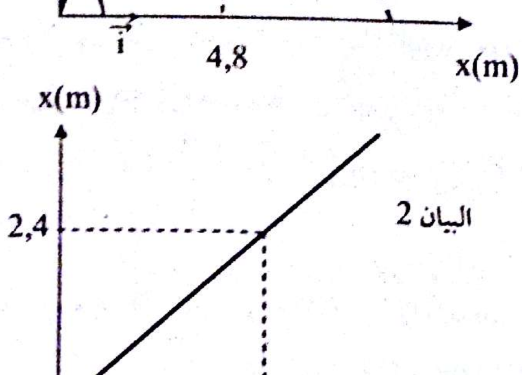
إذن يواصل الجسم (S_1) بحركة مستقيمة منتظمة.

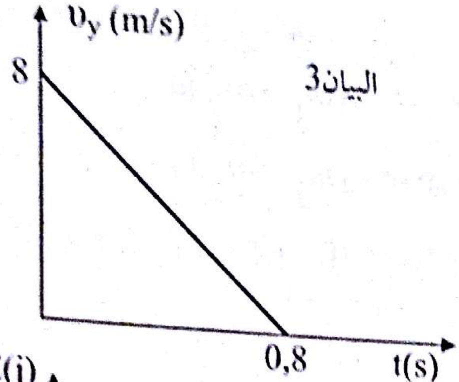
التمرين 20

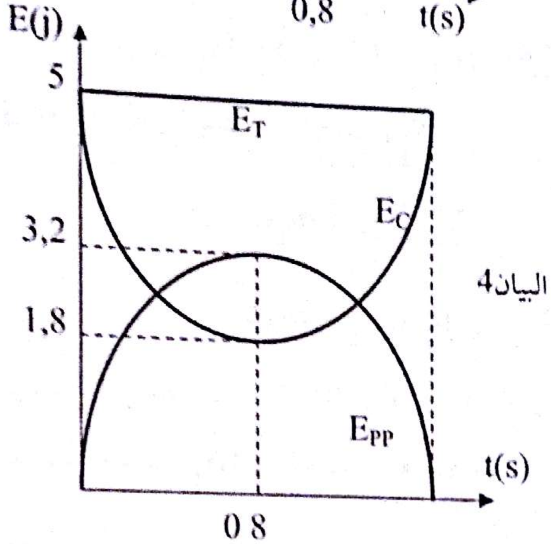
نقذف جسما كتلته m نعتبره نقطيا من نقطة (O) نعتبرها مبدأ المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بسرعة $\overrightarrow{v_0}$ يصنع حاملها زاوية α مع المحور الأفقي (Ox).

سمحت الدراسة التجريبية بتمثيل المنحنيات البيانية التالية:









1 -أوجد المعادلات الزمنية لحركة الجسم المقذوف وفق المحورين (Ox) و (Oy).

2-إعتمادا على ما سبق و المنحنيات أوجد ما يلي:

أ- شدة شعاع السرعة الإبتدائية $\overrightarrow{v_0}$.

ب-زاوية القذف α.

جـ-أقصى إرتفاع يبلغه الجسم (الذروة).

د-الكتلة m للجسم.

هـ- سرعة اصطدام الجسم بالأرض. يعطى: $g=10m/s^2$

الحل:

المعادلات الزمنية: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المنسوبة حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا :

$$\sum \overrightarrow{F}ext = m\vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{a}$$

عند الإسقاط على المحورين (ox) و (oy) نجد:

$$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$$

$$-mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد :

$$v_x = v_0 \cos\alpha \cdots\cdots\cdots 1$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \cdots\cdots 2$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$x = v_0 \cos\alpha t$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t$$

أ- حساب شدة $\overrightarrow{v_0}$: من البيان 2

$$v_x = v_{0x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.4-0}{0.4-0} = 6m/s^2$$

من البيان 3 وعند t=0 : $t=0 \Rightarrow v_{0y} = 8m/s$

$$v_0 = \sqrt{v^2{}_{0x} + V^2{}_{0y}} = \sqrt{6^2+8^2} = 10m/s$$

ب-حساب زاوية القذف:

$$v_x = v_0 \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{v_x}{v_0} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\alpha = 53.13°$$

ج- حساب أقصى ارتفاع :

من البيان 03: $v_y = 0 \Rightarrow t = 0.8s$

نعوض في العلاقة (4):

$$y = -\frac{1}{2}\times 10 \times 0.8^2 + 10 \times \sin 53.13° \times 0.8$$

$$y = 3.2m$$

د - حساب الكتلة m:

من البيان 04: $EPP = mgh = mgy$

$$m = \frac{EPP}{gy} = \frac{3.2}{3.2\times 10} = 0.1\,kg$$

هـ - سرعة الاصطدام بالأرض :

من العلاقة (4) : لحظة الإصطدام بالأرض:

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t = 0$$

$$t=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}=\frac{2\times10\sin53.13°}{10}=1.6s$$

$$v_x=v_0\cos\alpha=10\cos53.13°=6m/s$$

$$v_y=-gt+v_o\sin\alpha$$

$$=-10\times1.6+10\sin53.13°$$

$$=-8m/s$$

$$v=\sqrt{v^2{}_x+v^2{}_y}=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10m/s$$

التمرين 21

في اللحظة $t=0$ و من النقطة O مبدأ المعلم ('yy) انطلقت فقاعة غاز CO_2 دون سرعة ابتدائية .

من كأس به مشروب غازي شاقوليا نحو السطح الساكن (S) .

لهذه الفقاعة الصغيرة حجم $V=0,1\ cm^3$ و نصف قطر R

(نفرض أنها ثابتين أثناء الصعود).

الكتلة الحجمية لغاز CO_2 : $\rho_g=1,8\ kg/m^3$

الكتلة الحجمية للمشروب الغازي: $\rho_f=1,05.10^3 kg/m^3$

تسارع الجاذبية الأرضية : $g=10m/s^2$

من بين القوى المطبقة على الفقاعة قوة الإحتكاك مع المشروب الغازي التي شدتها تعطى بالعلاقة : $f=k\upsilon$ حيث υ سرعة مركز عطالة الفقاعة.

1-بيّن أنه يمكن إهمال ثقل الفقاعة أمام دافعة أرخميدس المطبقة عليها.

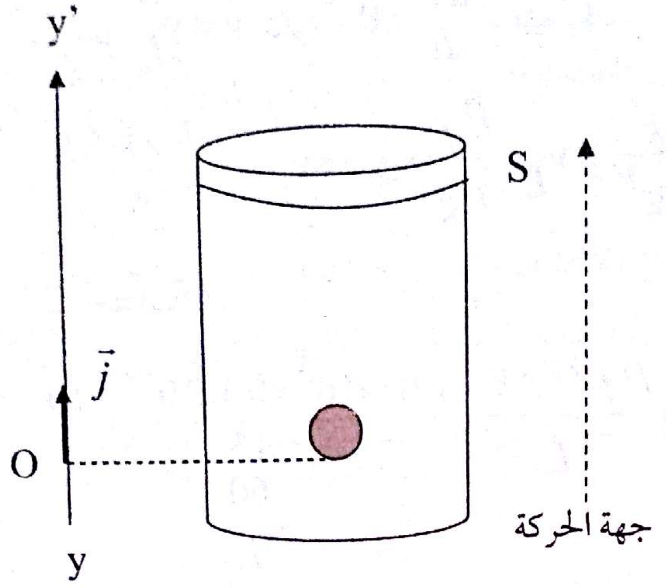
2-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أكتب عبارة المعادلة التفاضلية بدلالة: g، υ، k، V، ρ_f ، ρ_g مبينا أنها تكتب على الشكل: $\frac{d\upsilon}{dt}+A\upsilon=B$ حيث يطلب إيجاد عبارة كل من A و B .

3-أ-أوجد عبارة السرعة الحدية υ_L.

ب - أحسب قيمة k إذا كانت قيمة السرعة الحدية $\upsilon_L=15m/min$.

4-أ- عمليا حجم الفقاعة متغير لماذا ؟

ب- ما هو التغير الذي يحدث لكل من $\vec{\pi}$ و $\vec{f}$ عندئذ ؟



الحل:

1- حساب النسبة $\frac{\pi}{p}$:

$$\frac{\pi}{p}=\frac{\rho_f\ Vg}{mg}=\frac{\rho_f}{\rho_g}=\frac{1.05\times10^3}{1.8}=583.3$$

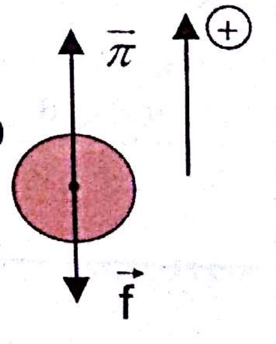
$$=\frac{\rho_f\ Vg}{\rho g\ Vg}$$

إذن ثقل الفقاعة مهمل أمام دافعة ارخميدس.

2-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الفقاعة المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا: $\vec{\pi}+\vec{f}=m\vec{a}$

$$\pi-f=ma$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:



$$\rho_f\times V\times g-kv=m\times\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}-\frac{\rho_f\times V\times g}{m}+\frac{k}{m}v=0$$

$$\Rightarrow\frac{dv}{dt}+\frac{k}{\rho_g\times V}v=\frac{\rho_f}{\rho_g}g$$

بالمطابقة مع العلاقة: $\frac{dv}{dt}+Av=B$

نجد : $A=\frac{k}{\rho_g V}$ و $B=\frac{\rho_f}{\rho_g}g$

3-أ- عبارة السرعة v_L :

من أجل $v=v_L$ تكون $\frac{dv}{dt}=0$ وعليه نكتب :

$$\frac{k}{\rho_g V}\times v_L=\frac{\rho_f}{\rho_g}\times g\Rightarrow v_L=\frac{\rho_f\times V\times g}{k}$$

ب-حساب k:

$$k=\frac{\rho_f\times V\times g}{v_L}=\frac{1.05\times10^3\times0.1\times10^{-6}\times10}{\frac{15}{60}}$$

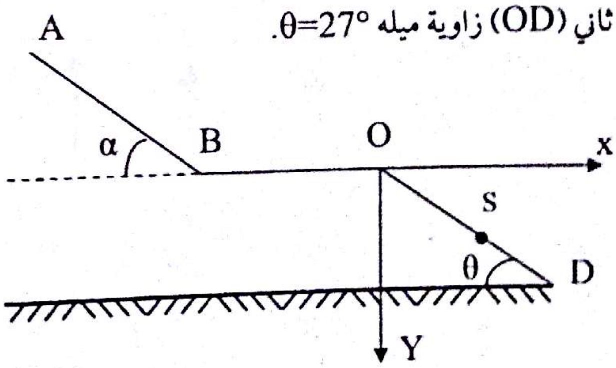
$$=4.2\times10^{-3}\ kg/s$$

4-أ-حسب قانون ماريوت:$PV=cte$ حجم الفقاعة يزداد بصعودها نحو السطح لأن الضغط المسلط عليها من طرف المائع ينقص .

ب- زيادة الحجم يزيد من دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ ويزيد من قوة احتكاكها مع المائع $\vec{f}$.

التمرين 22

متزحلق على الثلج كتلته مع عدته $m = 80\ kg$ ينطلق في اللحظة $t=0$ من قمة مستوي مائل طوله $AB = 40m$ يميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha=30°$ ثم يكمل حركته على مستوي أفقي(BO) وفي نهايته يقذف إلى مستوي مائل ثاني (OD) زاوية ميله $\theta=27°$.



I-الدراسة النظرية:باعتبار الإحتكاك مهمل.

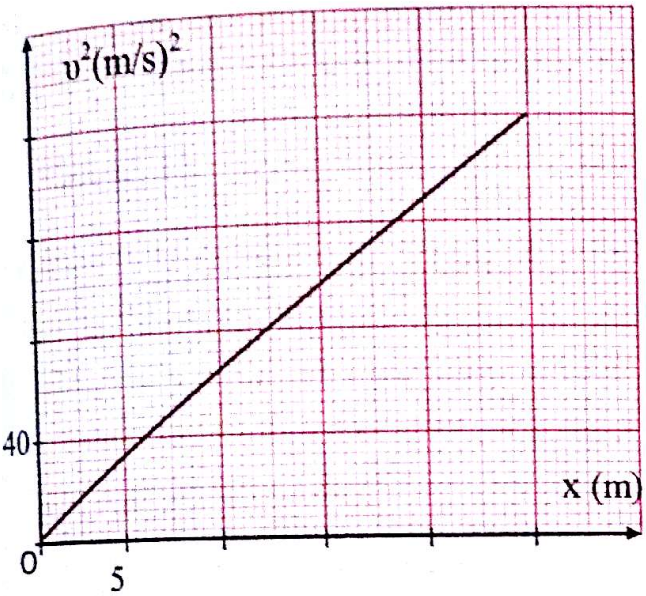
1-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن إستنتج تسارع مركز عطالة المتزحلق.

2-أحسب الطاقة الحركية له في نهاية المستوي المائل.

3-أكتب المعادلة الزمنية لحركته باعتبار الموضع A مبـ للفواصل.

II-الدراسة التجريبية:

سمحت الدراسة التجريبية برسم بيان مربع سرعة υ^2 المتزحلق بدلالة فاصلته x .



1-هل هذه الدراسة متطابقة مع الدراسة النظرية السابقة؟

2-إذا كانت الإجابة بنعم علل،أما إذا كانت بالنفي أذكر العامل المسبب لهذا التغير .

3-أحسب المقدار المميز له باعتباره ثابتا أثناء الحركة.

4-أحسب υ'_B سرعة المتزحلق في نهاية المستوي المائل.

III-يتابع حركته على المستوي (BO) بدون إحتكاك ليقذف عند الموضع O.

-أوجد المعادلات الزمنية للمتزحلق في المستوي$(\vec{Ox},\vec{OY})$ ثم استنتج معادلة المسار.

2-أوجد (x_S,y_S) إحداثيات موضع سقوط المتزحلق على المستوي (OD).

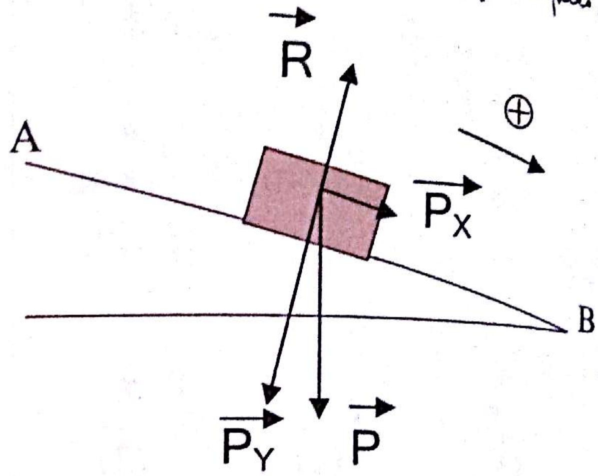
3-أوجد υ_S سرعة سقوط المتزحلق في الموضع S .

يعطى: $g=10m/s^2$

الحل:

I -الدراسة النظرية و باعتبار الاحتكاك مهمل :

1-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المتزحلق المنسوبة حركته الى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على الحور الموجه : $p_x = ma$

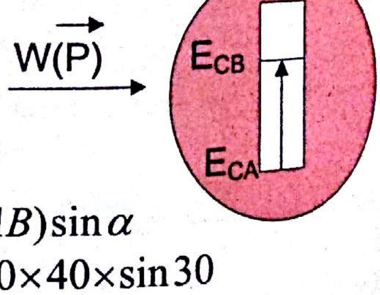
$$mg\sin\alpha = ma$$

$$a = g\sin\alpha = 10\sin 30 = 5m/s^2$$

2-حساب Ec_B: $Ec_A + w(\vec{p}) = Ec_B$

$$Ec_A = 0$$

$$w(\vec{p}) = Ec_B$$



$$Ec_B = mgh$$

$$Ec_B = mg(AB)\sin\alpha$$

$$= 80 \times 10 \times 40 \times \sin 30$$

$$= 16000\, j$$

3- المعادلة الزمنية : بما أن $a \neq 0$ فان الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها الزمنية هي : $x = \frac{1}{2}at^2 = 2.5t^2$

II - الدراسة التجريبية :

1-المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدا معادلته من الشكل $v^2 = Ax$ حيث A معامل التوجيه .

بالمطابقة مع العلاقة $v^2 - v_0^2 = 2ax$ نجد

$A = 2a$ و $v_0^2 = 0$

-حساب معامل التوجيه: $A = \frac{4.40}{5.5} = 6.4m/s^2$

مما سبق : $a = \frac{A}{2} = \frac{6.4}{2} = 3.2m/s^2$

نلاحظ أن قيمة التسارع في الدراسة التجريبية غير مساوية لقيمة التسارع في الدراسة النظرية.

2-قيمتا التسارع غير متطابقتين نظرا لوجود احتكاك.

3-حساب شدة القوة f

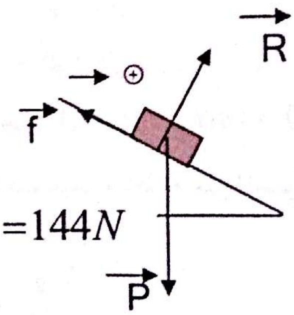
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$$\vec{p} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$p\sin\alpha - f = ma$$

$$f = m(g\sin\alpha - a)$$

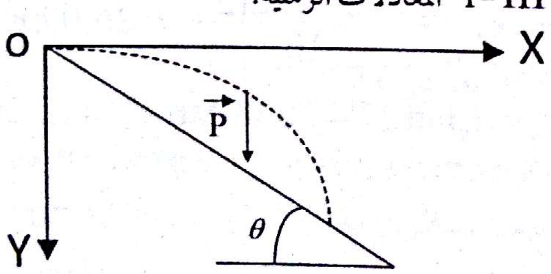


$$= 80(10 \times 0.5 - 3.2) = 144N$$

4-حساب v'_B: $v'^2_B - v_A^2 = 2ax$ $v_A^2 = 0$

$$v_B' = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \times 3.2 \times 40} = 16m/s$$

III-1-المعادلات الزمنية:



$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين $(\vec{ox})$ و $(\vec{oy})$ نجد :

$a_x = 0$ $a_y = g$ بالتكامل ومن الشروط الابتدائية

$v_x = v_0 .....1$ $v_y = gt.....2$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية : $x = v_0 t ....3$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 ....4$$

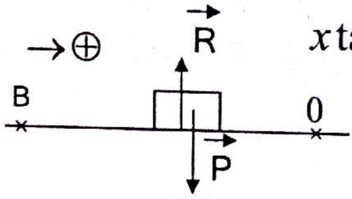
معادلة المسار: $x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} .....5$$

2-إيجاد إحداثيات موضع السقوط:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x\tan\theta$$

اذن: $x\tan\theta = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$



ايجاد v_0:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه: $0 = ma \Rightarrow a = 0$

إذن يواصل المتزحلق بحركة مستقيمة منتظمة على المستوي (BO).

اذن : $v'_B = v_0 = 16m/s$

$$v_B = \frac{2\, v_0^2\ \tan 27°}{g}$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{2 \times 16^2 \times \tan 27°}{10} = 26.09m$$

$$y_S = x_S \tan 27° = 26.09 \tan 27° = 13.29m$$

3-حساب v_S :

$$v_S = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_0 = 16m/s$$

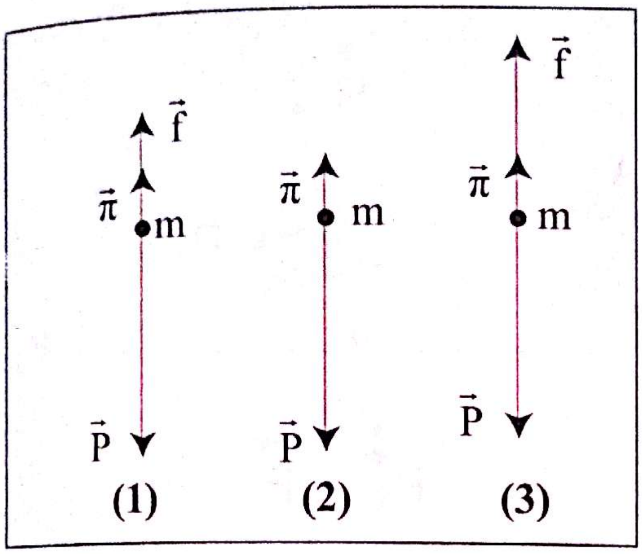
$$t = \frac{x_S}{v_0} = \frac{26.09}{16} = 1.63s$$

$$v_y = gt = 10 \times 1.63 = 16.3m/s$$

$$v_S = \sqrt{16^2 + 16.3^2} = 22.84m/s$$

التمرين 23

1- يعطى التمثيل الشعاعي للقوى المطبقة على كرية تسقط شاقوليا في الهواء .



- رتب هذه الأشكال حسب التزايد الزمني أثناء الحركة، مع التعليل.

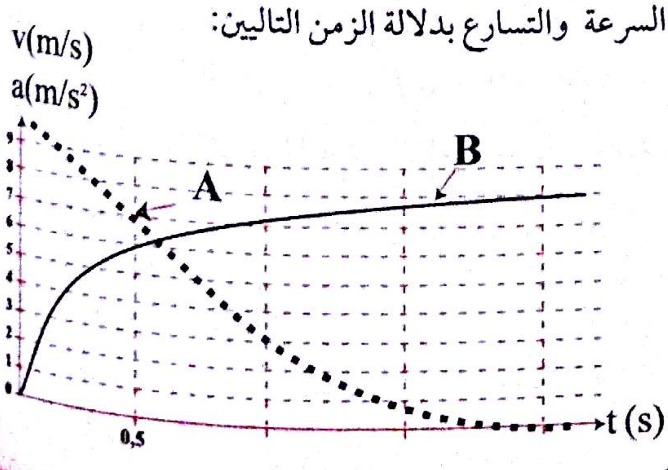
2 – المعطيات التالية تخص كرة تسقط في الهواء شاقوليا.

كتلة الكرية	m=2,3g	التسارع الأرضي	$g = 9{,}8 m.s^{-2}$
نصف قطر الكرية	r=1,9cm	الكتلة الحجمية للهواء	$p = 1{,}3 kg.m^{-3}$
حجم الكرية	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	قوة الإحتكاك	$f = kv^2$

2-هل يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام الثقل؟

3-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ،أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرية.

4-إن المتابعة الزمنية لحركة الكرية مكّنت من رسم بياني السرعة والتسارع بدلالة الزمن التاليين:



5- أنسب كل منحنى للمقدار الموافق مع التعليل.

أ-حدد قيمة السرعة الحدية v_L.

ب-أثبت أن القيمة التجريبية لثابت الإحتكاك k هي: $k=3,52.10^{-4}SI$.

-يطلب تحديد وحدته.

جـ-حدد قيمة تسارع الحركة عند اللحظة $t=0$.

د-أوجد قيمة الزمن المميز للسقوط τ.

6-أثبت أن العبارة التجريبية للسرعة اللحظية للكرية تعطى بدلالة تسارع الكرية بالشكل: $v=\sqrt{64,1-6,5a}$

الحل:

1-عند اللحظة $t=0$ تكون الاحتكاكات معدومة ثم تزداد تدريجيا بازدياد السرعة v و بالتالي الترتيب هو: الشكل 2 ثم 1 ثم 3.

2- يمكن إهمال دافعة ارخميدس أمام الثقل p لان:

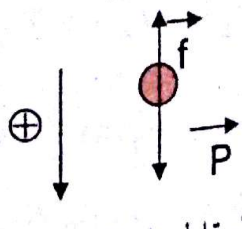
$$\frac{p}{\pi}=\frac{m\times g}{\rho\times V\times g}=\frac{m}{\rho\times\frac{4}{3}\times\pi\times r^3}$$

$$=\frac{3\times2.3\times10^{-3}}{4\times1.3\times3.14(1.9\times10^{-2})^3}=61.6$$

3-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها لمعلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}$$

$$\vec{p}+\vec{f}=m\vec{a}$$



بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$p-f=ma،\ mg-kv^2=m\frac{dv}{dt}\ ،\ \frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v^2=g$$

4-عند اللحظة $t=0$ تكون $v=0$ و $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}=a_0=g$

وبالتالي المنحنى A يمثل منحنى التسارع $a=f(t)$

والمنحنى B يمثل منحنى السرعة $v=f(t)$

5 -أ-تحديد v_L

من البيان: $v_L=8m/s$

ب - حساب k:

$$\frac{k}{m}\times v_L^2=g\Rightarrow k=\frac{m\times g}{v_L^2}$$

$$=\frac{2.3\times10^{-3}\times9.8}{8^2}=3.52\times10^{-4}SI$$

تحديد وحدة k:

$$[k]=\frac{[m][g]}{[v_L]^2}=\frac{[M][L][T]^{-2}}{[L]^2[T]^{-2}}=\frac{[M]}{[L]}=kg/m$$

ج-عند اللحظة $t=0$ تكون: $a_0=g=9.8m/s^2$

د-ايجاد τ: $a_0=\frac{v_L}{\tau}\Rightarrow\tau=\frac{v_L}{a_0}=\frac{8}{9.8}=0.82s$

6-من المعادلة التفاضلية:

$$a+\frac{k}{m}v^2=g\Rightarrow\frac{k}{m}v^2=g-a$$

$$v^2=\frac{m}{k}(g-a)\Rightarrow v=\sqrt{\frac{m}{k}(g-a)}$$

$$v=\sqrt{\frac{2.3\times10^{-3}}{3.52\times10^{-4}}(9.8-a)}$$

$$=\sqrt{64.1-6.5a}$$

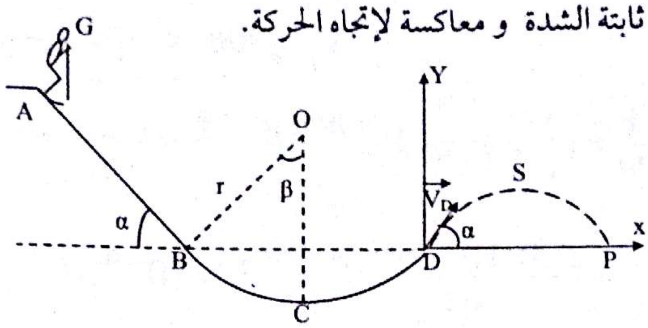
التمرين 24

متزحلق على الجليد كتلته مع عدته $m=60kg$ نعتبره جسما نقطيا عند مركز عطالته G ، يتحرك على مسار جليدي ABCD ثم يقفز في الهواء كقذيفة مسارها DSP و المسار الكلي يقع في مستوى شاقولي.

تهمل مقاومة الهواء في كامل التمرين و نعتبر $g=10m/s^2$.

I-المسار AB مستوي مائل طوله $AB=20m$ يصنع زاوية $\alpha=50°$ مع الأفق.

توجد على هذا المسار قوى إحتكاك تكافئ قوة وحيدة $\vec{f}$ ثابتة الشدة و معاكسة لإتجاه الحركة.



ينطلق المتزحلق من الموضع A بدون سرعة إبتدائية.

1-أدرس الحركة على المسار AB مبينا طبيعتها.

2-أحسب تسارع مركز العطالة G بإعتبار أنه وصل إلى الموضع B بسرعة قدرها $V_B=15m/s$.

3-أحسب شدة قوة الإحتكاكات.

II-المسار BCD قوس من دائرة مركزها O نصف قطرها $r = 10m$ و الزاوية $\alpha = \beta$ مع إهمال جميع الإحتكاكات على هذا المسار.

1-استنتج عبارة السرعة عند الموضع C الواقعة على شاقول المركز O بدلالة V_B، β ، r، g ثم أحسب قيمتها.

2-بين أن عبارة شدة فعل المستوى على المتزحلق عند الموضع C هي: $R=m(g+V_C^2/r)$ ثم أحسب قيمتها.

III-وفق المسار DSP يتحرك المتزحلق تحت تأثير ثقله فقط منطلقا من الموضع D بسرعة $V_D = V_B=15m/s$ تصنع زاوية α مع المستوي الأفقي BDP .

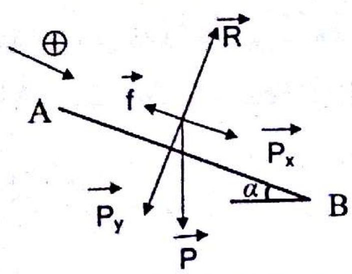
1-علل تساوي السرعتين V_D و V_B.

2-أكتب معادلة المسار ثم أحسب المدى.

3-أحسب أقصى إرتفاع يصله المتزحلق

الحل:

I-1-دراسة حركة المتزحلق على المسار AB



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المتزحلق المنسوبة حركته الى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p}+\vec{R}+\vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الاسقاط على المحور الموجه: $p_x - f = ma$

$$mg\sin\alpha - f = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - \frac{f}{m} = cste$$

اذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2-حساب تسارع المتزحلق: $v_A^2 = 0$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB)$$

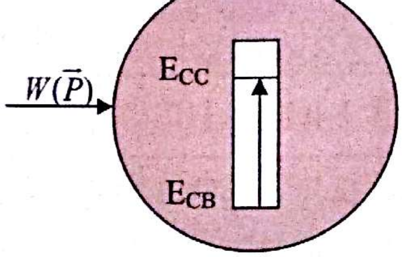
$$\Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2(AB)} = \frac{15^2}{2\times 20} = 5.625 m/s^2$$

3-حساب شدة قوة الاحتكاك f :

$$f = mg\sin\alpha - ma = m(g\sin\alpha - a)$$

$$= 60(10\sin 50° - 5.625) = 122.13\ N$$

II-1-عبارة v_C



$$Ec_B + w(\vec{p}) = Ec_C$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_C^2$$

حيث: $h = r - r\cos\beta = r(1-\cos\beta)$

$$\frac{1}{2}v_B^2 + gr(1-\cos\beta) = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gr(1-\cos\beta)}$$

$$= \sqrt{15^2 + 2\times 10\times 10(1-\cos 50°)}$$

$$= 17.22 m/s$$

2-إيجاد عبارة R فعل المستوي على المتزحلق :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$$\vec{p}+\vec{R}=m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الناظم : $R-p=ma_n$

$$R-mg=m\frac{v_c^2}{r} \Rightarrow R=m(g+\frac{v_c^2}{r})$$

$$R=60(10+\frac{17.22^2}{10})=2379.17N$$

III-1-تتساوى السرعتين v_D و v_B لان :

$$Em_B=Em_D$$

$$Ec_B+EPP_B=Ec_D+EPP_D$$

$$Ec_B=Ec_D \Rightarrow v_B=v_D$$

2-معادلة المسار: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$$\vec{p}=m\vec{a}$$

بعد الاسقاط على المحورين $(\overrightarrow{Dx})$ و $(\overrightarrow{Dy})$:

$$a_x=0$$

$$a_y=-g$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية :

$$v_x=v_D\cos\alpha ....1$$

$$v_y=-gt+v_D\sin\alpha ....2$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$x=v_D\cos\alpha t ....3$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_D\sin\alpha t ....4$$

من العلاقة 3: $t=\frac{x}{v_D\cos\alpha}$

نعوض t في العلاقة 4 نجد:

$$y=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_D^2\cos^2\alpha}+x\tan\alpha$$

-حساب المدى :

$$y=0\Rightarrow -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_D^2\cos^2\alpha}+x\tan\alpha=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{2v_D^2\cos^2 x\tan\alpha}{g}=\frac{v_D^2\sin 2\alpha}{g}$$

$$=\frac{15^2\sin 100^\circ}{10}=22.16m$$

3-حساب أقصى ارتفاع يبلغه المتزحلق:

$$v_y=0\Rightarrow -gt+v_D\sin\alpha=0$$

$$t=\frac{v_D\sin\alpha}{g}=\frac{15\sin 50^\circ}{10}=1.15s$$

$$y=-\frac{1}{2}\times 10\times 1.15^2+15\sin 50^\circ\times 1.15$$

$$=6.6m$$

التمرين 25

المعطيات: كتلة الأرض $M_T=6.10^{24}kg$ ،

ثابت الجذب العام: $G=6,67.10^{-11}SI$

بعد الشمس عن الأرض $d=1,5.10^8km$ ،

نصف قطر الأرض : $R=6400km$

1-قوة التجاذب بين الأرض و الشمس هي $F=3,5.10^{22}N$

-عبر بدلالة: M_T، G ، d، F عن كتلة الشمس M_S ، ثم أحسبها.

2-قمر إصطناعي (نعتبره نقطة مادية) كتلته m يرسم مسارا دائريا حول الأرض على ارتفاع $h=400km$

أ-بين أن حركة القمر الإصطناعي هي حركة دائرية منتظمة.

ب-عبر عن سرعة القمر الإصطناعي υ بدلالة: M_T، G، r نصف قطر مدار القمر حول الأرض، ثم أحسب شدتها.

جـ-أوجد العبارة الحرفية للدور T.

د-حركة القمر الإصطناعي تخضع للقانون الثالث لكبلر، أي العبارات التالية توافقه:

$\frac{r^3}{T^2}=\frac{G.M_T}{4.\pi^2}$	$\frac{r^3}{T^2}=\frac{4.\pi^2}{G.M_T}$
العبارة-1-	العبارة-2-
$\frac{r^2}{T^3}=\frac{G.M_T}{4.\pi^2}$	$\frac{r^2}{T^3}=\frac{4.\pi^2}{G.M_T}$
العبارة-3-	العبارة-4-

هـ-عبر بدلالة: R، G، M_T، T عن h_0 (الإرتفاع الذي يوجد عنده القمر الاصطناعي الجيومستقر).

-أحسب قيمة h_0 .

الحل:

1- عبارة كتلة الشمس M_S :

$$F=G\frac{M_SM_T}{d^2} \Rightarrow M_S=\frac{Fd^2}{GM_T}$$

حساب M_S:

$$M_S=\frac{3.5\times10^{22}(1.5\times10^{11})^2}{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}=1.97\times10^{30}\,kg$$

2-أ-إثبات أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي المنسوبة حركته الى معلم مركزي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}\Rightarrow\overrightarrow{F_{T/S}}=m\vec{a}$$

$$F_{T/S}\,\vec{n}=m(a_n\vec{n}+a_t\vec{t})$$

بالمطابقة بين الطرفين:

$$a_t=0\Rightarrow\frac{dv}{dt}=0\Rightarrow v=cte$$

اذن الحركة دائرية منتظمة .

ب-عبارة سرعة القمر الاصطناعي v: $F_{T/S}=ma_n$

$$G\frac{mM_T}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v^2=\frac{GM_T}{r}$$

$$v=\sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

حيث: $r=R+h$

حساب v:

$$v=\sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6800\times10^3}}=7671.57\,m/s$$

ج-عبارة الدور T : $T=\frac{2\pi r}{v}=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

د-حسب ما سبق:

$$T^2=4\pi^2\frac{r^3}{GM_T}\Rightarrow\frac{r^3}{T^2}=\frac{GM_T}{4\pi^2}$$

إذن القانون الثالث لكيبلر يوافق العبارة 1.

هـ - عبارة h_0 : القمر جيو مستقر يكون دوره مساو لدور الكرة الأرضية أي: $T=24h$

$$\frac{r^3}{T^2}=\frac{GM_T}{4\pi^2}\Rightarrow(R+h_0)^3=T^2\frac{GM_T}{4\pi^2}$$

$$h_0=\sqrt[3]{T^2\frac{GM_T}{4\pi^2}}-R$$

-حساب h_0 :

$$h_0=\sqrt[3]{\frac{(24\times3600)^2\times6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{4\pi^2}}-6400\times10^3$$

$$=35897.5\,km$$

التمرين 26

تدرس حركة كرية معدنية كتلتها الحجمية ρ_s و كتلتها $m=36,7g$ تسقط شاقوليا داخل إناء يحتوي على الزيت.
الكتلة الحجمية للزيت $\rho_f = 860\ kg/m^3$.
تنطلق الكرية في اللحظة $t=0$ بدون سرعة إبتدائية و بتسارع قدره $a_0=8,1m/s^2$ و ابتداء من اللحظة t' تصبح سرعتها ثابتة و قيمتها $\upsilon_L=1,02m/s$ تخضع أثناء حركتها لدافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ وإلى قوة إحتكاك شدتها تتعلق بسرعة الكرية $f=k\upsilon$ تعطى المعادلة التفاضلية للحركة:

$$\frac{d\upsilon}{dt}+C_1\upsilon=g(1-C_2)$$

1-أكتب عبارتي الثابتين C_1 و C_2 و ذلك بعد دراسة الحركة.

2-أحسب قيمتي C_1 و C_2.

3-إستنتج قيمتي ρ_s و ثابت الإحتكاك k.

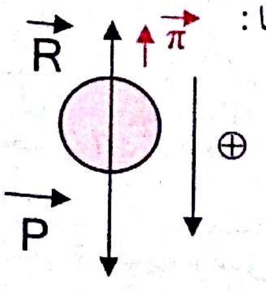
4-أحسب شدة دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$.

5-أحسب قيمة اللحظة t' . يعطى: $g=10m/s^2$

الحل:

1-دراسة الحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p}+\vec{\pi}+\vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الاسقاط على المحور الموجه : $p-f-\pi=ma$

$$mg-kv-\rho_f Vg=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g(1-\frac{\rho_f\times V}{m})$$

بالمطابقة مع العلاقة: 1...... $\frac{dv}{dt}+C_1v=g(1-C_2)$

نجد: $C_1=\frac{k}{m}$ و $C_2=\frac{\rho_f V}{m}=\frac{\rho_f V}{\rho_s V}=\frac{\rho_f}{\rho_s}$

2-حساب c_2:

من العبارة -1- عند اللحظة $t=0$ تكون $v=0$ إذن :

$$a_0=g(1-C_2)\Rightarrow C_2=1-\frac{a_0}{g}=1-\frac{8.1}{10}=0.19$$

- حساب c_1 : في النظام الدائم $\frac{dv}{dt}=0$

$$C_1v_L=g(1-C_2)\Rightarrow C_1=\frac{g(1-C_2)}{v_L}$$

$$C_1=\frac{10(1-0.19)}{1.02}=7.94s^{-1}$$

3-حساب ρ_s

$$C_2=\frac{\rho_f}{\rho_s}\Rightarrow\rho_s=\frac{\rho_f}{c_2}=\frac{860}{0.19}=4526.3kg/m^3$$

-حساب k :

$$C_1=\frac{k}{m}\Rightarrow k=C_1m=7.94\times36.7\times10^{-3}=0.29kg/s$$

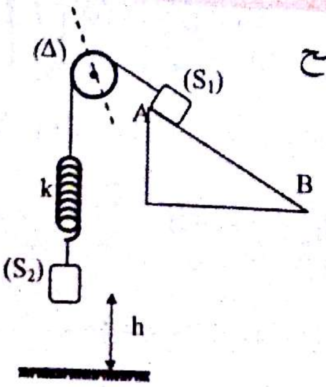
4-حساب π : $\pi=\rho_f Vg=\rho_f\frac{m}{\rho_s}g=C_2mg$

$$\pi=0.19\times36.7\times10^{-3}\times10=0.07N$$

5-حساب t': $t'=5\tau=5\frac{v_L}{a_0}=5\frac{1.02}{8.1}=0.63s$

التمرين 27

لدينا التركيب الموضح في الشكل المقابل



حيث: $m_1=400g$ ، $m_2=100g$ ، $\alpha=30°$ ، $g=10m/s^2$

بكرة مهملة الكتلة تدور حول محور دوران (Δ).

توجد قوة إحتكاك $\vec{f}$ على المستوي المائل (AB) معاكسة لإتجاه الحركة الخيط والنابض مهملا الكتلة.

نترك الجملة لحالها بدون سرعة إبتدائية فينتقل الجسم (S_1) من الموضع (A) نحو الموضع (B).

1-بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة إستنتج عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S_1).

2-أحسب قيمة هذا التسارع إذا علمت أن (S_1) يصل إلى الموضع (B) بسرعة $\upsilon_B=1m/s$ وأن المسافة $AB=50\ cm$.

3-أحسب شدة $\vec{f}$ و إستطالة النابض أثناء الحركة حيث: $k=100N/m$.

4-عندما يصل (S_1) إلى الموضع (B) ينقطع الخيط.

أ-أحسب المسافة الإجمالية التي يقطعها مركز عطالة الجسم (S_2) حتى يصطدم بسطح الأرض علما أنه كان موجودا على إرتفاع $h=1,5m$ من سطح الأرض و كان الجسم (S_1) عند الموضع (A).

ب-أحسب قيمة السرعة التي يصطدم بها الجسم بسطح الأرض.

الحل:

1-عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S_1)

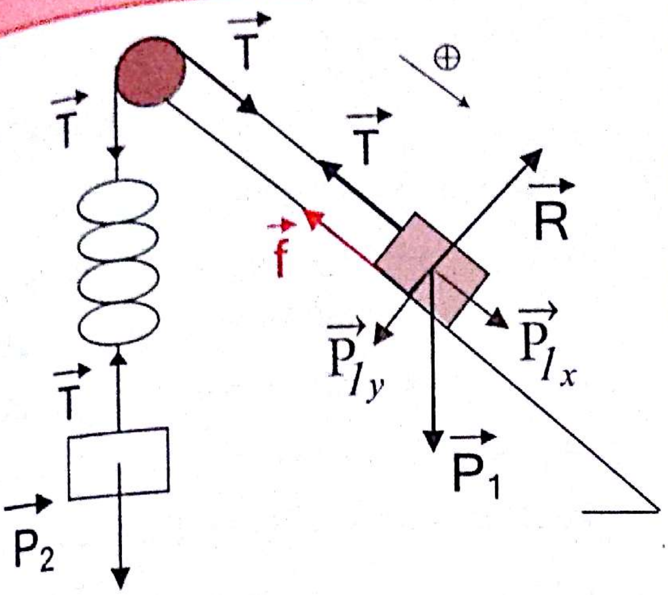
نعتبر الجملة (الجسمان (S_1) + (S_2) + الخيط + النابض):

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة نكتب:

$$Ec_A + W(\vec{p_1}) - W(\vec{p_2}) - W(\vec{f}) = Ec_B$$

$$EC_A = 0$$

$$m_1gh_1 - m_2gh_2 - f\times AB = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_B^2$$



$$m_1\times g\times AB\times \sin\alpha - m_2\times g\times AB - f\times AB = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_B^2$$

$$m_1 g\sin\alpha - m_2 g - f = (m_1+m_2)\frac{v_B^2}{2(AB)}$$

من جهة ثانية:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB) \text{ حيث: } (v_A^2=0)$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2(AB)}$$

اذن: $(m_1\sin\alpha - m_2)g - f = (m_1+m_2)a$

$$a = \frac{(m_1\sin\alpha - m_2)g - f}{m_1+m_2}$$

2- حساب a: $a = \frac{v_B^2}{2(AB)} = \frac{1}{2\times 0.5} = 1m/s^2$

3- حساب f: حسب ما سبق:

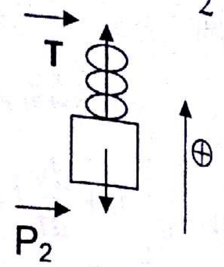
$$f = (m_1\sin\alpha - m_2)g - (m_1+m_2)a$$

$$(0.4\times 0.5 - 0.1)10 - (0.4+0.1)\times 1 = 0.5N$$

— حساب استطالة النابض:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_2) المنسوبة حركتها الى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_2 \vec{a} \Rightarrow \vec{P_2} + \vec{T} = m_2 \vec{a}$$



بعد الاسقاط على المحور الموجه :

$$T - P_2 = m_2 a \Rightarrow kx - m_2 g = m_2 a$$

$$x = \frac{m_2}{k}(g+a) = \frac{0.1}{100}(10+1) = 0.011m$$

4-أ- عند انقطاع الخيط يصبح الجسم (S2) خاضعا لقوة ثقله فقط، عندها يواصل (S2) حركته نحو الأعلى حتى تنعدم سرعته ثم يسقط سقوطا حرا نحو الأسفل .

حساب تسارع (S2)صعودا :

بعد الاسقاط نجد :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_2 \overrightarrow{a_1} \Rightarrow \overrightarrow{P_2} = m_2 \overrightarrow{a_1}$$

$$-m_2 g = m_2 a_1 \Rightarrow a_1 = -g = -10m/s^2$$

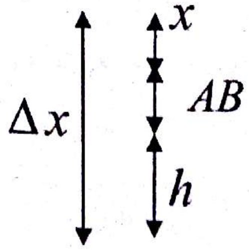
حساب المسافة المقطوعة صعودا :

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1 x$$

$$v = 0$$

$$x = \frac{-v_0^2}{2a_1} = \frac{-1^2}{2(-10)} = 0.05m$$

وعليه تكون المسافة الكلية التي يقطعها(S2) حتى يصطدم بسطح الأرض هي :



$$d = 2x + (AB) + h$$
$$= 2\times 0.05 + 0.5 + 1.5$$
$$= 2.1m$$

ب-حساب تسارع (S2) نزولا :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_2 \overrightarrow{a_2} \Rightarrow \overrightarrow{P_2} = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

بالاسقاط : $m_2 g = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = g = 10m/s^2$

حساب سرعة الاصطدام بالأرض: $v^2 - v_0^2 = 2a_2 \Delta x$

$$v_0 = 0$$

$$v = \sqrt{2a_2 \Delta x}$$

$$\Delta x = x + (AB) + h = 0.05 + 0.5 + 1.5$$
$$= 2.05m$$

$$v = \sqrt{2\times 10\times 2.05} = 6.4m/s$$

التمرين 28

-نعتبر في كامل التمرين أنّ المعلم المركزي الزحلي معلم غاليلي (معلم مركزه هو مركز الكوكب زحل) و أنّ الأقمار التي تدور حوله عبارة عن نقاط مادية مساراتها دائرية أكبرها قمر تيتان Titan.

يعطى: ثابت الجذب العام لنيوتن: $G=6,67.10^{-11}SI$

نصف قطر مدار القمر تيتان: $R_L=1,22.10^6 km$

نصف قطر كوكب زحل: $R_S=6,0.10^4 km$

دور كوكب زحل حول نفسه: $T_S=10h39min$

كتلة كوكب زحل: $M_S=5,69.10^{26} kg$

1-نعتبر أن القوة الوحيدة التي تؤثر على القمر تيتان من قبل كوكب زحل فقط، نرمز لمركز عطالة القمر تيتان بالرمز L و لمركز عطالة زحل بالرمز S كما نعتبر شعاع الوحدة $\vec{u}$ محمول على المستقيم SL و موجه من S نحو L.

-مثل القوة المطبقة على القمر تيتان من قبل كوكب زحل وأعط العبارة الشعاعية لهذه القوة.

2-نريد دراسة حركة القمر تيتان من اجل ذلك نختار معلم $(L, \vec{n}, \vec{t})$ مركزه L مركز القمر تيتان و $\vec{t}$ شعاع الوحدة

المحمول على المماس لمسار تيتان و اتجاهه بجهة الحركة، و $\vec{n}$ شعاع الوحدة العمودي على $\vec{t}$ و يتجه نحو داخل المسار حيث $\vec{u} = -\vec{n}$

أ- أكتب عبارة شعاع تسارع القمر تيتان في المعلم السابق.

ب- أكتب عبارة التسارع المماسي a_t و التسارع الناظمي a_n بدلالة سرعة القمر تيتان.

جـ- أثبت أنّ حركة القمر تيتان حول كوكب زحل دائرية منتظمة.

د- أثبت أنّ عبارة سرعة القمر تيتان في مداره أثناء دورانه حول زحل تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$ ثم أحسب قيمتها.

هـ- أكتب عبارة دور القمر تيتان ثم أحسب قيمته بوحدة jours حيث $1jour = 24h$

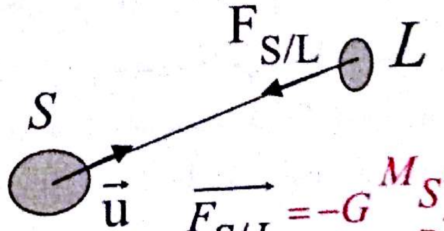
3-في سنة 2005 أكتشف قمر آخر لزحل يدعى أنسيلاد Encelade حيث حركته دائرية منتظمة في المعلم المركزي الزحلي و دوره T_E=1,37jours

أ- أثبت أنّ $\frac{T_E^2}{R_E^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$

ب- أحسب نصف قطر القمر الجديد أنسيلاد.

الحل:

1-تمثيل القوة المطبقة من طرف زحل على القمر تيتان :



$$\overrightarrow{F_{S/L}} = -G\frac{M_S m_L}{R_L^2}\vec{u}$$

2-أ-عبارة شعاع التسارع في المعلم $(\vec{n},\vec{t})$

$$\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{t}$$

ب- $a_t = \frac{dv}{dt}$ و $a_n = \frac{v^2}{R_L}$

ج-إثبات أن حركة تيتان دائرية منتظمة :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R_L}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$

بما أن : $\vec{u} = -\vec{n}$ فان : $\overrightarrow{F_{S/L}} = G\frac{M_S m_L}{R^2}\vec{n}$

$$\overrightarrow{F_{S/L}} = m_L\vec{a} = m_L(\frac{v^2}{R_L}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t})$$

$$G\frac{M_S m_L}{R_L^2}\vec{n} = m_L\frac{v^2}{R_L}\vec{n} + m_L\frac{dv}{dt}\vec{t}$$

إذن: $m_L\frac{dv}{dt} = 0$ ومنه: $\frac{dv}{dt} = 0$ و بالتالي: $v = cte$

إذن حركة القمر تيتان دائرية منتظمة.

د-من جهة أخرى : $G\frac{M_S m_L}{R_L^2} = m_L\frac{v^2}{R_L}$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM_S}{R_L} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times5.69\times10^{26}}{1.22\times10^9}}$$

$$= 5577.49m/s$$

هـ -عبارة الدور:

$$T_L = \frac{2\pi R_L}{v}$$

$$T_L = \frac{2\times3.14\times1.22\times10^9}{5577.49}$$

$$= 1374361.24s = 15.91j$$

3-أ-من علاقة الدور لدينا:

$$v=\frac{2\pi R_L}{T_L} \Rightarrow v^2=\frac{4\pi^2 R_L^2}{T_L^2}=\frac{GM_S}{R_L}$$

$$\Rightarrow \frac{T_L^2}{R_L^3}=\frac{4\pi^2}{GM_S}$$

بصفة عامة :

$$\frac{T^2}{R^3}=\frac{4\pi^2}{GM_S}$$

ب-حساب نصف قطر القمر انسيلاد:

$$\frac{T^2}{R^3}=\frac{4\times 3.14^2}{6.67\times 10^{-11}\times 5.69\times 10^{26}}$$

$$=1.04\times 10^{-15} s^2/m^3$$

$$\Rightarrow R_E=\sqrt[3]{\frac{T_E^2}{1.04\times 10^{-15}}}$$

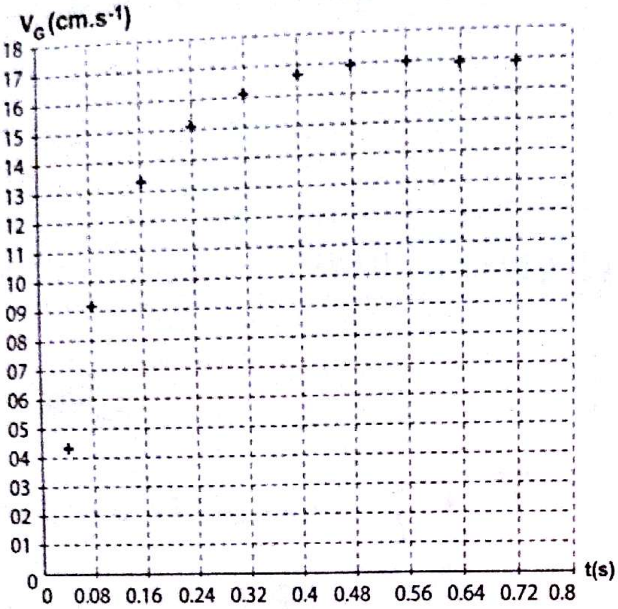
$$=\sqrt[3]{\frac{(1.37\times 24\times 3600)^2}{1.04\times 10^{-15}}}$$

$$R_E=2.38\times 10^8 m=2.38\times 10^5 km$$

التمرين 29

في محركات الإحتراق ، نقلل إحتكاك القطع الميكانيكية باستعمال الزيوت للحصول على إحتكاك لزج حيث كلما كان الزيت كثيفا كانت لزوجته عالية.

نريد أن نعيّن تجريبيا لزوجة زيت محرك، من أجل ذلك نصوّر حركة سقوط كرية في زيت محرك بواسطة كاميرا رقمية تحليل الفيلم بواسطة حاسوب سمح بالحصول على تغيّرات سرعة الكرية بدلالة الزمن المبين في المنحنى التالي:



تعطى خصائص الكرة:

الكتلة: $m=35,0\ g$ ، الحجم : $V=33,5\ cm^3$،

نصف القطر: $R=2,00\ cm$

الكتلة الحجمية لزيت المحرك: $\rho_0=0,910 g/cm^3$

نفرض أن عبارة قوة الإحتكاك تعطى بالعلاقة التالية :

$$\overline{f}=-k\overline{\upsilon_G}$$

1- مثل القوى المؤثرة على الكريه.

2-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

3- بيّن أنه يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{d\upsilon_G}{dt}=A-B\upsilon_G$

حيث : $A=g(1-\frac{\rho_0 \cdot V}{m})$ و $B=\frac{k}{m}$

4- تحقق من أن A=1,27SI مع تحديد الوحدة.

تعطى قيمة الجاذبية الأرضية $g=9,81 m/s^2$

5- من خلال التمثيل البياني $\upsilon_G=f(t)$

أ-حدد مرحلتي حركة الكرية أثناء سقوطها مع تسمية كل منهما.

ب- استنتج السرعة الحدية υ_L.

جـ- ما هي قيمة التسارع عند بلوغ السرعة الحدية ؟

د- تعطى عبارة قوة الإحتكاك بالعلاقة التالية:

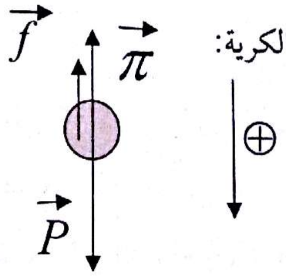
$$\overline{f}=-6\pi R\eta.\overline{\upsilon_G}$$

- إستنتج قيمة η معامل لزوجة الزيت ثم استنتج نوع الزيت المستعمل من بين الزيوت التالية:

	زيت المحرك عند 25°C		
	SAE 10	SAE 30	SAE 50
(η (pa.s	0,088	0,290	0,700

الحل:

1-تمثيل القوى المؤثرة على الكرية:



2-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$\vec{p}+\vec{f}+\vec{\pi}=m\vec{a}$$

$$p-f-\pi=ma$$

$$mg-kv_G-\rho_0Vg=m\frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{dv_G}{dt}+\frac{k}{m}v_G=g(1-\frac{\rho_0V}{m})$$

3-من المعادلة السابقة: $\frac{dv_G}{dt}=g(1-\frac{\rho_0V}{m})-\frac{k}{m}v_G$

بالمطابقة مع العلاقة : $\frac{dv_G}{dt}=A-Bv_G$

نجد: $A=g(1-\frac{\rho_0V}{m})$ $\quad B=\frac{k}{m}$

4-حساب A:

$$A=9.81(1-\frac{0.91\times33.5}{35})$$

$$=1.265\,m/s^2\simeq1.27m/s^2$$

5-أ-المرحلة الانتقالية: $0\le t\le0.48s$

المرحلة الدائمة: $t\ge0.48\,s$

ب-السرعة الحدية: $v_l=17cm/s=0.17m/s$

ج-عند بلوغ السرعة الحدية يكون: $\frac{dv_G}{dt}=0$

إذن التسارع معدوم $a=0$

د-حساب معامل اللزوجة η: $\vec{f}=-6\pi R\eta\vec{v_G}=-k\vec{v_G}$

إذن: $k=6\pi R\eta$

من جهة أخرى ومن المعادلة التفاضلية وعند النظام الدائم:

$$0=A-\frac{k}{m}v_L \quad / \quad A=\frac{k}{m}v_L\Rightarrow k=\frac{Am}{v_L}$$

إذن: $\frac{Am}{v_L}=6\pi R\eta$

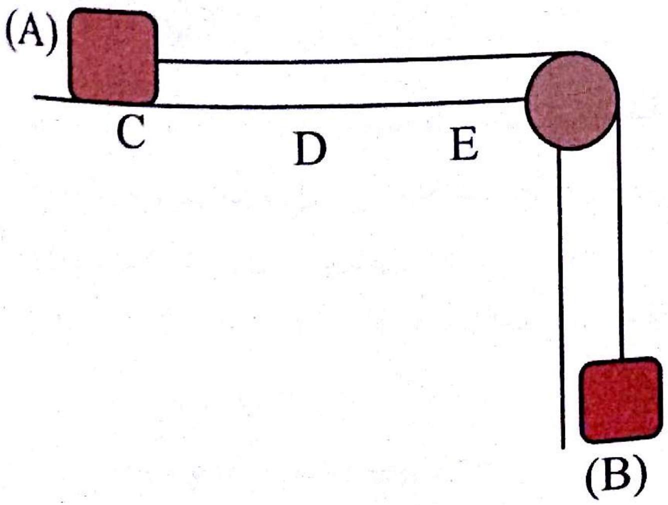
$$\Rightarrow\eta=\frac{Am}{6\pi Rv_L}=\frac{1.27\times0.035}{6\times3.14\times0.02\times0.17}$$

$$=0.69\simeq0.7\,SI$$

إذن نوع الزيت المستعمل هو : $SAE50$.

التمرين 30

نربط جسما صلبا (A) كتلته $m_1=200g$ بواسطة خيط عديم الإمتطاط و مهمل الكتلة يمر على محز بكرة مهملة الكتلة و يحمل في نهايته الأخرى جسما صلبا (B) كتلته $m_2=300g$ كما في الشكل التالي:



تحرر الجملة إبتداء من السكون عند الموضع C فيتحرك الجسم (A) على المستوي الأفقي و يكون خاضعا لقوة إحتكاك $\vec{f}$.

1-مثل القوى المؤثرة على الجسمين (A) و (B) .

2-أوجد عبارة تسارع مركز عطالة الجسم(A) بدلالة: f، g، m_2، m_1

3-يصل الجسم (A) إلى الموضع D بسرعة $\upsilon = 4m/s$

حيث: $CD = 2m$

-احسب قيمة تسارع مركز عطالة الجسم (A) .

4-إستنتج شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$

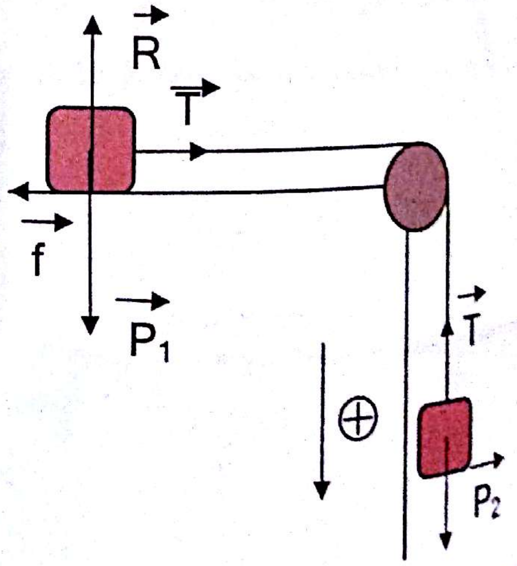
5-عندما يصل الجسم (A) إلى النقطة D ينقطع الخيط .

-استنتج طبيعة حركة الجسم(A) على الجزء DE من المسار

يعطى: $g=10m/s^2$

الحل:

1-تمثيل القوى المطبقة على الجسمين (A) و (B)



2-إيجاد عبارة a : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (الخيط+m_1+m_2) المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = (m_1 + m_2)\vec{a}$$

$$\overrightarrow{p_1} + \vec{R} + \vec{f} + \overrightarrow{p_2} = (m_1 + m_2)\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$p_2 - f = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2}$$

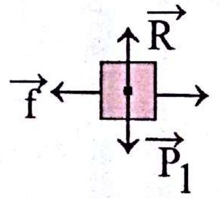
3-حساب التسارع: $v_D^2 - v_C^2 = 2a(CD)$

$$\Rightarrow a = \frac{v_D^2}{2(CD)} = \frac{4^2}{2\times 2} = 4m/s^2$$

4-حساب f : $f = p_2 - (m_1 + m_2)a$

$$= 0.3\times 10 - (0.2 + 0.3)4 = 1N$$

5-عندما ينقطع الخيط : نعتبر الجملة (m_1)



$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_1 \overrightarrow{a'}$$

$$\vec{f} + \overrightarrow{p_1} + \vec{R} = m_1 \overrightarrow{a'}$$

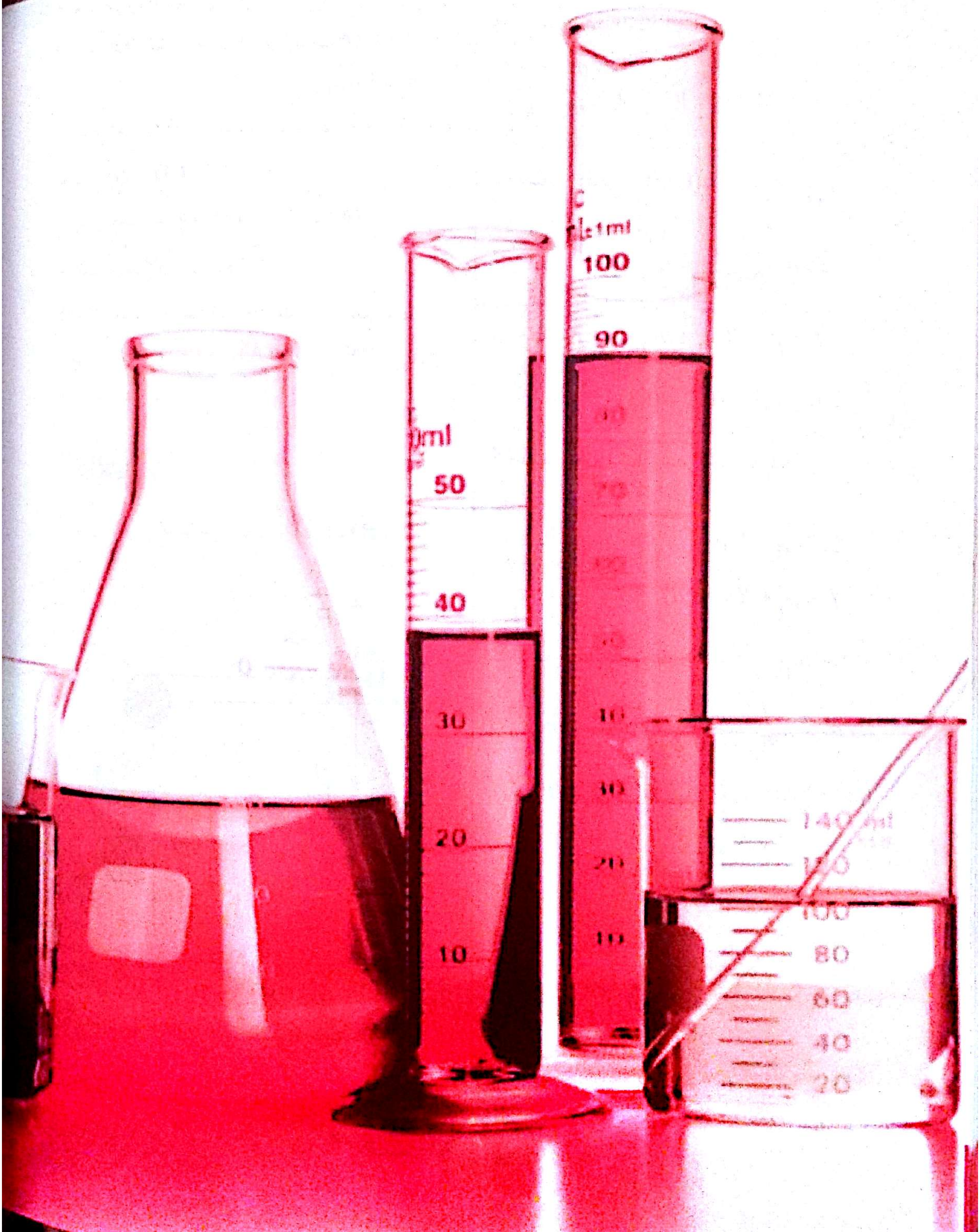
بعد الإسقاط على المحور الموجه: $-f = m_1 a'$

$$\Rightarrow a' = -\frac{f}{m_1} = -\frac{1}{0.2} \;/\; a' = -5m/s^2 < 0$$

اذن حركة الجسم (A) مستقيمة متغيرة بانتظام (متباطئة) .

الوحدة
6

مراقبة تطور جملة كيميائية خلال تحول كيميائي



I- التحول التلقائي لجملة كيميائية

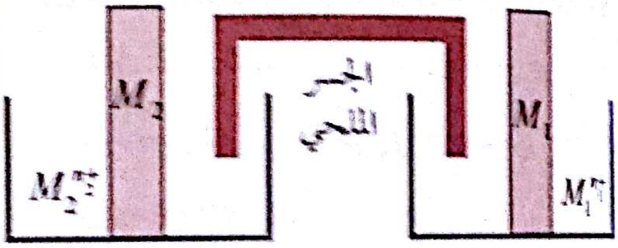
أ- تعريف: نقول عن تحول كيميائي أنه تلقائي إذا حدث دون تأثير خارجي ويكون $Qr \neq k$

مثال: تفاعلات الأحماض والأسس أو تفاعلات الأكسدة والإرجاع.

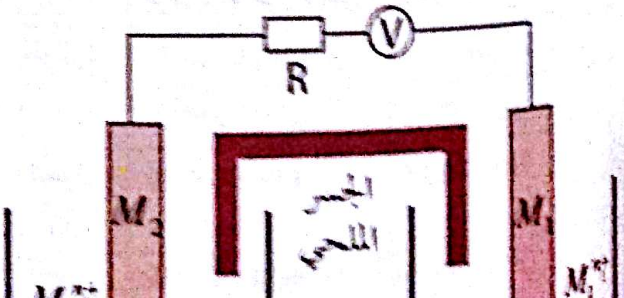
ب- تطبيق على الأعمدة:

تكوين عمود: يتكون عمود عموما من:

- صفحتين معدنيتين M_1 و M_2 مغمورة كل واحدة في محلول يحتوي على شاردته الموافقة M^{n+}.
- جسر ملحي يساعد على توازن التفاعل.



• اشتغال العمود: الثنائيتين مرامز الداخلتين في التفاعل خلال اشتغال العمود هما $M_1^{n_1+} / M_1$ و $M_2^{n_2+} / M_2$، ولتحديد قطبية العمود نستعمل جهاز فولط متر الذي يوصل كما في الشكل.



- عندما يشير جهاز الفولط متر إلى قيمة موجبة يكون المسرى الموجب هو الموصل بالقطب الموجب للفولط متر ويكون المسرى السالب هو الموصل بالقطب السالب للفولط متر.

- عند المسرى السالب يحدث فقدان للالكترونات حسب المعادلة: $M_1 = M_1^{n_1+} + n_1 e^-$

- عند المسرى الموجب يحدث اكتساب للالكترونات حسب المعادلة. $M_2^{n_2+} + n_2 e^- = M_2$

- خلال اشتغال العمود يحدث تفاعل أكسدة – إرجاع نمذجه بالمعادلة التالية:

$$n_2 M_1 + n_1 M_2^{n_2+} = n_2 M_1^{n_1+} + n_1 M_2$$

- يمثل العمود كما يلي: $M_1 / M_1^{n_1+}$، $M_2^{n_2+} / M_2$

نسمي الكأس الذي يحتوي على المعدن والشاردة الموافقة لها نصف عمود.

• مميزات العمود: يتميز العمود بالمميزات التالية:

- هو ثنائي قطب أحدهما قطب موجب والآخر قطب سالب.

- قوة محركة كهربائية E وهي عبارة عن قيمة التوتر الكهربائي عندما يكون التيار معدوما $I = 0$ (قبل اشتغال العمود).

- مقاومة داخلية r لذا تعطى عبارة التوتر بين قطبيه بالعلاقة: $U = E - rI$

ملاحظة هامة: عند التوازن يكون العمود مستهلكا أي ليس بإمكانه إنتاج التيار الكهربائي $(I = 0)$

• كمية الكهرباء المنتجة ومدة الصلاحية:

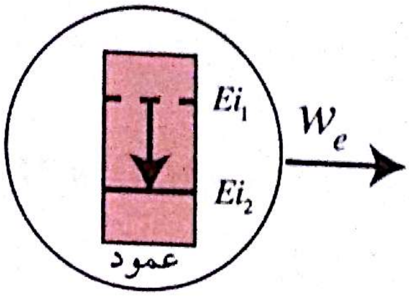
تعطى عبارة كمية الكهرباء الأعظمية خلال اشتغال مولد كهروكيميائي بالعلاقة: $Q_{max} = n(e^-).N_A.\left|-e^-\right|$

حيث $N_A.\left|-e^-\right|$ تمثل مقدار يعرف باسم الفراداي ونرمز له بـ F حيث $1F = 96500 c / mol$

ومنه $Q_{max} = n(e^-).F$

إذن كمية الكهرباء التي ينتجها العمود أثناء اشتغاله خلال مدة زمنية Δt ومن اجل تقدم $x(mol)$ تعطى بالعبارة: $Q = I.\Delta t = n(e^-).F.x$

•**التفسير الطاقوي**: عند اشتغال العمود الكهربائي يحدث تغير في الطاقة الداخلية للجملة "عمود" بسبب التحول الكيميائي الذي يكون مصحوبا بتحويل كهربائي W_e وفق معادلة الانحفاظ التالية: $Ei_1 - w_e = Ei_2$



تصبح $Ei_2 = 0$ عند حالة التوازن

2 ـ التحول القسري لجملة كيميائية :

- التحول القسري هو تحول كيميائي لا يحدث تلقائيا بل يفرض بواسطة طاقة خارجية .

مثال عن تحول قسري : (التحليل الكهربائي لكلور القصدير) في وعاء التحليل الكهربائي نضع كمية من كلور القصدير $(Sn^{2+} + 2Cl^-)$ ثم نصل مسربي الوعاء بمولد للتيار المستمر .

المشاهدة: ينطلق غاز الكلور عند المصعد حسب المعادلة النصفية للأكسدة: $2Cl^- = Cl_2 + 2e^-$

تتشكل شعيرات القصدير عند المهبط حسب المعادلة النصفية للإرجاع $Sn^{2+} + 2e^- = Sn$

معادلة التفاعل هي: $2Cl^- + Sn^{2+} = Cl_2 + Sn$

3- مراقبة تحول كيميائي:

أ- تفاعل الستيرة:

- **تعريف**: هو تفاعل كيميائي يحدث بين الكحولات والأحماض الكربوكسيلية وينتج عنه أستر وماء حسب معادلة التفاعل التالية:

$$R - OH + R' - COOH = R' - COO - R + H_2O$$

الصيغة الجزيئية المجملة للأستر هي $C_nH_{2n}O_2$ مع $n \geq 2$

- **تسمية الأستر**: يتشكل اسم الستر من شقين:

الشق الأول الناتج عن الحمض الكربوكسيلي باستبدال اللاحقة ويك بـ وات الشق الثاني الناتج عن الكحول باستبدال اللاحقة اول بـ إيل

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad\qquad\quad CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ CH_3 - COO - CH_2 - CH - CH_3 \end{array}$$

ايثانوات 2- ميثيل بروبيل

$$CH_3 - COO - CH_2 - CH_3$$

ايثانوات الايثيل

ب- تفاعل اماهة الأستر:

تعريف: هو التفاعل المعاكس لتفاعل الأسترة يحدث بين أستر وماء وينتج عنه حمض كربوكسيلي وكحول حسب المعادلة التالية :

$$R - COO - R' + H_2O = R - COOH + R' - OH$$

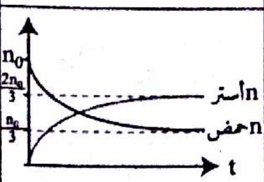
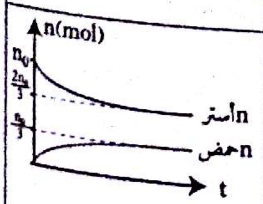
جـ- خصائص تفاعلي الأسترة والإماهة

- محدود (غير تام) - لا حراري - عكوس - بطيء

د- مردود التفاعل:

تعريف: يمثل النسبة المئوية النهائية لتقدم التفاعل المنمذج له أي: $r = \tau_f . 100 = \frac{x_f}{x_{max}} . 100$

في حالة مزيج متساوي المولات يكون

	مردود تفاعل الأسترة	مردود تفاعل إماهة الستر
العبارة	r = n أستر متشكل / n حمض إبتدائي	r= n حمض متشكل / n أستر إبتدائي
كحول أولي	65% → 67%	33% → 35%
كحول ثانوي	60% → 62%	38% → 40%
كحول ثالثي	5%	95%
المنحنيات في حالة كحول أولي		

ملاحظة: $100\% = r_{\text{إماهة}} + r_{\text{أسترة}}$

- رفع مردود التفاعل:

يزداد مردود التفاعل في الحالات التالية:

* المزيج الابتدائي غير متساوي المولات (زيادة احد المتفاعلات).
* حذف أحد النواتج أثناء تشكله.
* إجراء تفاعل الأسترة بتغيير احد المتفاعلات كاستبدال الحمض الكربوكسيلي بكلور الأسيل $R-CO-Cl$ أو صنف الكحول.

هـ- ثابت التوازن:

• حالة تفاعل الأسترة: $K=\dfrac{[\text{الأستر}]_f \cdot [\text{الماء}]_f}{[\text{الحمض}]_f \cdot [\text{الكحول}]_f}$

$$=\frac{\frac{n_{\text{أستر}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{ماء}}}{V}}{\frac{n_{\text{حمض}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{كحول}}}{V}} = \frac{n_{\text{أستر}} \cdot n_{\text{ماء}}}{n_{\text{حمض}} \cdot n_{\text{كحول}}}$$

مثال: كحول أوّلي لمزيج متساوي المولات:

$$K=\frac{\frac{2}{3}n_0 \cdot \frac{2}{3}n_0}{\frac{1}{3}n_0 \cdot \frac{1}{3}n_0}=4$$

حالة تفاعل الإماهة $K=\dfrac{[\text{الحمض}]_f \cdot [\text{الكحول}]_f}{[\text{الأستر}]_f \cdot [\text{الماء}]_f}$

$$=\frac{\frac{n_{\text{حمض}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{كحول}}}{V}}{\frac{n_{\text{أستر}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{ماء}}}{V}}$$

مثال: كحول أولي لمزيج متساوي المولات:

$$k=\frac{\frac{1}{3}n_0 \cdot \frac{1}{3}n_0}{\frac{2}{3}n_0 \cdot \frac{2}{3}n_0}=\frac{1}{4}=0,25$$

و- تفاعل التصبن : تصبن الأستر هو تفاعل يحدث بين الأستروالأساس بالتسخين وينتج عنه ملح عضوي وكحول حسب المعادلة :

$$R-COO-R'+OH^- = R-COO^- + R'-OH$$

وهو تفاعل تام، وسريع.

قسم التمارين

التمرين 01

تفاعل $30g$ من كحول صيغته الجزيئية C_3H_8O مع $30g$ من حمض الخل تحت درجة حرارة ثابتة.

1-أكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول السابق واذكر مميزاته.

2-عندما يبلغ التفاعل حده يتشكل $30,6g$ من الاستر.

أ-استنتج صنف الكحول المستعمل و اذكر اسمه وصيغته نصف المفصلة.

ب-أحسب كتلة كل من الحمض، الكحول و الماء عند التوازن.

3-نؤكسد كمية الكحول المتبقية بواسطة محلول ممدد لثاني كرومات البوتاسيوم المحمض بحمض الكبريت.

-ما اسم المركب العضوي الناتج ؟ أكتب صيغته نصف المفصلة.

الحل:

1 - معادلة التفاعل المنذمج لتحول الأسترة هي :

$$C_3H_7OH+CH_3COOH=CH_3COO-C_3H_7+H_2O$$

مميزات هذا التفاعل: عكوس، لا حراري، بطيء، محدود

2 - أ-صنف الكحول المستعمل :

حساب كمية مادة الكحول الابتدائية :

$$n_0(\text{كحول})=\frac{m}{M}=\frac{30}{60}=0,5\,mol$$

حساب كمية مادة الحمض الابتدائية :

$$n_0(\text{حمض})=\frac{m}{M}=\frac{30}{60}=0,5mol$$

حساب كمية الإستر المتشكل :

$$n(\text{استر})=\frac{m}{M}=\frac{30,6}{102}=0,3mol$$

حساب مردود تفاعل الأسترة : $r=\tau_f\times100$

$$r=\frac{x_f}{x_{max}}\times100=\frac{n}{n_0}\times100=\frac{0,3}{0,5}\times100=60\%$$

إذن الكحول المستعمل ثانوي صيغته نصف المفصلة هي

$CH_3-CHOH-CH_3$ اسمه بروبان - 2 - ول

ب- حساب كتلة الحمض عند التوازن :

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow m=n\times M$$

المزيج	عدد المولات	الكتلة
استر متشكل	0,3mol	30,6g
ماء متشكل	0,3mol	5,4g
حمض متبقي	$0,5-0,3=0,2mol$	12g
كحول متبقي	0,2mol لـ	12g

3 - الأكسدة المقتصدة لكحول ثانوي تنتج كيتونا وعليه المركب العضوي الناتج هو:

البروبانون صيغته نصف المفصلة : $CH_3-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-CH_3$

التمرين 02

أعطى الاحتراق التام في الأكسجين لـ 5L من فحم هيدروجيني غازي C_xH_y ، 20L من غاز CO_2 و 16,10g من الماء (الحجوم مقاسه في الشرطين النظاميين من الضغط ودرجة الحرارة).

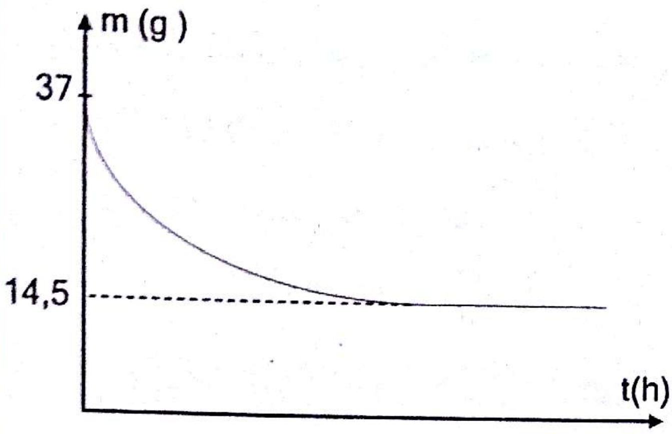
1- أوجد الصيغة الجزيئية المجملة لهذا الفحم الهيدروجيني وأعط صيغه نصف المفصلة الممكنة.

2- إن إماهة هذا الفحم الهيدروجيني في شروط تجريبية مناسبة تعطي مركبا أكسجينيا (A).

أ-أكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث و حدد الوظيفة الكيميائية للمركب (A).

ب-أكتب الصيغ المفصلة الموافقة للمركب (A) و اذكر اسم كل منها.

3 - نمزج $0,5mol$ من المركب (A) مع $0,5\,mol$ من حمض البروبانويك و نعاير من حين إلى آخر كمية الحمض المتبقي في المزيج.



يمثل المنحنى البياني المرفق تغيرات كتلة الحمض المتبقي في المزيج بدلالة الزمن.

اعتمادا على المنحنى البياني عين :

أ-مردود الاسترة و التركيب المولي للمزيج عند التوازن.

ب-ماهي من بين الصيغ المفصلة السابقة الصيغة المفصلة الموافقة للمركب (A) ؟

الحل:

1 - إيجاد صيغة الفحم الهيدروجيني :

$$C_xH_y+\left(x+\frac{y}{4}\right)O_2=xCO_2+\frac{y}{2}H_2O$$

$$\left.\begin{matrix}24L & x\times 22,4L\\ 5L & 20L\end{matrix}\right\}\Rightarrow x=4$$

$$C_xH_y+\left(x+\frac{y}{4}\right)O_2=xCO_2+\frac{y}{2}H_2O$$

$$\left.\begin{matrix}22.4L & 9y\\ 5L & 16.10g\end{matrix}\right\}y=8$$

أذن صيغة المركب هي : C_4H_8

2 - أ- معادلة تفاعل إماهة C_4H_8 هي :

$$C_4H_8+H_2O\rightarrow C_4H_9OH$$

وظيفة المركب (A) كحول لأن اماهة ألكن (ألسان) تعطي كحولا .

ب- الصيغ نصف المفصلة الموافقة للفحم الهيدروجيني هي:

$CH_3-CH_2-CH=CH_2$

$CH_3-CH=CH-CH_3$

$CH_3-\underset{\substack{|\\ CH_3}}{CH}=CH$

عند تفاعل الاماهة فان مجموعة الهيدروكسيد تتحد مع ذرة الكربون التي تحوي أقل عدد من ذرات الهيدروجين وعليه الصيغة المفصلة الموافقة للمركب (A) هي :

$$CH_3-CHOH-CH_3$$

3 - أ- حساب مردود الاسترة: $r=\frac{n}{n_0}\times 100$

علما أن: n (استر متشكل) = n (حمض متفاعل).

n_1 (حمض متبقي) - n_0 (حمض ابتدائي) = n (حمض متفاعل).

$$\frac{m}{M}=\frac{m_0}{M}-\frac{m_1}{M}$$

$$r=\frac{\frac{m_0-m_1}{M}}{\frac{m_0}{M}}\times 100=\frac{m_0-m_1}{m_0}\times 100$$

$$=\frac{37-14,5}{37}\times 100=\frac{22,5}{37}\times 100=60\%$$

تركيب المزيج : $n=\frac{m}{M}=\frac{37}{74}=0,5\ mol$

ب- بما أن الكحول ثانوي نكتب: $r=\frac{n}{n_0}\Rightarrow n=r\times n_0$

المعادلة	C_4H_9-OH	$+C_2H_5COOH$	$=H_2O$	$+C_2H_5-COOC_4H_9$
الحالة الابتدائية	0,5	0,5	0	0
الحالة النهائية	0,2	0,2	0,3	0,3

بما أن مردود الاسترة $r=60\%$ فان الكحول المستعمل ثانوي و عليه الصيغة المفصلة المرافقة هي:

$$CH_3-CH_2-CHOH-CH_3$$

التمرين 03

حققنا عملية إماهة لبوتانوات الايثيل في درجة حرارة $200°C$ باستخدام $50mL$ من الماء و $116g$ من الاستر. بعد $24h$ تحقق التوازن الكيميائي وكان حجم المزيج الكلي $220mL$ ، أخذنا $10mL$ منه وعايرنا الحمض الموجود فيه بمحلول الصود تركيزه المولي بشوارد الهيدروكسيد $2mol/L$ فلزم $14,4mL$ حتى يتغير لون الكاشف.

1- اكتب المعادلات الكيميائية المنمذجة لهذه التحولات.

2-عين مردود تفاعل الإماهة.

3- قارن هذا المردود مع مردود الاماهة لمزيج متساوي المولات.ماذا تلاحظ؟ماذا تستنتج؟

الحل:

1-معادلة الاماهة:

$$C_3H_7COO-C_2H_5+H_2O=$$
$$C_3H_7COOH+C_2H_5OH$$

معادلة المعايرة:

$$C_3H_7COOH+HO^-=C_3H_7COO^-+H_2O$$

2- حساب مردود الاماهة:

-حساب كمية مادة الماء:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho\times V=1\times 50=50g$$

$$n=\frac{m}{M}=\frac{50}{18}=2,78\,mol$$

-حساب كمية مادة الاستر:

$$n=\frac{m}{M}=\frac{116}{116}=1\,mol=x_{\max}$$

-حساب كمية الحمض المتشكل:

$$n_a=C_aV_a=C_bV_b$$

$$n_a=C_bV_b=2\times 14,4\times 10^{-3}=2,88\times 10^{-2}mol$$

$$2,88\times 10^{-2}\rightarrow 10mL$$

$$n\rightarrow 220\,mL$$

(حمض) $n=0,6336\,mol=x_f$

(اماهة) $r=\tau_f\times 100$

$$r=\frac{x_f}{x_{\max}}100=\frac{0,6336}{1}100=63,36\%$$

3-الكحول الناتج أولي و مردود الاماهة لمزيج متساوي المولات هو: $r=33,3\%$ لكن المردود المتحصل عليه في هذه الحالة أكبر من مردود الإماهة لمزيج متساوي المولات.

نستنتج أنه إذا استعمل مزيج غير متساوي المولات في تفاعل الإماهة فان المردود يزداد.

التمرين 04

أ - تفاعل $0,5mol$ من حمض الايثانويك مع $0.5mol$ من كحول (A) صيغته العامة :

$$\begin{matrix}R_1\\ \\ R_2\end{matrix}\!\!>CH\text{-}OH$$

حيث R_1 و R_2 جذران ألكيليان.

فينتج استر كتلته عند التوازن $30,6g$.

1-أوجد الصيغة الجزيئية المفصلة الإستر الناتج.

2- استنتج الصيغة الجزيئية المفصلة للكحول (A) المستعمل.

3-أحسب ثابت التوازن الكيميائي لهذا التفاعل.

4- أرسم شكلا تخطيطيا للبيان الممثل لتغيرات عدد مولات الحمض المتبقي بدلالة الزمن مبينا القيمة الحدية لعدد مولات الحمض المتبقي عند حدوث التوازن الكيميائي.

ب-تفاعل الآن $10,2g$ من الاستر السابق مع $0,5mol$ من حمض الايثانويك و $0,5mol$ من الكحول (A).

-أوجد التركيب المولي للمزيج عند التوازن في هذه الحالة.

الحل:

1-الكحول المستعمل ثانوي و عليه: $r=60\%$ (استرة)

$$r=\tau_f.100=\frac{x_f}{x_{\max}}\times 100=\frac{n_{ester}}{n_{acide}}$$

$$\Rightarrow n_{ester}=\frac{r\times n_{acide}}{100}=\frac{60\times 0.5}{100}=0,3\ mol$$

صيغة الاستر المجملة من الشكل: $C_xH_{2x}O_2$

$$n=\frac{m}{M}\Rightarrow m=n\times M=n(14x+32)$$ (أسترة)

$$30,6=0,3(14x+32)$$

$$30,6=4,2x+9,6\Rightarrow x=5$$

إذن صيغة الاسترهي: $C_5H_{10}O_2$

صيغته المفصلة هي: $CH_3\text{-}COO\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$

$$CH_3\text{-}COO\text{-}\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}\text{-}CH_3$$

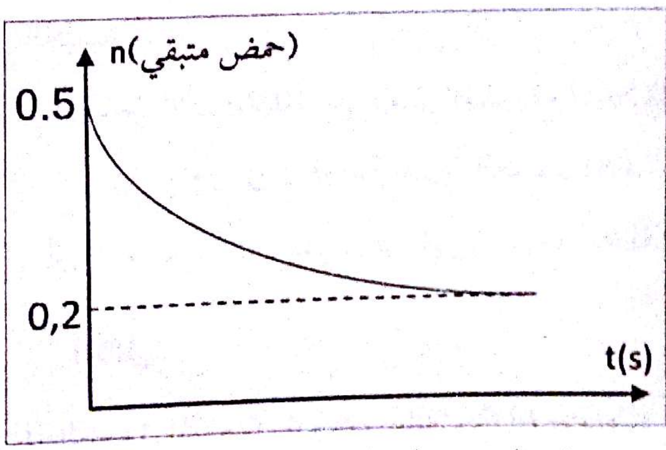
2 - صيغة الكحول المفصلة هي: $(CH_3)_2CH\text{-}OH$

3 - حساب ثابت التوازن:

المعادلة	$CH_3\text{-}COOH+CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3=CH_3\text{-}COO\text{-}CH\text{-}(CH_3)_2+H_2O$			
الحالة الابتدائية	0,5mol	0,5mol	0	0
الحالة النهائية	$0,5-x_f=0,2\,mol$	$0,5-x_f=0,2mol$	$x_f=0,3mol$	$x_f=0,3\,mol$

$$K=\frac{[Ester]_f\times[H_2O]_f}{[Alcool]_f\times[Acide]_f}=\frac{\frac{0,3}{V}\times\frac{0,3}{V}}{\frac{0,2}{V}\times\frac{0,2}{V}}=2,25$$

-4



ب- حساب التركيب المولي للمزيج عند حالة التوازن الجديدة :

$$n_{ester}=\frac{m}{M}=\frac{10,2}{102}=0.1mol$$

المعادلة	حمض + كحول = استر + ماء			
الحالة الابتدائية	0,5mol	0,5mol	0,1mol	0
الحالة النهائية	$0,5-x_f$	$0,5-x_f$	$0,1+x_f$	x_f

$$K=\frac{[Ester]_f\times[H_2O]_f}{[Alcool]_f\times[Acide]_f}$$

$$=\frac{\frac{0,1+x_f}{V}\times\frac{x_f}{V}}{\frac{0,5-x_f}{V}\times\frac{0,5-x_f}{V}}=2,25$$

$$\frac{x_f^2+0,1x_f}{0,25+x_f^2-x_f}=2,25$$

$$\Rightarrow 2,25x_f^2-2,25x_f+0,5625=x_f^2+0,1x_f$$

$$1,25x_f^2-2,35x_f+0,5625=0$$

$$\Delta=(2,35)^2-4(1,25)(0,5625)=2,71$$

$$\sqrt{\Delta}=1,65$$

$$x_f=\frac{2,25-1,65}{2\times 1,25}=0.28mol$$

$$x_f=\frac{2,25+1,65}{2\times 1,25}=1.59mol$$ (مرفوض)

لأنه أكبر من عدد المولات الابتدائي.

إذن عند التوازن:

$$n_{alcool}=n_{acide}=0,5-0,28=0,22\ mol$$

$$n_{ester}=0,1+0,28=0,38\ mol$$

$$n_{H2O}=0,28\ mol$$

التمرين 05

مركب أكسجيني (A) صيغته العامة $C_nH_{2n+2}O$ النسبة الكتلية للكربون فيه تساوي $64,86\%$.

1- أوجد الصيغة الجزيئية المجملة للمركب (A).

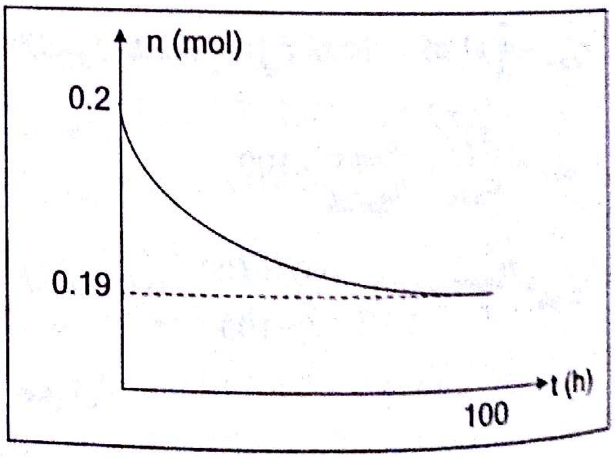
2- يتفاعل المركب (A) مع الصوديوم فينطلق غاز الهيدروجين.

أ- حدد الوظيفة الكيميائية للمركب (A).

ب- أكتب معادلة تفاعل المركب (A) مع الصوديوم.

جـ- أكتب الصيغ نصف المفصلة الممكنة للمركب (A).

3- نمزج المركب (A) مع حمض الخل بحيث يكون المزيج متساوي المولات، نعاير من حين لآخر كمية الحمض المتبقي في المزيج فنحصل على البيان الممثل بالشكل والذي يمثل تغيرات عدد مولات الحمض المتبقي في المزيج بدلالة الزمن.



اعتمادا على البيان عين:

أ- خصائص التفاعل.

ب- مردود التفاعل الاسترة من اجل $t=100h$.

جـ- الصيغة نصف المفصلة لكل من المركب (A) والاستر المتشكل مع تسمية كل صيغة.

د- التركيب المولي للمزيج عند التوازن.

الحل:

1 - إيجاد الصيغة الجزيئية المجملة للمركب (A)

$$14n+18 \rightarrow 100\%$$

$$12n \rightarrow 64,86\%$$

$$1200\ n = 908,04n + 1167,48 \Rightarrow n = 4$$

إذن الصيغة المجملة لـ A هي: $C_4H_{10}O$

2- أ- المركب (A) كحول لأن الكحولات تتفاعل مع الصوديوم و ينطلق نتيجة لذلك غاز الهيدروجين.

ب- كتابة معادلة التفاعل:

$$C_4H_9-OH + Na = (C_4H_9O^- + Na^+) + \frac{1}{2}H_2$$

ج- الصيغ النصف مفصلة الممكنة للمركب (A) هي:

(1) $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH$

(2) $CH_3\text{-}CH\text{-}CH_2OH$ (مع CH_3 على ذرة الكربون الثانية)

(3) $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CHOH\text{-}OH_3$

(4) $CH_3\text{-}COH\text{-}CH_3$ (مع CH_3 على ذرة الكربون الثانية)

3- أ- خصائص التفاعل: بطيء، عكوس، لاحراري، محدود.

ب- مردود التفاعل: $r_{ester} = \tau_f \times 100$

$$r_{ester} = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{n_{ester}}{n_{0\,acide}} \times 100$$

$$= \frac{0.2-0.19}{0.2} \times 100 = 5\%$$

ملاحظة:

كمية الإستر المتشكل = كمية الحمض المتفاعل

= كمية الحمض الإبتدائي – كمية الحمض المتبقي

جـ- بما إن المردود يساوي 5% فالكحول المستعمل ثالثي صيغته النصف مفصلة هي: $CH_3\text{-}COH\text{-}CH_3$ (مع CH_3 مرتبط بذرة الكربون المركزية)

اسمه : 2-ميثيل بروبان-2-ول

-الصيغة نصف المفصلة للاستر هي: $CH_3\text{-}C(=O)\text{-}O\text{-}C(CH_3)_2\text{-}CH_3$

اسمه: إيثانوات -1،1-ثنائي ميثيل ايثيل

د-التركيب المولي للمزيج عند التوازن:

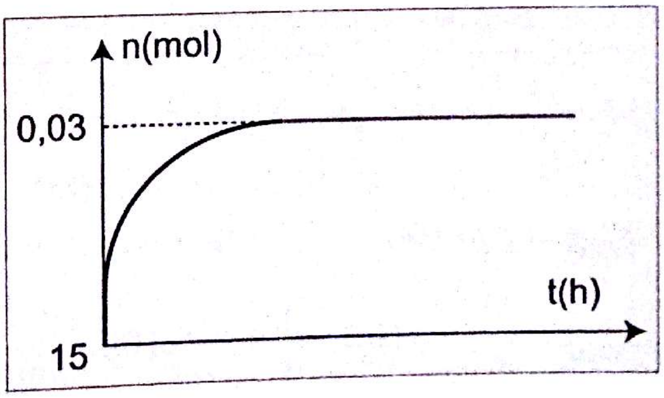
$$n_{acide} = n_{alcool} = 0,19mol$$

$$n_{ester} = n_{eau} = 0,2 - 0,19 = 0,01mol$$

التمرين 06

يتفاعل مزيج متساوي المولات من حمض عضوي أحادي الوظيفة و كحول أحادي الوظيفة فينتج مركب عضوي A هو ميثانوات البروبيل.

يمثل البيان أسفله كمية مادة الاستر المتشكل n بدلالة الزمن t



1-أ-أكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث مع تسمية المركبات العضوية المتفاعلة.

ب-أذكر مميزات هذا التفاعل.

2-أحسب ثابت التوازن الكيميائي K لهذا التفاعل باستعمال المنحنى البياني.

3-نمزج $2mol$ من الحمض السابق مع $3mol$ من الكحول السابق و $1mol$ من الماء.

أ-أوجد التركيب الكتلي للمزيج عند التوازن الكيميائي

ب-أحسب مردود التفاعل الكيميائي.

الحل:

1- أ- معادلة التفاعل

$$H\text{-}C(=O)\text{-}OH + CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}OH = H\text{-}C(=O)\text{-}O\text{-}C_3H_7 + H_2O$$

ب- مميزات التفاعل : عكوس ، بطيء ، لا حراري ، محدود .

2- حساب ثابت التوازن: $K = \dfrac{[Ester]_f \times [Eau]_f}{[Acide]_f \times [Alcool]_f}$

الكحول المستعمل أولي وعليه : $r_{ester} = \dfrac{2}{3} \times 100$

$$r_{ester} = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_{ester}}{n_{0acide}} \times 100$$

$$\Rightarrow n_{acide} = \frac{n_{ester}}{r} \times 100 = \frac{0,03 \times 100}{\frac{2}{3} \times 100} = 0,045\,mol$$

علما أن :

كمية الحمض المتبقي = كمية الحمض الإبتدائي - كمية الإستر المتشكل .

إذن : $n_{f(acide)} = 0,045 - 0,03 = 0,015\,mol$

$$K = \frac{\frac{0,03}{V} \times \frac{0,03}{V}}{\frac{0,015}{V} \times \frac{0,015}{V}} = 4$$

3-أ- إيجاد التركيب الكتلي للمزيج :

المعادلة	$HCOOH + C_3H_7OH =$		$C_4H_8O_2 +$	H_2O
الحالة الابتدائية	2	3	0	1
الحالة النهائية	$2-x_f$	$3-x_f$	x_f	x_f+1

$$K=\frac{\frac{x}{V}\times\frac{(x+1)}{V}}{\frac{(2-x)}{V}\times\frac{(3-x)}{V}}=\frac{x^2+x}{x^2-5x+6}=4$$

تصبح المعادلة من الشكل :

$$4x^2-20x+24=x^2+x\Rightarrow 3x^2-21x+24=0$$

باستعمال المميز نجد : $\Delta=153\Rightarrow\sqrt{\Delta}=12{,}37$

$$x_1=\frac{21-12{,}37}{6}=1{,}43\ mol$$

$$x_2=\frac{21+12{,}37}{6}=5{,}56\ mol$$

قيمة x_2 مرفوضة لأنها أكبر من عدد المولات الإبتدائي :

$n_{acide}=2-x=2-1{,}43=0{,}57mol$

$m_{acide}=n\times M=0.57\times 60=26{,}22g$

$n_{alcool}=3-x=3-1{,}43=1{,}57mol$

$m_{alcool}=1{,}57\times 60=94{,}2g$

$n_{ester}=x=1{,}43mol$

$m_{ester}=1{,}43\times 88=125{,}84g$

$n_{eau}=1+x=1+1{,}43=2{,}43mol$

$m_{eau}=2{,}43\times 18=43{,}74g$

ب- حساب مردود تفاعل الأسترة :

$$r=\frac{x_f}{x_{max}}\times 100=\frac{1{,}43}{2}\times 100=71{,}5\%$$

التمرين 07

إيثانوات 3-ميثيل بوتيل متميز برائحة الموز، نريد دراسة اماهته،لذا نذيب $15mL$ منه في كمية من الماء المقطر للحصول على وسط تفاعلي حجمه $50mL$ الصيغة نصف المفصلة لايثانوات 3-ميثيل بوتيل هي:

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3$$

-ماهي الوظيفة الكيميائية للمركب السابق؟

2-اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لاماهة ايثانوات3-ميثيل بوتيل مع تحديد اسم كل ناتج عن هذه الاماهة و إعطاء الصيغة نصف المفصلة و ذكرالوظيفة الكيميائية لهما.

نوزع الوسط التفاعلي في 10 بياشريحتوي كل بيشر على $5mL$ من المزيج ثم توضع في حمام مائي.عند لحظة معينة t نأخذ بيشرا بسرعة و نضعه في ماء به جليد ثم نعاير الحمض الناتج عن الاماهة بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم نرمز لـ V_b حجم الأساس المضاف ثم ندون النتائج في جدول كالأتي:

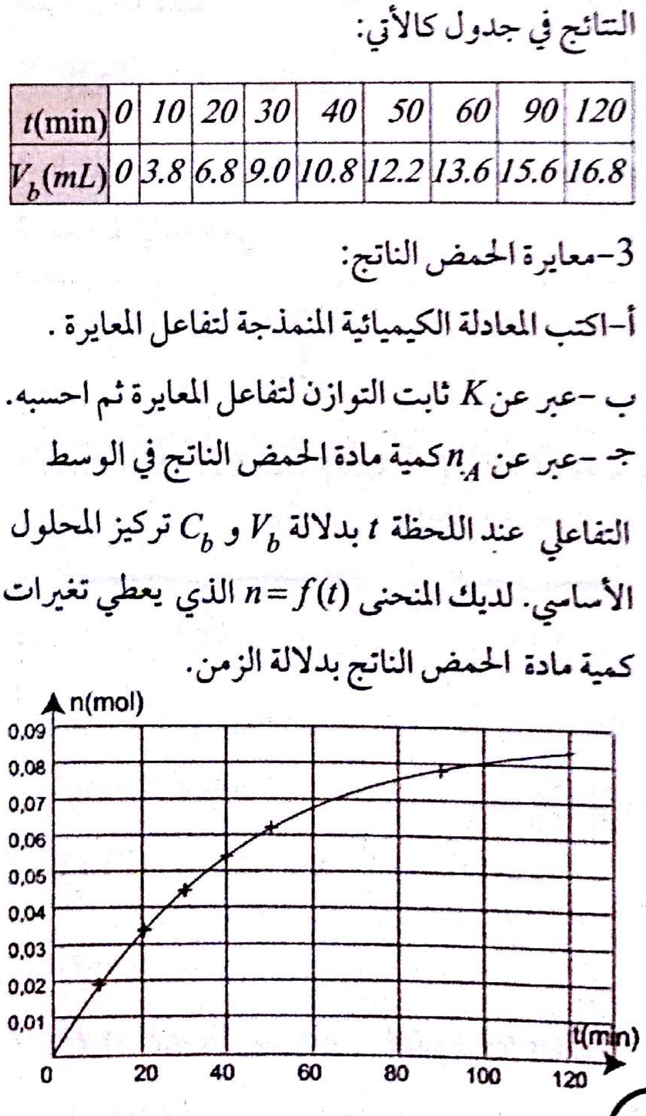
t(min)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
$V_b(mL)$	0	3.8	6.8	9.0	10.8	12.2	13.6	15.6	16.8

3-معايرة الحمض الناتج:

أ-اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل المعايرة .

ب -عبر عن K ثابت التوازن لتفاعل المعايرة ثم احسبه.

جـ -عبر عن n_A كمية مادة الحمض الناتج في الوسط التفاعلي عند اللحظة t بدلالة V_b و C_b تركيز المحلول الأساسي. لديك المنحنى $n=f(t)$ الذي يعطي تغيرات كمية مادة الحمض الناتج بدلالة الزمن.



4 - معادلة اماهة ايثانوات 3-ميثيل بوتيل:

أ-اذكر مميزات تفاعل الاماهة السابق.

ب-احسب كميتي المادة الابتدائيتين للاستر و الماء.

جـ-أنشئ جدولا لتقدم تفاعل الاماهة.

5-نعتبر ان التحول وصل إلى حده عند اللحظة $t=120\,min$

أ-احسب نسبة التقدم النهائي τ_f عند اللحظة السابقة.

ب-كيف يمكن رفع نسبة التقدم النهائي لتفاعل الاماهة؟

يعطى:

$M=130g/mol$ (الكتلة المولية لايثانوات -3- ميثيل بوتيل) الكتلة الحجمية لايثانوات - 3 - ميثيل بوتيل $\rho=0,87g/mL$.

$K_a(CH_3COOH/CH_3COO^-)=1.8\times10^{-5}$

عند الدرجة $25°c$

الحل:

1-الوظيفة الكيميائية لايثانوات 3-ميثيل بوتيل هي:أستر

2-معادلة الإماهة هي :

$$CH_3\text{-}COO\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}\underset{\substack{|\\ CH_3}}{CH}\text{-}CH_3 + H_2O$$

$$= \underbrace{CH_3\text{-}COOH}_{(1)} + \underbrace{CH_3\text{-}\underset{\substack{|\\ CH_3}}{CH}\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}OH}_{(2)}$$

أسماء النواتج :

المركب (1) :الإيثانويك (حمض)

المركب (2) : 3-ميثيل بوتان-1- أول (كحول)

3-أ- معادلة تفاعل المعايرة :

$$CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$$

ب- عبارة ثابت التوازن

$$K=\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f\times[OH^-]_f}$$

$$=\frac{[CH_3COO^-]_f\times[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f\times Ke}=\frac{Ka}{Ke}$$

حساب K : $K=\frac{1,8 10^{5}}{10^{-14}}=1,8 10^{9}$

جـ- جدول تقدم تفاعل المعايرة:

المعادلة	$CH_3COOH+OH^-=CH_3COO^-+H_2O$			
الحالة الابتدائية	n_a'	C_bV_b	0	بالزيادة
الحالة النهائية	$n_a'-x_f$	$C_bV_b-x_f$	x_f	بالزيادة

بما أن تفاعل المعايرة تام ، يمكننا أن نكتب عند التكافؤ في البيشر الواحد : $n_a'=C_bV_b$

أما في الوسط التفاعلي فيكون : $n_a=10C_bV_b$

4-أ-مميزات تفاعل الإماهة:محدود،لا حراري، عكوس، بطيء.

ب- حساب كمية مادة الاستر الابتدائية :

$$n_0(ester)=\frac{m}{M}=\frac{\rho\times V}{M}=\frac{0.87\times15}{130}=0,1mol$$

حساب كمية مادة الماء الإبتدائية :

$$n_0(H_2O)=\frac{\rho\times V}{M}=\frac{1\times35}{18}=1,94mol$$

جـ- جدول تقدم تفاعل الإماهة :

المعادلة	$C_7H_{14}O_2+H_2O=C_2H_4O_2+C_5H_{11}OH$			
الحالة الابتدائية	0,1 mol	1,94 mol	0	0
الحالة النهائية	$0,1-x_f$	$1,94-x_f$	x_f	x_f

5-أ- حساب نسبة التقدم النهائي:

من البيان نجد : $x_f = 0,085\,mol$

من جدول التقدم نجد : $x_{max} = 0,1\,mol$

ومنه : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0,085}{0,1} = 0,85$

ب- يمكن رفع نسبة التقدم النهائي لتفاعل الإماهة بحذف أحد النواتج .

التمرين 08

1- نمزج في اللحظة الزمنية $t = 0$ ، $8,8g$ من ايثانوات الإيثيل و $1,8g$ من الماء تحت درجة الحرارة $100°$. تابع التفاعل الحادث فنلاحظ انه ابتدءا من اللحظة $t = 80h$ كمية الحمض المتشكل لا تتغير و تساوي $\frac{1}{30}mol$.

أ-اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث.

ب-أوجد التركيب المولي للمزيج عند التوازن الكيميائي.

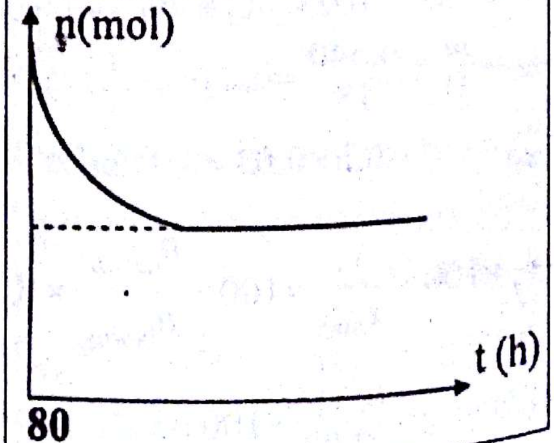
ج-احسب ثابت التوازن الموافق.

2-عند التوازن الكيميائي نضيف للمزيج كتلة m من الماء.

أ-في أية جهة ينزاح التوازن؟علل.

ب- يمثل المخطط في الشكل تغيرات كمية الاستر بدلالة الزمن للتوازن الجديد.

استنتج الكتلة m للماء المضاف .



الحل:

1-أ- معادلة التفاعل الكيميائي:

$$CH_3\text{-}\underset{\underset{O}{\|}}{C}\text{-}O\text{-}C_2H_5 + H_2O = CH_3\text{-}COOH + C_2H_5\text{-}OH$$

ب- التركيب المولي للمزيج عند التوازن :

المركبات	الأستر	الماء	الحمض	الكحول
الحالة الابتدائية	0,1 mol	0,1 mol	0	0
الحالة النهائية	1/15 mol	1/15 mol	1/30 mol	1/30 mol

$$n_{(ester)} = \frac{m}{M} = \frac{8,8}{88} = 0,1mol = \frac{3}{30}mol$$

$$n_{(eau)} = \frac{m}{M} = \frac{1,8}{18} = 0,1mol = \frac{3}{30}mol$$

حساب عدد مولات الاستر والماء المتبقيين :

$$n_{(ester)} = n_{(eau)} = \frac{3}{30} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

ج- حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{[Acide]_f \times [Alcoo]_f}{[Ester]_f \times [Eau]_f} = \frac{\left(\frac{1}{30}\right)^2}{\left(\frac{1}{15}\right)^2} = 0,25$$

2-أ- ينزاح التوازن في اتجاه تفاعل الإماهة للتخلص من كمية الماء المضافة.

ب- حساب كتلة الماء المضاف: من البيان نجد أن كمية الاستر المتبقية هي نصف كمية الاستر عند اللحظة $t=80h$ وعلى هذا الأساس نكمل الجدول التالي :

المركبات	الاستر	الماء	الحمض	الكحول
عند $t=80\,h$	$\frac{2}{30}mol$	$\frac{2}{30}mol + x$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
عند التوازن	$\frac{2}{30} - \frac{1}{30}$	$\frac{2}{30} + x - \frac{1}{30}$	$\frac{1}{30} + \frac{1}{30}$	$\frac{1}{30} + \frac{1}{30}$

$$K=\frac{[Acide]_f\times[Alcoo]_f}{[Ester]_f\times[Eau]_f}=\frac{\left(\frac{2}{30}\right)^2}{\left(\frac{1}{30}\right)\left(\frac{1}{30}+x\right)}=0,25$$

بعد التحليل نجد: $x=0,5mol$

وعليه تكون كتلة الماء: $m_{H_2O}=x\times M_{H_2O}$

$m_{H_2O}=0,5\times18=9g$

التمرين09

استر صيغته من الشكل $R_1-COO-R_2$ (حيث R_1 وR_2 جذران ألكيليان)، كتلته $10,2g$ نقسمه في أنبوبين إلى جزئين متساويين (A) و(B).

تفاعل الجزء (A) مع محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم، نحصل على البروبان2-ول و ملح كتلته $4,1g$.

تفاعل الجزء (B) مع $540mg$ من الماء، ولما يصل التفاعل لحد الإشباع نعاير الحمض الناتج بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $0,5mol/L$ فلزم لذلك $30mL$ من هذا المحلول الأساسي.

1-اكتب معادلة تفاعل الاستر مع هيدروكسيد الصوديوم، ثم أوجد الصيغة الجزيئية المجملة لهذا الاستر واكتب صيغته المفصلة مع ذكر اسمه.

2-أ-اكتب معادلة اماهة الاستر.

ب-احسب مردود هذا التوازن.

ج-احسب ثابت توازن هذا التفاعل.

3-نضيف للمزيج الناتج عن تفاعل الاماهة وهو في حالة التوازن كمية من حمض الايثانويك.

- في أي اتجاه يتزاح التفاعل؟

يعطى: $C=12g/mol$ $Na=23g/mol$

$H=1g/mol$ $O=16g/mol$

الحل:

1-معادلة تفاعل الاستر مع هيدروكسيد الصوديوم:

$$C_{n_1}H_{2n_1+1}-COO-C_{n_2}H_{2n_2+1}+(Na^++OH^-)$$
$$=C_{n_1}H_{2n_1+1}-COONa+CH_3-CHOH-CH_3$$

وعليه صيغة الاستر العامة هي:

$$C_{n_1}H_{2n_1+1}-COO-C_3H_7$$

كتلته المولية: $M_{(ester)}=14n_1+88$

الكتلة المولية للملح: $M'=14n_1+68$

ايجاد الصيغة الجزيئية المجملة: $5,1g\rightarrow4,1g$

$$14n_1+88\rightarrow14n_1+68\Leftrightarrow n_1=1$$

إذن صيغة الاستر هي: $CH_3-COO-C_3H_7$

الصيغة نصف المفصلة: $CH_3-COO-\underset{\substack{|\\CH_3}}{CH}-CH_3$

اسمه: ايثانوات -1-ميثيل ايثيل

2-أ- معادلة إماهة الاستر:

$$CH_3-COO-\underset{\substack{|\\CH_3}}{CH}-CH_3+H_2O=$$
$$CH_3-COOH+CH_3-CHOH-CH_3$$

ب- حساب مردود التفاعل:

$$n_{0(ester)}=\frac{m}{M}=\frac{5,1}{102}=0,05mol$$

$$n_{0(eau)}=\frac{m}{M}=\frac{0,540}{18}=0,03mol$$

$$n_{(acide)}=CV=0,5\times0,03=0,015mol$$

$$r=\tau_f\times100=\frac{x_f}{x_{max}}\times100=\frac{n_{(acide)}}{n_{0(eau)}}\times100$$

$$=\frac{0,015}{0,03}\times100=50\%$$

ج- حساب ثابت التوازن : $K=\frac{[Acide]_f \times [Alcool]_f}{[Ester]_f \times [Eau]_f}$

جدول التقدم :

المعادلة	$C_5H_{10}O_2$ +	H_2O =	$C_2H_4O_2$ +	C_3H_8O
ح إ	0,05mol	0,03mol	0	0
ح ن	0,05-,0015=0,035	0,03-0,015=0,015	x_f=0,015	x_f=0,015

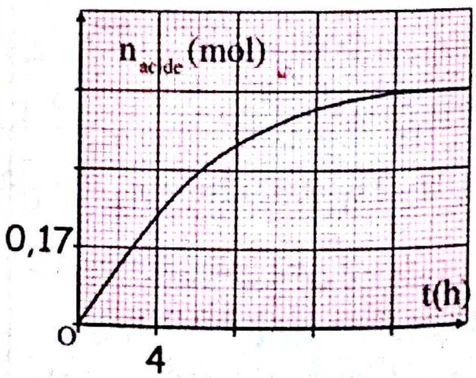
$$K=\frac{\frac{0,015}{V}\times\frac{0,015}{V}}{\frac{0,015}{V}\times\frac{0,035}{V}}=0,43$$

3-ينزاح التفاعل في الاتجاه الذي ينقص من المادة المضافة أي في اتجاه تفاعل الاسترة .

التمرين10

تفاعل 1,5 mol من استر عضوي (A) صيغته هي : CH_3COOR_1 (حيث R_1 جذر ألكيلي) مع 27g من الماء .

نقوم بدراسة تغيرات كمية مادة حمض الإيثانويك المتشكل بدلالة الزمن فنتحصل على المنحنى المعطى في الشكل التالي:



1- أكتب معادلة التفاعل و أذكر مميزاته.

2- أحسب قيمة مردود التفاعل واستنتج صنف الكحول الناتج.

3- علما أنّ كتلة الأستر المستعمل هي 153 g ، استنتج الصيغة نصف المفصلة للكحول واسمه واسم الأستر المتفاعل.

4- عند بلوغ التفاعل حدّه نضيف للأستر المتبقي كمية كافية من الصود ، أكتب معادلة التفاعل واذكر إسم النواتج.

5- أحسب كتلة الملح الناتج.

يعطى: $M_{Na}=23g/mol$ ، $M_O=16g/mol$

$M_C=12g/mol$ ، $M_H=1g/mol$

الحل:

1- معادلة التفاعل هي:

$$CH_3COOR_1 + H_2O = CH_3COOH + R_1OH$$

مميزات تفاعل الإماهة هي: محدود - لا حراري - عكوس - بطيء .

2- حساب مردود التفاعل .

- حساب كمية مادة الماء الإبتدائية:

$$n_{0(H_2O)}=\frac{m}{M}=\frac{27}{18}=1,5mol$$

و بالتالي عبارة مردود التفاعل هي:

$$r=\tau_f.100=\frac{x_f}{x_{max}}.100=\frac{n_{acide}}{n_0}.100$$

$$r=\frac{0,17.3}{1,5}.100=34\%$$

r استرة +r إماهة = %100

r استرة =r–100%إماهة=%66=%34 -%100

و بالتالي الكحول المستعمل أولي.

3- حساب الكتلة المولية للاستر : $n=\frac{m}{M}$

$$M=\frac{m}{n}=\frac{153}{1,5}=102g/mol$$

$$M=60+14n$$

$$102=60+14n \ / \ n=3$$

- إيجاد الصيغة الجزيئية للاستر ($CH_3COOC_nH_{2n+1}$):

وبالتالي صيغة الأستر هي: $CH_3COOC_3H_7$ و صيغة الكحول المجملة هي C_3H_7OH وصيغته نصف المفصلة هي: CH_3- CH_2- CH_2- OH بروبان-1-ول

اسم الأستر هو: إيثانوات البروبيل.

4- معادلة تفاعل الأستر مع الصود:

$$CH_3COOC_3H_7 + NaOH = (Na^+ + CH_3COO^-) + C_3H_7OH$$

نواتج التفاعل هما: إيثانوات الصوديوم و بروبان-1-ول

5- حساب كتلة الملح الناتجة:

التفاعل السابق تام و بالتالي تتفاعل كل كمية مادة الأستر.

حساب كمية مادة الأستر المتبقي من التفاعل -1-:

$$n = n_0 - n_{acide} = 1,5 - 0,51 = 0,99mol$$

$$1mol \text{ (الأستر)} \longrightarrow 1mol \text{ (الملح)}$$

و بالتالي: n (الملح) $= 0,99mol$

- حساب كتلة الملح الناتج:

$$n = \frac{m}{M} \longrightarrow m = n.M = 0,99.82 = 81,18g$$

التمرين11

نعتبر العمود ذي الرمز $Cu \mid Cu^{2+} \,\vdots\vdots\, Ag^{+} \mid Ag$ و الذي يتشكل من صفيحة من النحاس مغمورة في محلول كبريتات النحاس II حجمه 100 mL حيث: $[Cu^{2+}] = 0,2mol/L$ وصفيحة من الفضة مغمورة في محلول من نترات الفضة حجمه 100 mL حيث: $[Ag^{+}] = 0,2mol/L$ ومن جسر ملحي عبارة عن ورق ترشيح مبلل بمحلول كلور البوتاسيوم.

1- حدد الثنائيتين مر/ مؤ الداخلتين في تشغيل العمود.

2- أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي الذي يحدث في العمود.

3- في أي إتجاه تتطور الجملة علما أن ثابت التوازن: $K=2,1.10^{15}$.

- ماذا يمكن القول عن التحول السابق؟

4- إذا كان العمود ينتج تيارا كهربائيا مستمرا شدته I=0,2A خلال مدة زمنية Δt=2h، أحسب كمية الكهرباء التي ينتجها العمود خلال هذه المدة.

5- عين التركيزين الموليين النهائيين للشوارد Ag^{+} و Cu^{2+} مستعينا بجدول التقدم.

الحل:

1- الثنائيتين مر/ مؤ الداخلتين في تشغيل العمود هما:

Ag^+/Ag و Cu^{2+}/Cu

2- المعادلة النصفية للأكسدة هي: $Cu = Cu^{2+} + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع هي: $Ag^+ + e^- = Ag$

معادلة الأكسدة و الإرجاع هي: $Cu+2Ag^+=Cu^{2+}+2Ag$

3- لمعرفة إتجاه تطور الجملة نحسب كسر التفاعل الإبتدائي:

$$Q_{ri} = \frac{[Cu^{2+}]_i}{[Ag^{+}]_i^2} = \frac{\frac{0,2.0,1}{0,1}}{\left(\frac{0,2.0,1}{0,1}\right)^2} = 5$$

بما أن $Qri < K$ فالجملة تتطور في الإتجاه المباشر للتفاعل.

- يمكننا القول عن هذا التحول أنه تام لأن $K > 10^4$

أي $Cu + 2Ag^{+} \rightarrow Cu^{2+} + 2Ag$

4- كمية الكهرباء التي ينتجها العمود هي:

$$Q=I.\Delta t=0,2.2.3600=1440C$$

5- جدول التقدم:

المعادلة	$Cu +$	$2Ag^{+} \rightarrow$	$Cu^{2+} +$	$2Ag$
ح ا	n_1	0,02	0,02	n_2
ح ن	$n_1 - x_f$	$0,02-2x_f$	$0,02+2x_f$	n_2+2x_f

بما أن Ag^{+} هو الذي يختفي تماما فإن:

$$0,02 - 2x_f = 0 \longrightarrow x_f = 0,01mol$$

إذن في نهاية التفاعل يكون: $[Ag^+]=0$

$$[Cu^{2+}] = \frac{0,02 + x_f}{V} = \frac{0,02+0,01}{0,1} = 0,3mol/L$$

التمرين12

نضع في وعاء التحليل الكهربائي 100 mL من محلول نترات الفضة حيث $[Ag^{+}]=0,1mol/L$ مع إستعمال مسريين من الغرافيت و اللذين نوصلهما إلى قطبي مولد للتيار الكهربائي المستمر، فتكون شدة التيار I=0,2A

و نلاحظ حينئذ انطلاق غاز ثنائي الأكسجين O_2 عند المصعد و يترسب معدن الفضة عند المهبط .

1- أكتب معادلة التفاعل المنمذج لعملية التحليل الكهربائي.

2- كم تكون كمية الكهرباء المستهلكة بعد مرور مدة زمنية قدرها 15 min من العملية و ما هو تقدم التفاعل آنذاك؟

3- باعتبار التحول تام،هل تكون عملية التحليل الكهربائي قد انتهت؟

4- أحسب كتلة الفضة المترسبة وما هو حجم غاز الأكسجين O_2 المنطلق ؟

يعطى: الحجم المولي $V_M = 24 L/mol$

الحل:

1- المعادلة النصفية للأكسدة هي:

$$2H_2O = O_2 + 4H^+ + 4e^-$$

- المعادلة النصفية للإرجاع هي: $Ag^+ + e^- = Ag$

- معادلة الأكسدة والإرجاع هي:

$$2H_2O + 4Ag^+ = O_2 + 4H^+ + 4Ag$$

2- حساب كمية الكهرباء: $Q = I.\Delta t = 0,2.15.60 = 180C$

- حساب مقدار التقدم x آنذاك:

عدد الإلكترونات المحولة عند حدوث التفاعل هي $n(e^-) = 4$

$$Q = n(e^-).x.F$$

$$\rightarrow x = \frac{Q}{n(e^-).F} = \frac{180}{4.96500} = 5.10^{-4} mol$$

3- حساب x_f:

نستعين بجدول التقدم:

المعادلة	$2H_2O$	$+4Ag^+$	$=O_2$	$+4H^+$	$+4Ag$
ح إ	بزيادة	0,01	0	0	0
ح ن	بزيادة	$0,01 - 4x_f$	x_f	$4x_f$	$4x_f$

شوارد Ag^+ هي التي تختفي تماما و عليه:

$$0,01 - 4x_f = 0 \rightarrow x_f = \frac{0,01}{4} = 2,5.10^{-3} mol$$

بما أن $x < x_f$ فإن التحول لم ينته.

4- حساب كتلة الفضة المترسبة:

$$m = n.M = 4x.M = 4.5.10^{-4}.108 = 0,216g$$

- حساب حجم غاز الأكسجين المنطلق:

$$V(O_2) = n.V_M = x.V_M = 5.10^{-4}.24 = 12.10^{-3} L$$

التمرين13

لإنجاز عمود يتطلب الأدوات التالية :

كأس يحتوي على الحجم V_1 من محلول نترات الرصاص $(Pb^{2+} + 2NO_3^-)$ تركيزه المولي $C_1 = 1.10^{-1} mol/L$

وكأس ثاني مكون من حجم $V_1 = V_2$ من محلول مائي لنترات الفضة $(Ag^+ + NO_3^-)$ تركيزه المولي $C_1 = C_2$

وسلك من معدن الفضة و سلك من معدن الرصاص ، جسر ملحي ، مقاومة R .

1- أرسم شكلا تخطيطيا للعمود مدعما بالبيانات .

2- نستخدم جهاز فولط – متر من أجل تحديد أقطاب العمود فتبين أن $U_{Ag} \rangle U_{Pb}$.

أ – بين على المخطط السابق طريقة ربط جهاز الفولط–متر مع توضيح القطبين الموجب و السالب للعمود .

ب – أكتب المخطط الإصطلاحي للعمود (رمز العمود) .

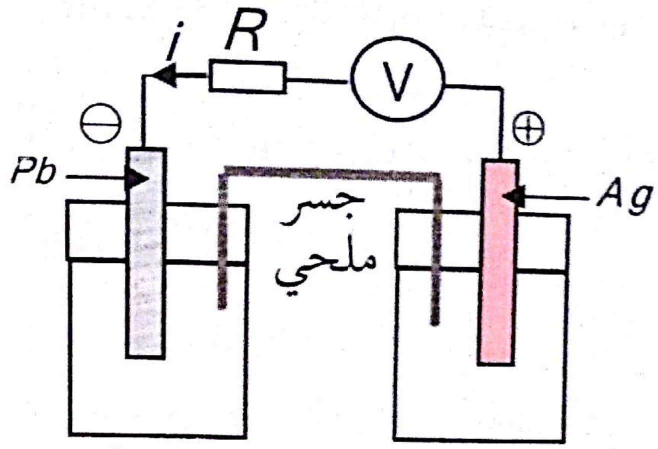
3- أكتب معادلة التفاعل أكسدة –إرجاع المنمذجة للتحول الحادث بالثنائيتين مرامز (Pb^{2+}/Pb)،(Ag^+/Ag) .

4-أ – أحسب قيمة كسر التفاعل Q_{ri} في الحالة الإبتدائية و بين جهة التطور التلقائي للجملة علما ان ثابت التوازن $K = 4,6.10^{36}$.

ب – يشتغل العمود بشدة تيار ثابتة $I = 65 mA$ و بعد مدة زمنية Δt من الإشتغال تكون قيمة تقدم التفاعل $x = 1,21.10^{-3} mol$. أحسب قيمة Δt .

الحل:

1- الشكل التخطيطي :



$(Pb^{2+}, 2NO_3^-)$ (Ag^+, NO_3^-)

ب- المخطط الإصطلاحي للعمود.

$\ominus\ Pb_{(s)}/Pb^{2+}_{(aq)} \qquad Ag^+_{(aq)}/Ag^+_{(s)}\ \oplus$

3- المعادلات :

المعادلة النصفية للأكسدة: $Pb_{(s)} = Pb^{2+}_{(aq)} + 2\bar{e}$

المعادلة النصفية للإرجاع: $2\times(Ag^+_{(aq)} + 1\bar{e} = Ag_{(s)})$

معادلة الأكسدة-إرجاع:

$$2Ag^+_{(aq)} + Pb_{(s)} = Pb^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$$

4- أ- حساب كسر التفاعل في الحالة الإبتدائية:

$$Q_{ri} = \frac{[Pb^{2+}]}{[Ag^+]^2} = \frac{C_1}{C_2^2} = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10$$

نلاحظ أن $Q_{ri} \langle K$ و منه تتطور الجملة في الإتجاه المباشر.

ب- حساب قيمة Δt :

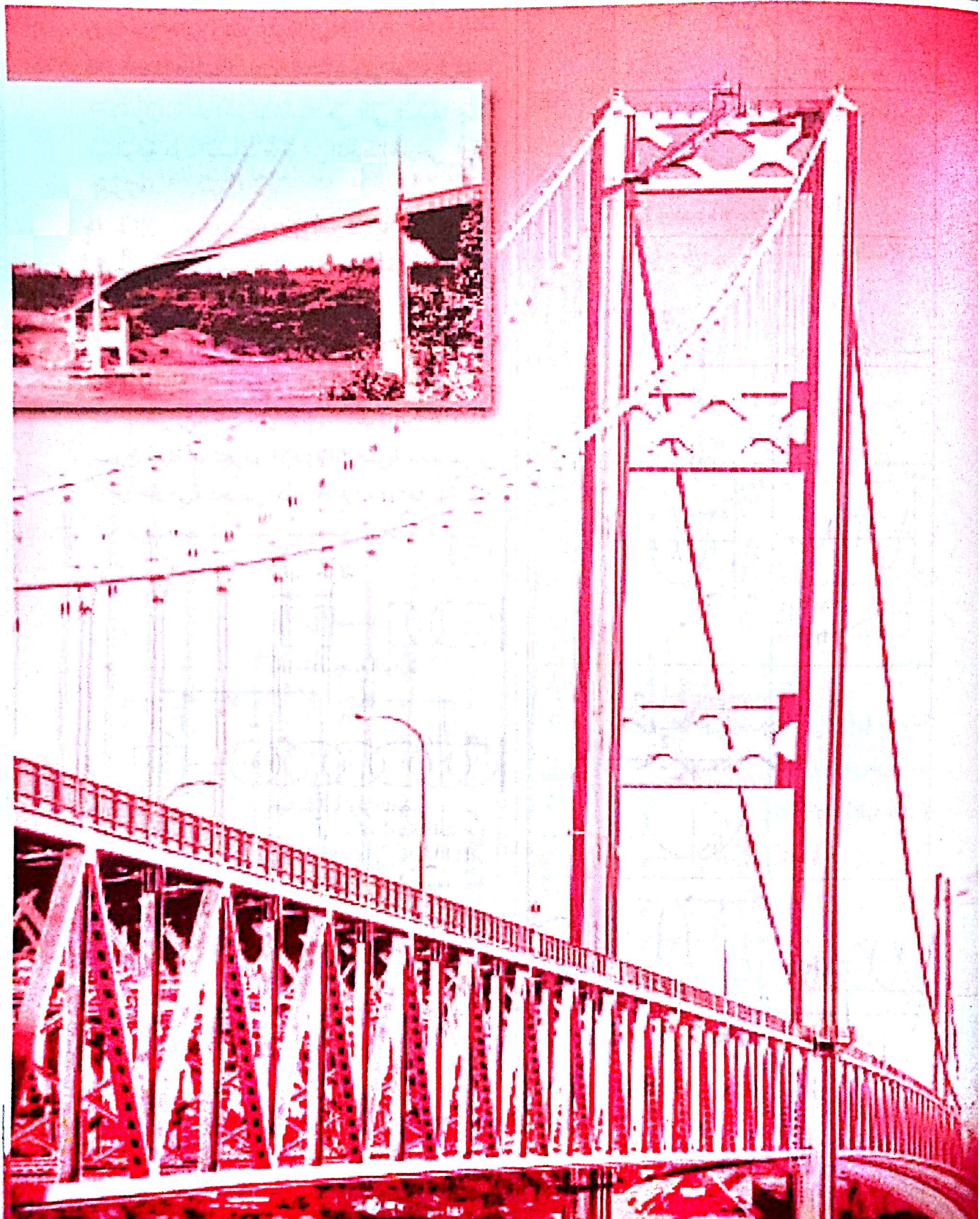
$$Q = I \times \Delta t = n(e^-).x.F$$

$$\Delta t = \frac{n(e^-).x.F}{I} = \frac{2\times1,21.10^{-3}\times96500}{65.10^{-3}}$$

$$\Delta t = 3592,8\ s \approx 1\ h$$

الوحدة
7

التطورات الاهتزازية



الجزء 1 : الاهتزازات الميكانيكية:

1- تعاريف :

الجملة الميكانيكية المهتزة: هي كل جملة تقوم بحركة ذهابا وإيابا على جانبي وضع توازنها منها:

أ- الاهتزازات الميكانيكية منها الحرة: وهي على 3 أنماط.

- الاهتزازات الحرة غير المتخامدة: هي التي تنجزها جملة ميكانيكية دون اكتساب طاقة من المحيط الخارجي أثناء إهتزازها.

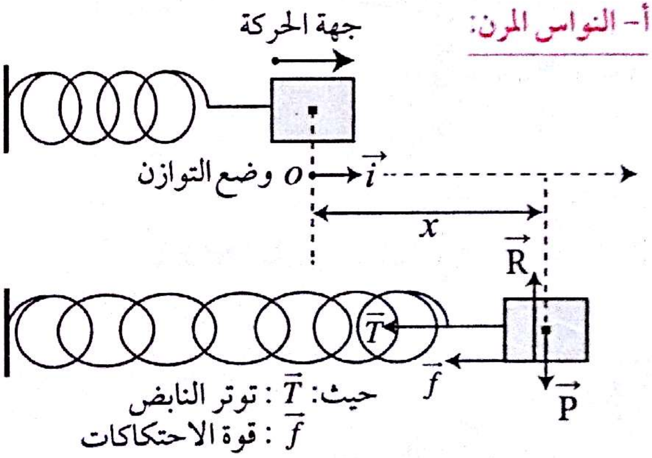
الاهتزازات الحرة المتخامدة:هي التي تنجزها جملة ميكانيكية فتفقد جزء من طاقتها للوسط الخارجي بفعل الاحتكاكات.

الاهتزازات الحرة المغذاة: هي التيتنجزها جملة ميكانيكية بتعويض الطاقة المفقودة خلال اهتزازها بواسطة تجهيز مناسب.

ب- الاهتزازات الميكانيكية القسرية : نقول عن جملة ما في شروط معينة أنها تتعرض الاهتزازات قسرية عندما يفرض عامل خارجي (المحرض) دور اهتزازاته على هذه الجملة.

2- دراسة بعض الجمل في حالة الاهتزازت الحرة.

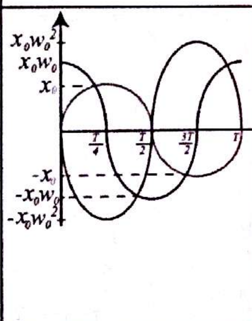
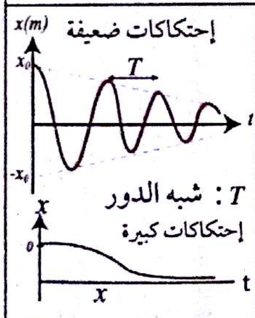
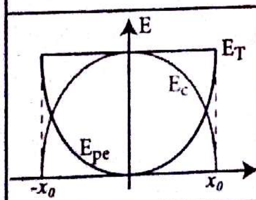
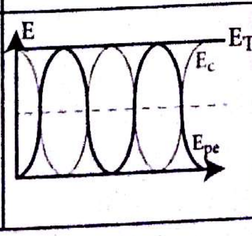
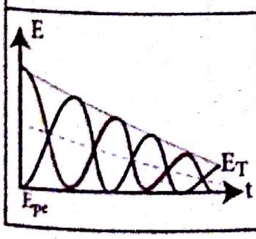
أ- النواس المرن:



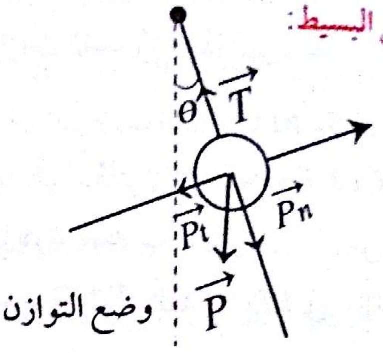
حيث: $\vec{T}$: توتر النابض

$\vec{f}$: قوة الاحتكاكات

x:مقدار إزاحة الجملة

	الاهتزازات غير المتخامدة أو المغذاة $f=0$	الاهتزازات المتخامدة $f=\lambda v$
المعادلة التفاضلية	بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}ext = m\vec{a}$ $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$ بعد الإسقاط على المحور $(o,\vec{i})$ $-T=ma$ $-kx=m\frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$	بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}ext = m\vec{a}$ $\vec{P}+\vec{R}+\vec{f}+\vec{T}=m\vec{a}$ بعد الإسقاط على المحور $(o,\vec{i})$ $-T-f=ma$ $-kx-\lambda v=ma$ $-\frac{k}{m}x-\frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt}+\frac{k}{m}=0$
حل المعادلة التفاضلية	$x(t)=x_0\cos(w_0t+\varphi_0)$ حيث x_0 سعة الحركة w_0 : نبض الحركة φ_0 الصفحة الابتدائية$(t=0)$ وتحدد من الشروط الابتدائية	
نبض الحركة $\left(\frac{rd}{s}\right)$	$w_0^2=\frac{k}{m}$ $w_0=\frac{2\pi}{T_0}$	
دور الحركة (s)	$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	
البيانات x, v, a بدلالة الزمن باعتبار: $x(0)=0$ $v(0)>0$		
الطاقة (j)	$E_T=E_c+E_{pe}$ $=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$	
مخططات الطاقة بدلالة الفاصلة x		
مخططات الطاقة بدلالة الزمن t		

ب- النواس البسيط:



المعادلة التفاضلية بدلالة x (اهتزازات حرة غير متخامدة)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}ext = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور المماسي والموجه باتجاه الإزاحة نجد:

$$P_t = ma_t$$

$$-mg\sin\theta = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

من جهة أخرى: $\sin\theta = \frac{x}{\ell}$ بالتعويض نجد:

$$-mg\frac{x}{\ell} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{\ell}x = 0$$

حل المعادلة التفاضلية: $x = x_0\cos(w_0t + \varphi_0)$

نبض الحركة: $w_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{2\pi}{T_0}$

دور الحركة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

المعادلة التفاضلية بدلالة θ :

علما أنه في الزوايا الصغيرة: $\sin\theta \approx \theta = \frac{x}{\ell}$

بالتعويض في حل المعادلة التفاضلية السابقة نجد:

$$\frac{x}{\ell} = \frac{x_0}{\ell}\cos(w_0t + \varphi_0)$$

$$\frac{x}{\ell} = \frac{x_0}{\ell}\cos(w_0t + \varphi_0)......(1)$$

نشتق العلاقة (1) مرتين نجد:

$$\theta' = -\theta_0 w_0 \sin(w_0t + \varphi_0)$$

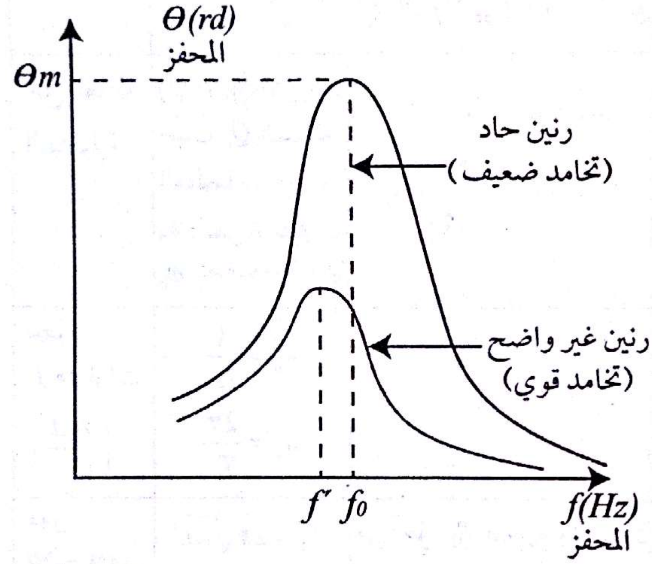
$$\theta'' = -\theta_0 w_0^2 \cos(w_0t + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + w_0^2\theta_0\cos(w_0t + \varphi_0) = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + w_0^2\theta_0 = 0$$

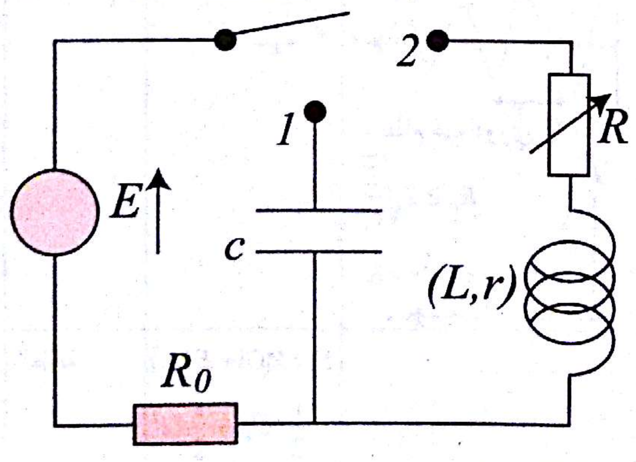
3- الاهتزازات القسرية:

يتكون هذا الجهاز من نواسين ثقليين يربط بينهما على مستوى محور دورانهما المشترك نابض حلزوني ، النواس الذي يحمل الكتلة الزالقة هو المحفز (المثير)، عندما نزيحه عن موضع توازنه ثم نحرره يهتز ويجبر النواس الثاني (المجاوب) على الاهتزاز بتواتر مساو لتواتره، نقول أن اهتزازات هذا الأخير أصبح تقسرية، وبتغيير تواتر المجاوب (تغيير وضع الكتلة الزالقة) نحصل على الرنين عندما يصبح للنواسين نفس الدور (نفس التواتر).



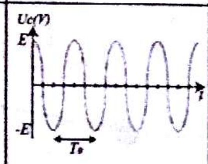
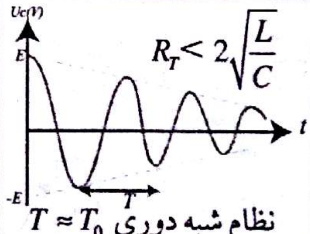
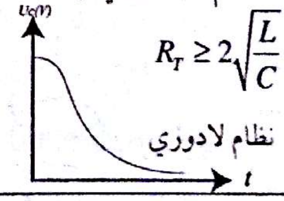
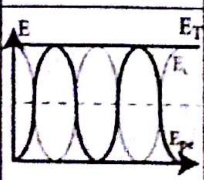
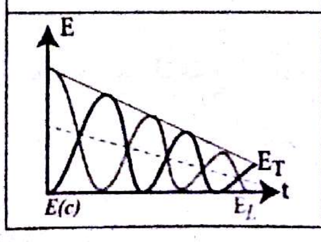
الجزء 2: الاهتزازات الكهربائية

1- الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية



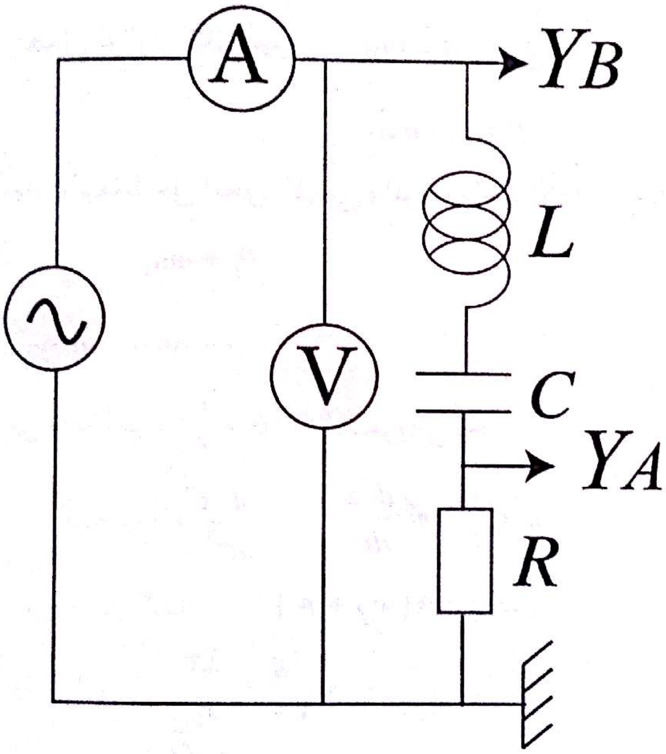
عند وضع الوضع 1 تشحن المكثفة بواسطة المولد

عند وضع الوضع 2 تتفرغ المكثفة تلقائيا في الوشيعة

	الاهتزازات غير المتخامدة $R+r=0$	الاهتزازت متخامدة $R+r\neq 0$
المعادلة التفاضلية بدلالة q	$U_C+U_L=0$ $\frac{q}{c}+L\frac{di}{dt}=0$ $i=\frac{dq}{dt}$ $\frac{q}{c}+\frac{d^2q}{dt^2}=0$ $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{Lc}q=0$	$U_C+U_R+U_L=0$ $\frac{q}{c}+Ri+ri+L\frac{di}{dt}=0$ $\frac{q}{c}+i(R+r)+L\frac{di}{dt}=0$ $i=\frac{dq}{dt}$ $\frac{q}{c}+(R+r)\frac{dq}{dt}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0$ $\frac{d^2q}{dt^2}+\left(\frac{R+r}{L}\right)\frac{dq}{dt}+\frac{1}{Lc}q=0$
حل المعادلة التفاضلية	$q=Q_0\cos(w_0 t+\varphi_0)$ حيث Q_0 الشحنة العظمية w_0 : نبض الاهتزازات φ_0 :الصفيحة الابتدائية	
نبض الاهتزازات $\left(\frac{rad}{s}\right)$	$w_0^2=\frac{1}{L_C}$ $w_0=\frac{2\pi}{T_0}$	
دور الاهتزازات	$T_0=2\pi\sqrt{LC}$	من أجل R_T صغيرة جدا يكون $T_0\approx T$
البيان $U_C=f(t)$		 $R_T<2\sqrt{\frac{L}{C}}$ نظام شبه دوري $T\approx T_0$  $R_T\geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ نظام لادوري
الطاقة	$E_T=E(C)+E(L)$ $=\frac{1}{2}cU_C^2+\frac{1}{2}Li^2$	
مخططات الطاقة بدلالة الزمن		

2- الاهتزازات القسرية لجملة كهربائية:

رأينا سابقا أن اهتزازات الدارة RLC تكون حرة متخامدة فعند ربطها بمولد للتوترات المنخفضة GBF على التسلسل فإنه يزودها بتوتر متناوب جيبي أي يفرض عليها نظام متناوب جيبي، نقول أن الدارة RLC في حالة نظام جيبي قسري.



نشاهد على شاشة راسم الاهتزازا المهبطي مايلي:

يتطور $U_R(t)$ (أي $i(t)$)و $U(t)$ يشكل دوري وجيبي متناوب يكون لهما نفس الدور T وبالتالي نفس التواتر f للمولد قابل للتغيير يختلف في البداية عن التواتر الذاتي :

$$f_0=\frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

ممانعة ثنائي القطب RLC :

نطلق لفظ ممانعة الدارة على النسبة $\frac{Ueff}{Ieff}$ لذا نكتب:

$$Z=\frac{Ueff}{Ieff}=\frac{U_{max}}{I_{max}}$$ وهي تقدر بـ Ω

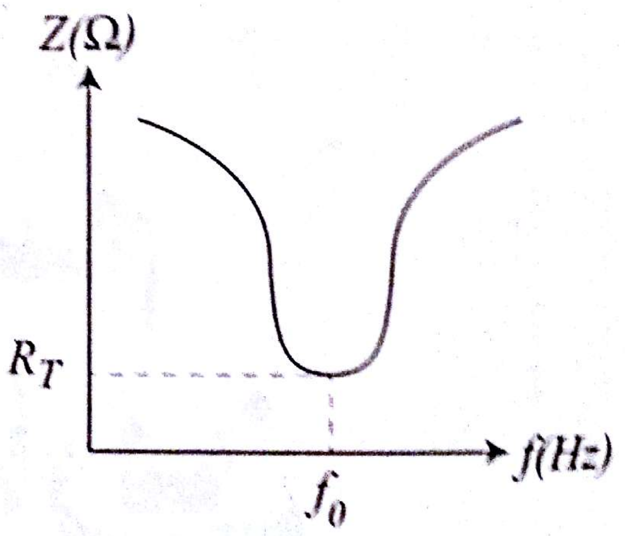
ملاحظة: $Ueff = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ ، $Ieff = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

تأثير العوامل R, L, C على ممانعة ثنائي القطب RLC

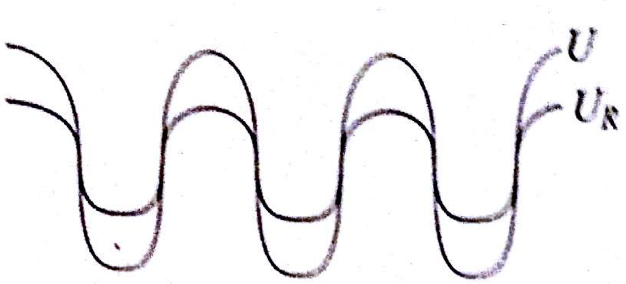
تأثير R : كلما ازدادت المقاومة R ازدادت الممانعة Z

تأثير L و C: كلما ازدادت L أو C تناقصت ممانعة الدارة حتى تصل لقيمة صغرى عند التجاوب، ثم تبدأ بعدها بالتزايد.

تأثير f : كلما ازدادت f ، تناقصت ممانعة الدارة حتى تصل لقيمة صغرى عند التجاوب ثم تبدأ بعدها بالتزايد

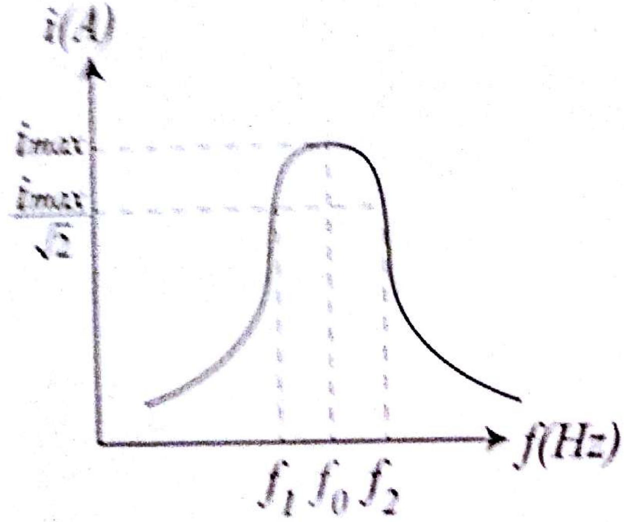


ملاحظة:عند التجاوب تكون الإشارتان الناتجتان عن التوتر $U(t)$ و $U_R(t)$ (أي $i(t)$) على توافق



الشريط النافذ ومعامل الجودة:

منحنى التجاوب $i = g(f)$



ندعو المقدار $\Delta f = f_2 - f_1$ بالشريط النافذ

ندعو المقدار $Q = \frac{\Delta f}{f_0}$ بمعامل الجودة

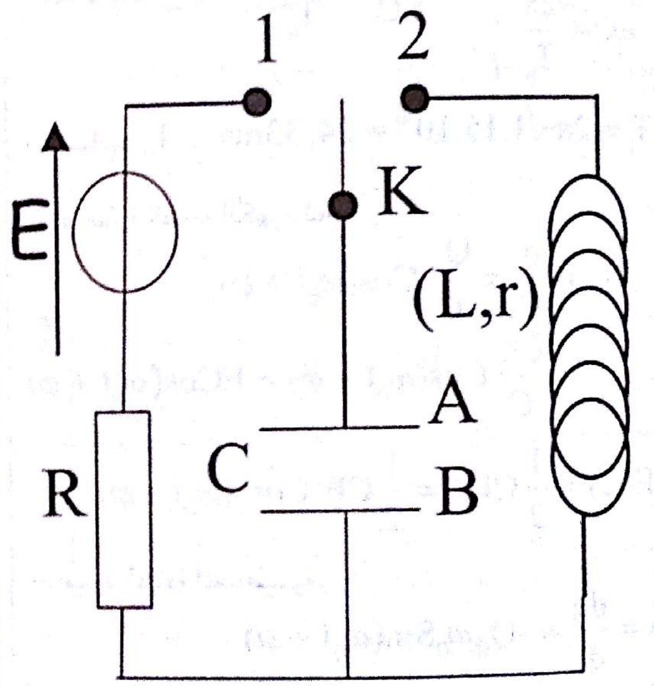
قسم التمارين

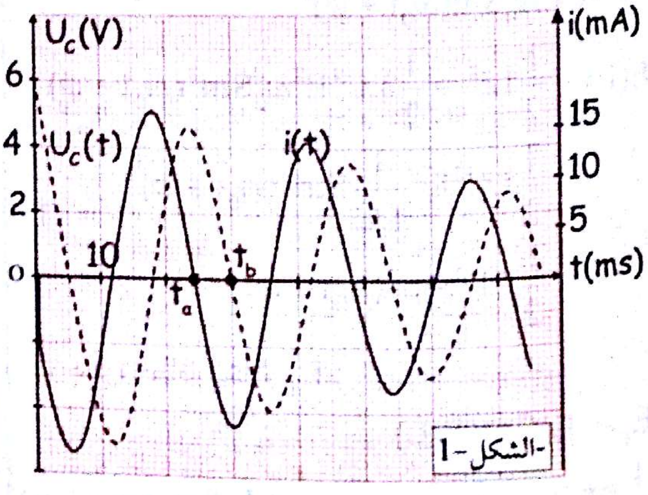
التمرين01

نحقق الدارة الموضحة في الشكل المقابل حيث $C = 15\mu F$، $R = 10k\Omega$ ، $L = 1,0H$.

توضع البادلة في الوضع 1 فتشحن المكثفة بواسطة مولد التيار للتيار المستمر.

1- نضع البادلة في الوضع 2 و يسمح تجهيز مناسب بمتابعة تغيرات التوتر U_C بين طرفي المكثفة و تغيرات شدة التيار المار في الدارة حسب الشكل-1-





-الشكل-1-

أ/ ما هو نمط الإهتزازات؟

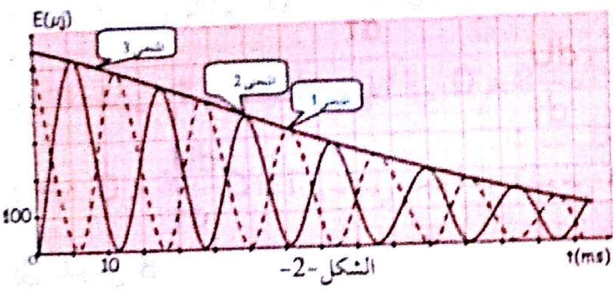
ب/ إنطلاقا من أحد المنحنيين عين قيمة شبه الدور.

جـ/ اعط العلاقة التي تربط بين شدة التيار i و التوتر U_C .

د/ إعتمادا على المنحنيين بين اللحظتين t_a و t_b، هل المكثفة في حالة شحن أم تفريغ؟علل.

هـ/ إعتمادا على المنحنى $U_C(t)$، أوجد قيمة i عند اللحظة t_a و الجهة الحقيقية لمرور التيار الكهربائي بين اللحظتين t_a و t_b.

2- من أجل دراسة الطاقة الكلية E_T للدارة يعطى في الشكل -2- تغيرات الطاقات الثلاث E_T، $E(C)$، $E(L)$ بدلالة الزمن.



أ/ حدد المنحنى الموافق لكل طاقة.

ب/ فسر باختصار تناقص الطاقة الكلية للدارة.

3- نعتبر أن مقاومة الوشيعة مهملة .

أ/ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الشحنة q.

ب/ إستنتج العبارة الحرفية للدور بدلالة L, C واحسب قيمته.

جـ/ أعط عبارة الطاقة الكهربائية والطاقة المغناطيسية بدلالة: $C, L, t, E, \omega_0, \varphi$.

د/ أثبت أن الطاقة الكلية محفوظة.

الحل:

1-أ/ لا يوجد مولد في دارة التفريغ إذن الإهتزازات حرة متخامدة.

ب/ إيجاد قيمة شبه الدور:

من المنحنى $U_C(t)$ لدينا:

$$1,25T \rightarrow 30ms \Rightarrow T = 24ms$$

جـ/ العلاقة بين i و U_C :

$$\left.\begin{array}{l} i = \dfrac{dq}{dt} \\ q = CU_C \end{array}\right\} \Rightarrow i = C\dfrac{dU_C}{dt}$$

د/ عند اللحظة $t = t_a$ يكون U_C أعظمي.

عند اللحظة $t = t_b$ يكون $U_C = 0$

إذن بين اللحظتين t_a و t_b تكون المكثفة في حالة تفريغ.

هـ/ من المنحنى $U_C(t)$ عند اللحظة $t = t_a$ يكون U_C أعظميا و ثابتا و بالتالي $\frac{dU_C}{dt} = 0$

و بالتالي: $i = C\frac{dU_C}{dt} = 0$

بين اللحظتين t_a و t_b يتناقص U_C أي $\frac{dU_C}{dt} < 0$

و عليه $i = C\frac{dU_C}{dt} < 0$ و بالتالي يتجه i من اللبوس A إلى اللبوس B.

2-أ/ عند اللحظة $t = 0$ يكون $i = 0$ أي $E(L) = \frac{1}{2}Li^2 = 0$

و عليه المنحنى -2- يمثل تغيرات الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة.

- عند $t = 0$ يكون $U_C \neq 0$ أي $E(C) = \frac{1}{2}CU_C^2 \neq 0$

و عليه المنحنى -1- يمثل تغيرات الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة.

- المنحنى -3- يمثل مجموع الطاقتين $E(C)$ و $E(L)$ أي يمثل تغيرات الطاقة الكلية E_T.

ب/ تتناقص الطاقة الكلية للدارة بسبب وجود ضياع في الطاقة في المقاومة الداخلية للوشيعة بفعل جول.

3-أ/ المعادلة التفاضلية:

$$U_C + U_L = 0$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

ب/ حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:

$$q = Q_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق الحل مرتين نجد: $\frac{dq}{dt} = -Q_0\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -Q_0\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + Q_0\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد:

$$\left.\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{1}{LC} \\ \omega_0 &= \frac{2\pi}{T_0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{LC} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

- حساب T_0 : $T_0 = 2\pi\sqrt{1.15.10^{-6}} = 24,33ms$

جـ/ عبارة الطاقة الكهربائية:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{Q_0}{C}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{CE}{C}\cos(\omega_0 t + \varphi) = E\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E(C) = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2}CE^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

- عبارة الطاقة المغناطيسية:

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q_0\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= -CE\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E(L) = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LC^2E^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}LC^2E^2\frac{1}{LC}\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}CE^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

د/ عبارة الطاقة الكلية E_T:

$$E_T = E(C) + E(L)$$

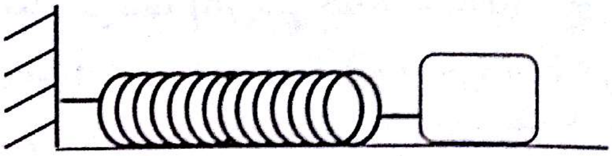
$$= \frac{1}{2}CE^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}CE^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}CE^2\left(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)\right)$$

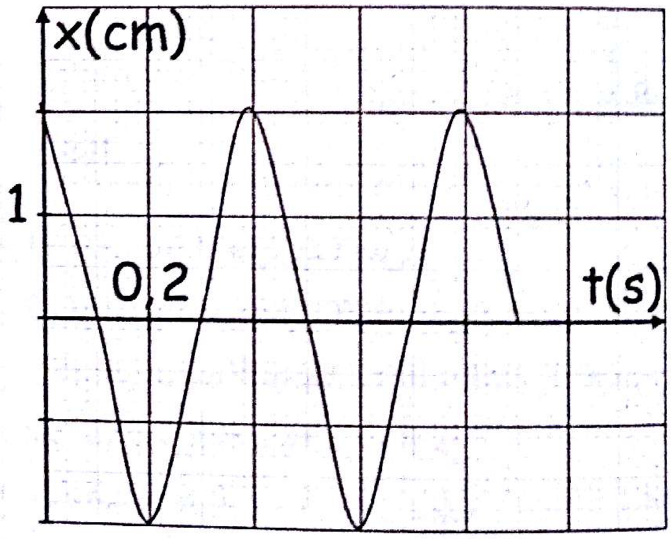
$$= \frac{1}{2}CE^2 = Cte$$

التمرين02

يتشكل هزاز من نابض مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته k، طرفه الأوّل مثبت بنقطة ثابتة و الطرف الثاني مثبت بجسم صلب كتلته m=170g يمكنه الإنزلاق على مستوي أفقي كما في الشكل التالي:



يسمح تجهيز مناسب بالحصول على تسجيل المطال x لمركز عطالة الجسم بدلالة الزمن t و الممثل في البيان التالي:



1- إعتمادا على التسجيل السابق ، هل حركة الهزاز متخامدة؟ برر إجابتك.

2-أ/ أي من العبارات التالية تمثل دور الهزاز الكهربائي؟

$$T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ ، } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ ، } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ب/ ما هي قيمة الدور؟

جـ/ استنتج قيمة ثابت المرونة k.

3- تعطى المعادلة الزمنية للبيان السابق كالآتي:

$$x = X_0 Cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

أ/ عين بيانيا سعة الإهتزازات X_0 و الصفحة الإبتدائية φ.

ب/ أكتب عبارة الطاقة الميكانيكية بدلالة: X_0 ، k. ثم أحسب قيمتها.

جـ/ إستنتج قيمة سرعة الجسم عندما يمر بالمطال $x = 0$.

يعطى: $\pi^2 \simeq 10$

الحل:

1- حركة الهزاز ليست متخامدة لعدم تناقص السعة (عدم وجود إحتكاكات).

2-أ/ لتحديد العبارة الصحيحة نستخدم التحليل البعدي لكل عبارة:

العبارة 1: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$[T_0]=\frac{[m]^{1/2}}{[k]^{1/2}}=\frac{[m]^{1/2}}{\frac{[F]^{1/2}}{[x]^{1/2}}}=\frac{[m]^{1/2}.[x]^{1/2}}{[m]^{1/2}.[a]^{1/2}}=\frac{[L]^{1/2}}{\frac{[L]^{1/2}}{[T]}}=[T]=s$$

العبارة 2: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$[T_0]=\frac{[k]^{1/2}}{[m]^{1/2}}=\frac{\frac{[F]^{1/2}}{[x]^{1/2}}}{[m]^{1/2}}=\frac{[m]^{1/2}.[a]^{1/2}}{[m]^{1/2}.[x]^{1/2}}=\frac{\frac{[L]^{1/2}}{[T]}}{[L]^{1/2}}=[T]^{-1}=s^{-1}$$

العبارة 3: $T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$[T_0] = \frac{[m]^{1/2}}{[k]^{1/2}} = [T] = s$$

لكن الدراسات التجريبية أثبتت أن عبارة الدورهي:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

ب/ تعيين الدور T_0:

من البيان نجد: $T_0 = 0,4s$

جـ/ حساب ثابت المرونة k: $T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$

$$\Rightarrow k = 4\pi^2\frac{m}{T_0^2} = 4.10.\frac{0,17}{0,4^2} = 42,5 \text{ N/m}$$

3-أ/ سعة الإهتزازات هي: $X_0 = 2cm$

- الصفحة الإبتدائية φ :

لما $t = 0$ يكون $x = 2cm$ و حسب المعادلة :

$$x = X_0Cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$2 = 2Cos\varphi \Rightarrow Cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 + 2\pi n$$

ب/ عبارة الطاقة الحركية:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -X_0\omega_0 Sin\omega_0 t$$

$$E_C = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}mX_0^2\omega_0^2Sin^2\omega_0 t$$

حيث: $\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m}{k}}$

- عبارة الطاقة الكامنة المرونية:

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_0^2Cos^2\omega_0 t$$

- عبارة الطاقة الميكانيكية: $E_m = E_C + E_{Pe}$

$$= \frac{1}{2}mX_0^2\omega_0^2Sin^2\omega_0 t + \frac{1}{2}kX_0^2Cos^2\omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2}mX_0^2\frac{k}{m}Sin^2\omega_0 t + \frac{1}{2}kX_0^2Cos^2\omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2}kX_0^2Sin^2\omega_0 t + \frac{1}{2}kX_0^2Cos^2\omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2}kX_0^2\left(Sin^2\omega_0 t + Cos^2\omega_0 t\right)$$

$$= \frac{1}{2}kX_0^2 = Cte$$

- حساب E_m: $E_m = \frac{1}{2}.42,5.0,02^2 = 8,5.10^{-3}j$

جـ/ حساب السرعة: $x = 0$

$$X_0Cos\omega_0 t = 0 \Rightarrow Cos\omega_0 t = 0$$

$$\omega_0 t = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\upsilon = -X_0\omega_0 Sin\frac{\pi}{2} = -X_0\omega_0$$

أو: $\upsilon = -X_0\omega_0 Sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = X_0\omega_0$

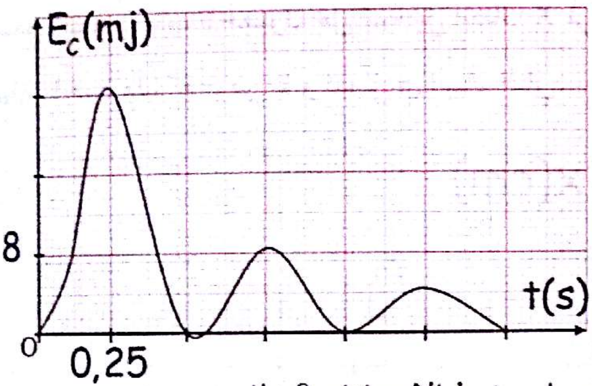
إذن: $\upsilon = \pm X_0\omega_0$

$$\upsilon = \pm 0,02.\sqrt{\frac{42,5}{0,17}} = \pm 0,32m/s$$

التمرين03

يتألف نواس بسيط من خيط مهمل الكتلة غير مرن طوله ℓ معلق من نقطة (o) يحمل كتلة نقطية $m = 100g$

يعطى في الشكل التالي تغيرات الطاقة الحركية E_c للنواس بدلالة الزمن t .

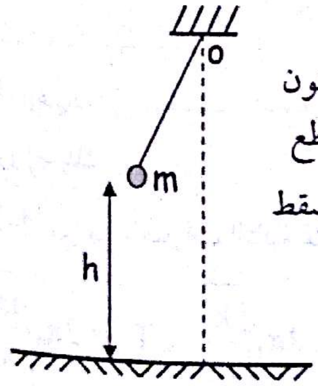


1- ما هو نمط الإهتزازات؟ علل.

2- أوجد قيمة شبه الدور T للإهتزازات الحادثة .

3-أ/ علما أن شبه الدور يقارب الدور الذاتي T_0 للإهتزازات، اعط عبارته مبينا أنه متجانس مع الزمن.

ب/ إستنتج طوله ℓ .



4- في اللحظة $t = 1s$ تكون الكرية على إرتفاع h، ينقطع الخيط لتواصل حركتها و تسقط على سطح الأرض.

أ/ أوجد قيمة السرعة لحظة إنقطاع الخيط .

ب/ أدرس حركة الكرية بعد إنقطاع الخيط علما أنه تهمل دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء .

جـ/ أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

د/ أحسب مدة سقوط الكرية على الأرض علما أن $h = 1,25m$.

يعطى: $\pi^2 \simeq 10$ ، $g = 10m/s^2$

الحل:

1-الإهتزازات حرة متخامدة بسبب الضياع في الطاقة الحركية للوسط الخارجي بفعل الإحتكاكات.

2- حساب قيمة شبه الدور: $\frac{T}{2}=0,5 \Rightarrow T=1s$

3-أ/ عبارة الدور الذاتي: $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

إثبات أنه متجانس مع الزمن:

$$\left[T_0\right]=\frac{\left[l\right]^{1/2}}{\left[g\right]^{1/2}}\frac{\left[L\right]^{1/2}}{\frac{\left[L\right]^{1/2}}{\left[T\right]}}=\left[T\right]=s$$

ب/ إستنتاج طول النواس:

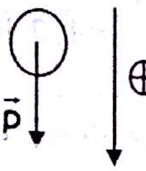
$$T_0^2=4\pi^2\frac{l}{g}\Rightarrow l=\frac{T_0^2 g}{4\pi^2}=\frac{1.10}{4.10}=0,25m$$

4-أ/ قيمة السرعة لحظة إنقطاع الخيط من البيان :

$t=1s$ يكون $E_C=0$ إذن $\upsilon=0$

ب/ دراسة حركة الكرية بعد إنقطاع الخيط :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \overrightarrow{F_{ext}}=m\,\vec{a}$$
$$\vec{P}=m\,\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$P=m\,a$$
$$m\,g=m\,a\Rightarrow a=g\,.....(1)$$

إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

جـ/ كتابة المعادلة الزمنية:

بتكامل العلاقة (1) نجد: $\upsilon=gt+C_1$

نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة إنقطاع الخيط أي لما $t=0$

يكون $\upsilon_0=0=C_1$ إذن: (2) ..... $\upsilon=gt$

بتكامل العلاقة (2) نجد: $y=\frac{1}{2}gt^2+C_2$

نعتبر مبدأ التراتيب لحظة إنقطاع الخيط أي لما $t=0$

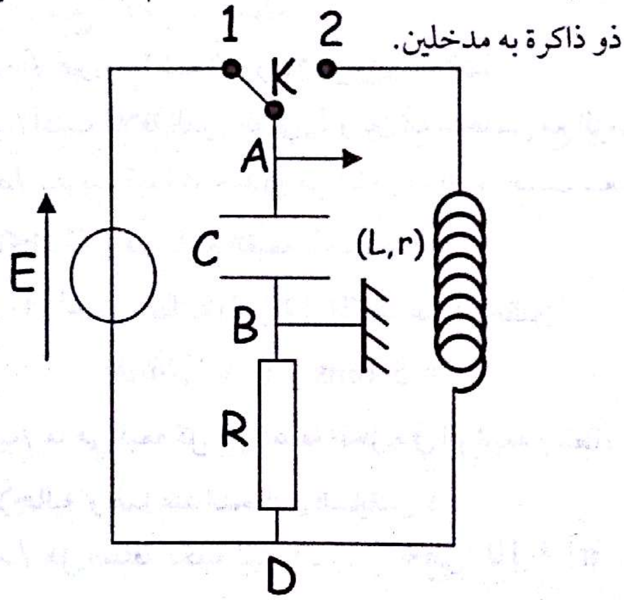
يكون $y_0=0=C_2$ إذن: $y=\frac{1}{2}gt^2$

د/ حساب مدة السقوط :

$$y=h=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2.1,25}{10}}=0,5\ s$$

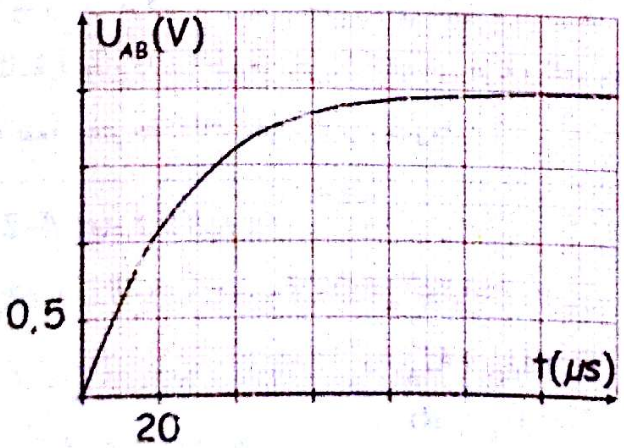
التمرين04

نعتبر التركيب التالي و الذي يتكون من مولد قوته المحركة $E=2V$ مكثفة سعتها C مجهولة ، وشيعة ذاتيتها $L=0,35H$ و مقاومتها الداخلية $r=10\Omega$ ، ناقل أومي مقاومته $R=20\Omega$ ، بادلة K راسم إهتزاز مهبطي ذو ذاكرة به مدخلين.



I- المكثفة غير مشحونة و البادلة في الوضع (1).

يسمح راسم الإهتزاز المهبطي بتوضيح التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن حسب الشكل التالي:



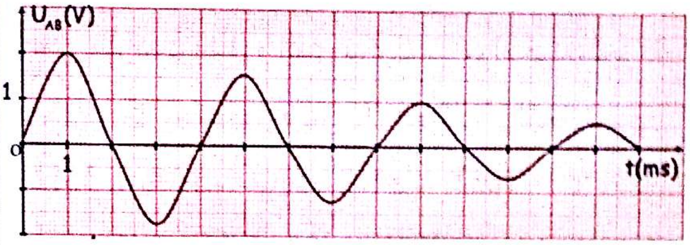
1- فسر الظاهرة وعلق على البيان الناتج.

2-أ/ عين مع التبرير قيمتي شدة التيار الكهربائي عند بداية ونهاية الشحن.

ب/ مثل البيان $i = f(t)$.

جـ/ عين قيمة τ بيانيا ثم إستنتج سعة المكثفة.

II- بعد شحن المكثفة نضع البادلة في الوضع (2) فنحصل على البيان التالي:



1- وضح الظاهرة الملاحظة.

2-أ/ عين قيمة شبه الدور للإهتزازات الحاصلة.

ب/ أكتب علاقة الدور الذاتي T_0 و بين أنه متجانس مع الزمن.

جـ/ بتقريب قيمة شبه الدور من الدور الذاتي ، أحسب سعة المكثفة C و قارنها مع القيمة المحسوبة سابقا.

3-أ/ أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين:

$t_1 = 1,0ms$ و $t_2 = 5,0ms$.

ب/ ما هي قيمة كل من الطاقة المخزنة في الوشيعة و الطاقة الإجمالية و هذا عند اللحظتين السابقتين ؟

جـ/ هل الطاقة الكلية ثابتة ؟ برر. **يعطي:** $\pi^2 \simeq 10$

الحل:

I-1- عند وضع البادلة في الوضع (1) يتم شحن المكثفة فيزداد التوتر بين طرفيها تدريجيا (نظام إنتقالي) إلى أن يصل إلى قيمة ثابتة (نظام دائم) عندها تكون المكثفة مشحونة و تلعب دور قاطعة مفتوحة لذلك يكون التيار معدوما.

2-أ/ إيجاد شدة التيار:

عند بداية الشحن: حسب قانون جمع التوترات:

$$E = U_C + U_R$$
$$E = U_C + Ri$$

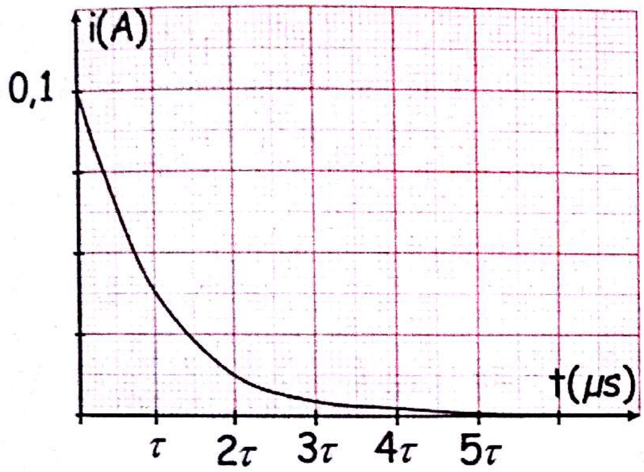
لما $t = 0$ يكون $U_C = 0$

إذن: $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = \frac{2}{20} = 0,1A$

عند نهاية الشحن:

$$E = U_C + U_R$$
$$U_R = E - U_C$$
$$Ri = E - U_C \Rightarrow i = \frac{E - U_C}{R} = \frac{2-2}{20} = 0$$

ب/ تمثيل البيان: $i = f(t)$



جـ/ تعيين τ بيانيا:

$U_C(\tau) = 0,63E$ ، بعد الإسقاط من المنحنى :

$U_C = f(t)$ نجد: $\tau = 1,2.20 = 24\mu s$

- حساب سعة المكثفة:

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{24.10^{-6}}{20} = 1,2.10^{-6}F$$

II-1 - يحدث تفريغ تلقائي للمكثفة في الوشيعة و بسبب وجود مقاومة في الدارة يحدث ضياع في الطاقة على شكل حرارة بفعل جول.

2-أ/ قيمة شبه الدور: $T = 4ms$

ب/ عبارة الدور الذاتي هي: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- التحليل البعدي: $[T_0] = [L]^{1/2}.[C]^{1/2}$

$$U_L = L\frac{di}{dt} \Rightarrow L = U_L.\frac{dt}{di} \Rightarrow [L] = [U].\frac{[T]}{[I]}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{it}{U} \Rightarrow [C] = \frac{[I].[T]}{[U]}$$

$$[T_0]=\left([U].\frac{[T]}{[I]}\right)^{1/2}.\left(\frac{[I].[T]}{[U]}\right)^{1/2}=[T]=s$$

جـ/ حساب سعة المكثفة:

$$T_0^2=4\pi^2LC\Rightarrow C=\frac{T_0^2}{4\pi^2L}=\frac{(4.10^{-3})^2}{4.10.0,35}=1,14.10^{-6}F$$

و هي مقاربة للقيمة المحسوبة سابقا.

3-أ/ حساب الطاقة المخزنة في المكثفة:

عند اللحظة t_1 :

$$U_1(C)=\frac{1}{2}CU_1^2=\frac{1}{2}.1,2.10^{-6}.2^2=2,4.10^{-6}j$$

عند اللحظة : t_2

$$U_2(C)=\frac{1}{2}CU_2^2=\frac{1}{2}.1,2.10^{-6}.1,5^2=1,35.10^{-6}j$$

ب/ عند اللحظتين السابقتين تكون المكثفة مشحونة

أي $i=0$ و بالتالي: $E(L)=\frac{1}{2}Li^2=0$

- الطاقة الإجمالية:

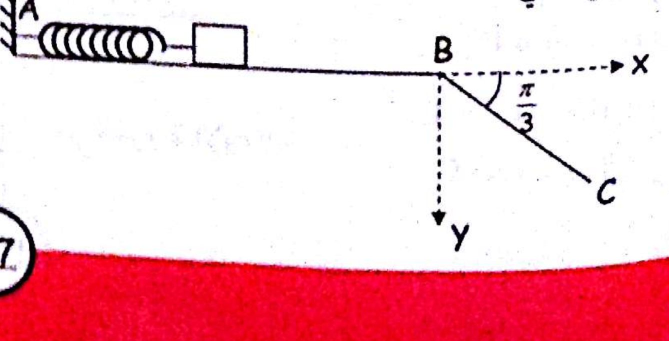
عند اللحظة t_1 $E_T=U_1(C)+E(L)=2,4.10^{-6}j$

عند اللحظة t_2 $E_T=U_2(C)+E(L)=1,35.10^{-6}j$

جـ/مما سبق الطاقة الكلية ليست ثابتة لوجود ضياع في المقاومة بفعل جول على شكل حرارة.

التمرين05

I- تثبت نهاية نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة في وضع أفقي عند الموضع (A)، ثابت مرونته $k=100N/m$، يشد في طرفه الثاني جسم كتلته $M=200g$ التي يمكنها الإنزلاق بدون إحتكاك على السطح الأفقي كما هو موضح في الشكل التالي:

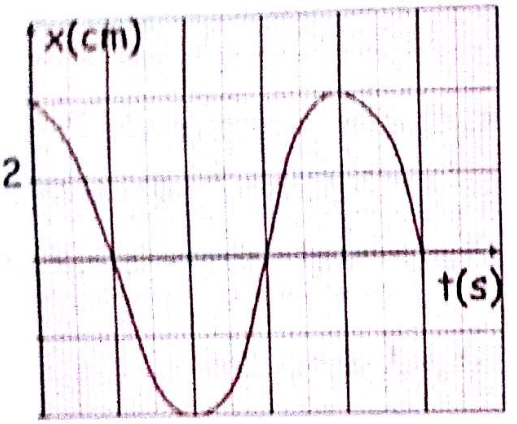


نزيح الكتلة M بمقدار X_0 في الإتجاه الموجب و نتركها لحالها.

1- أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

2- أوجد علاقة الدور ثم أحسبه.

3- إعتمادا على مخطط الحركة الموضح في الشكل التالي:



- إستنتج المعادلة الزمنية $x=f(t)$.

II- عند المرور بوضع التوازن ينفصل الجسم عن النابض و يواصل حركته على المستوي الأفقي (AB).

1- أحسب سرعة وصوله إلى الموضع (B).

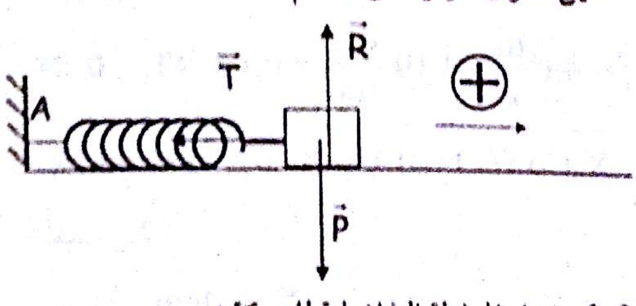
2- أوجد معادلة مساره على المستوي (BC).

3- أوجد إحداثيتي نقطة تقاطعه بالسطح المائل.

يعطى: $\pi^2=10$ ، $g=10m/s^2$

الحل:

- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم:



I-1- إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المنسوبة حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا: $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد: $-T = m a$

$$-k x = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + k x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

2- إيجاد علاقة الدور:

المعادلة السابقة عبارة عن معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

حلها من الشكل: $x = X_0Cos(\omega_0 t + \varphi)$

باشتقاق الحل مرتين نجد: $\frac{dx}{dt} = -X_0\omega_0 Sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -X_0\omega_0^2Cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + X_0\omega_0^2Cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

من جهة أخرى: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T_0^2}$

إذن: $\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- حساب T_0 :

$$T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} = 4.10.\frac{0,2}{100} = 0,08 \Rightarrow T_0 = 0,28\ s$$

3- إستنتاج المعادلة الزمنية للحركة: $x=X_0Cos(\omega_0t+\varphi)$

- تعيين X_0 :

من البيان : $X_0 = 4cm$

- حساب النبض ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 22,4\ rd/s$$

- إيجاد الصفحة الإبتدائية φ :

عند اللحظة $t = 0$ تكون $x = X_0$

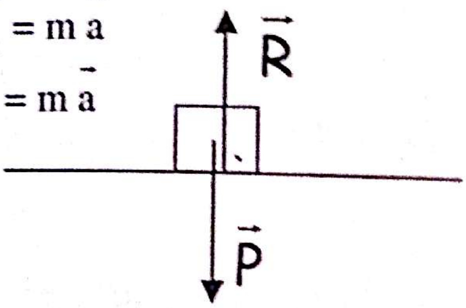
و منه $X_0 = X_0Cos\varphi \Rightarrow Cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

إذن: $x = 0,04Cos\ 22,4\,t$

II-1- حساب سرعة وصول الجسم عند الموضع B:

بعد إنفصال الجسم:

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$$
$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$



بعد الإسقاط نجد: $0 = ma \Rightarrow a = 0$

إذن يواصل الجسم حركته بحركة مستقيمة منتظمة و يحافظ على نفس السرعة التي كان عليها لحظة الإنفصال .

عند الإنفصال يكون في وضع التوازن أين تكون السرعة أعظمية و هي في الإتجاه الموجب:

$$\upsilon_B = \upsilon = X_0\omega_0 = 0,04.22,4 = 0,896\ m/s$$

2- معادلة المسار(حركة قذف أفقي):

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين $\overrightarrow{Bx}$ و $\overrightarrow{By}$:

$$\begin{cases} 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \\ P = ma_y \Rightarrow a_y = g \end{cases}$$

بالتكامل نجد: $\begin{cases} \upsilon_x = C_1 \\ \upsilon_y = gt + C_2 \end{cases}$

من الشروط الإبتدائية: $\begin{cases} \upsilon_x(0) = \upsilon_B = C_1 \\ \upsilon_y(0) = 0 = C_2 \end{cases}$

إذن:
$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_B \\ \upsilon_y = gt \end{cases}$$

بالتكامل نجد:
$$\begin{cases} x = \upsilon_B t + C_3 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + C_4 \end{cases}$$

من الشروط الإبتدائية:
$$\begin{cases} x(0) = 0 = C_3 \\ y(0) = 0 = C_4 \end{cases}$$

إذن:
$$\begin{cases} x = \upsilon_B t \ LL(1) \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \ LL(2) \end{cases}$$

نستخرج الزمن t من العلاقة (1) و نعوضه في العلاقة (2)

فنجد:
$$t = \frac{x}{\upsilon_B} \Rightarrow y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\upsilon_B}\right)^2$$

ومنه : $y = \frac{g}{2.\upsilon_B^2}.x^2$

3- إيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع الجسم بالسطح المائل:

من الشكل $\tan\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x\tan\alpha$

نعوض في معادلة المسار نجد: $x\tan\alpha = \frac{g}{2.\upsilon_B^2}x^2$

$$\tan\alpha = \frac{g}{2.\upsilon_B^2}x \Rightarrow x = \frac{2.\upsilon_B^2}{g}\tan\alpha$$

$$x = \frac{2.0,896^2}{10}.\tan\frac{\pi}{3} = 0,278m = 27,8cm$$

$$y = 27,8.\tan\frac{\pi}{3} = 48,2cm$$

الوحدة 8

ظواهر الانتشار

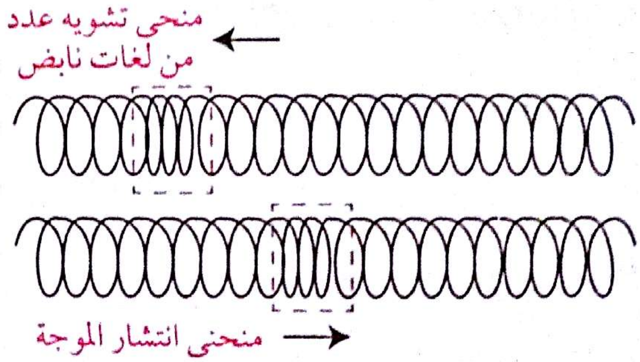


1- تعاريف :

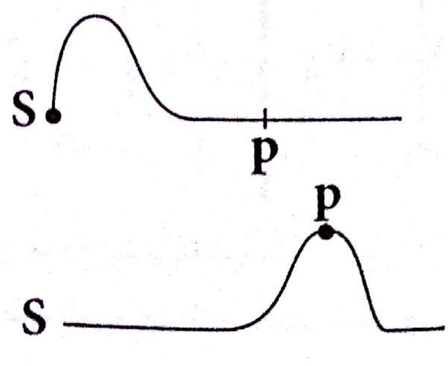
- الوسط المرن هو الذي يغير شكله بمؤثر خارجي ويعود إلى شكله الأصلي عند زوال المؤثر.
- الاضطراب هوالتغيير المفاجئ والمحلي في وسط مرن.
- ينتقل الاضطراب من نقطة إلى أخرى بسرعة ثابتة .
- المكان الأول لحدوث الاضطراب يعرف باسم المنبع .
- لكي يصل الاضطراب إلى نقطة M من الوسط المرن يستغرق زمنا،وكل نقطة يصلها الاضطراب تكرر حركة المنبع.

2- أنواع الاضطراب:

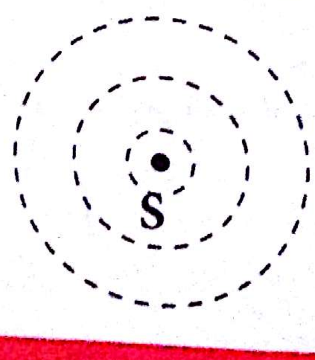
الاضطراب الطولي: يكون الاضطراب طوليا عندما تهتز النقاط المادية من الوسط المرن موازية لمنحى الانتشار.



الاضطراب العرضي: يكون الاضطراب عرضيا عندما تهتز النقاط المادية من الوسط المرن عموديا على منحى الانتشار.

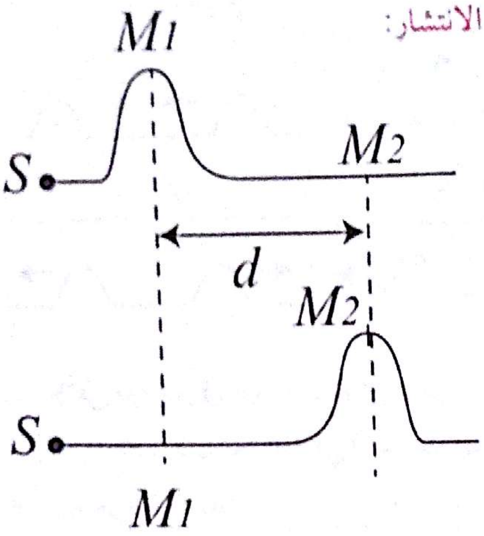


الاضطراب في مستو: يكون في اتجاهات مختلفة وفق دوائر مركزها المنبع (S)، تدعى التجاعيد الدائرية وهي عبارة عن اضطراب عرضي.



ملاحظة: انتشار اضطراب يرافقه انتقال طاقة دون انتقال مادة.

3- سرعة الانتشار:



$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

وهي ثابتة تتعلق بطبيعة الوسط المرن.

ملاحظة: الدراسة التجريبية أثبتت أن سرعة انتشار اضطراب حبل طوله وكتلته تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

حيث: F : قوة الشد في الحبل.

$\mu = \frac{m}{\ell}$: كتلته الخطية.

تمرين تطبيقي:

سلك من الفولاذ كثافته $d = 7{,}80$ ومساحة مقطعة $S = 1mm^2$ مشدود بقوة $F = 200N$

ما هي سرعة انتشار الاضطراب فيه ؟

الحل: حساب الكتلة الخطية للسلك:

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\rho V}{\ell} = \frac{d\,\rho eau.V}{\ell} = \frac{d.\rho eau.S\,\ell}{\ell}$$

$$\mu = d.\rho eau.S = 7{,}8.1000.1.10^{-6}$$

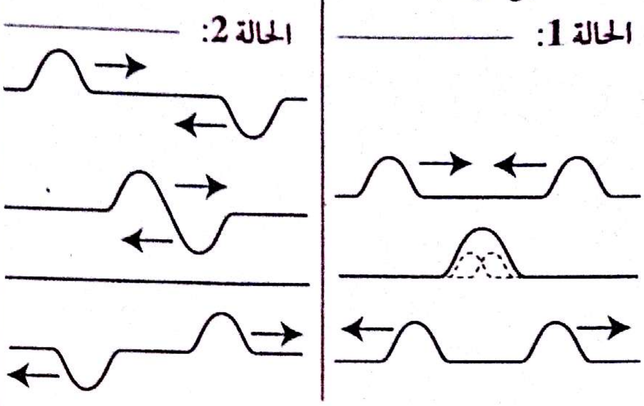
$$= 7{,}8.10^{-3}\ kg/m$$

حساب سرعة انتشار الاضطراب:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{7{,}8.10^{-3}}} = 160{,}2 m/s$$

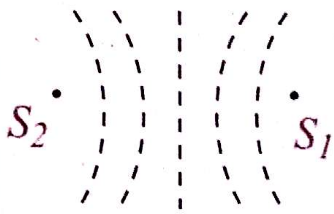
4- ظاهرة تراكب موجتين :

● حالة حبل مرن :



عند تلاقي موجتين في حبل مرن تتراكبان دون تصادم وتحتفظ كل منهما بخصائصها بعد التلاقي (السرعة، الشكل، ...)

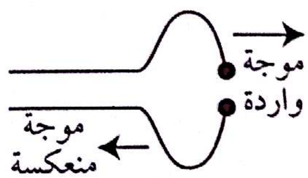
*** حالة حوض به ماء:**



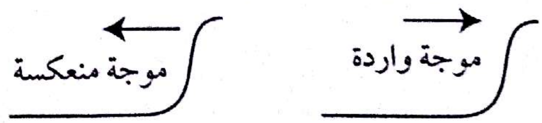
يتشكل على سطح السائل تجاعيد بشكل قطوع زائدة ذات محرفين (منبعين S_2 ، S_1) تسمى بأهداب التداخل يبدو السائل في بعضها ساكنا وفي البعض الآخر أعظميا بالتناوب.

5 - ظاهرة الانعكاس

*** الانعكاس على نهاية مقيدة:**



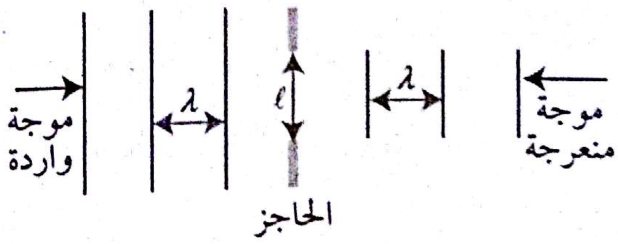
*** الانعكاس على نهاية حرة:**



ملاحظة: تنتشر الموجة المنعكسة بنفس سرعة الموجة الواردة وتبقى محافظة على نفس المطال.

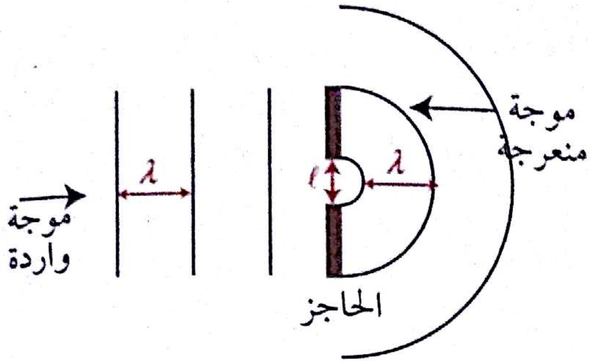
6- ظاهرة الانعراج :

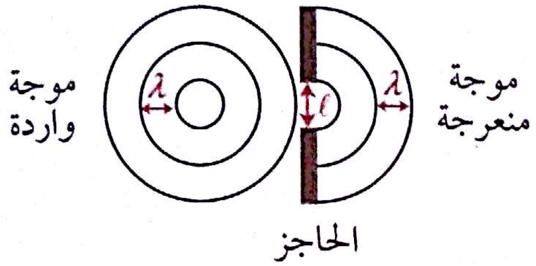
الحالة 1: حاجز به ثقب و $\ell << \lambda$



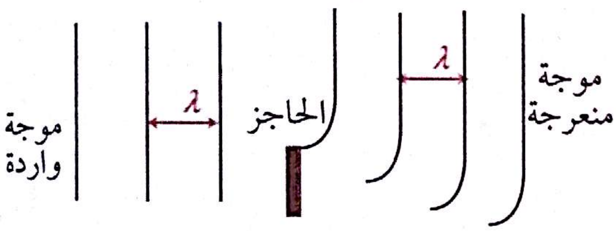
حيث: λ هي المسافة بين تجعيدتين. ℓ عرض الفتحة .

الحالة 2: حاجز به ثقب و $\ell \approx \lambda$

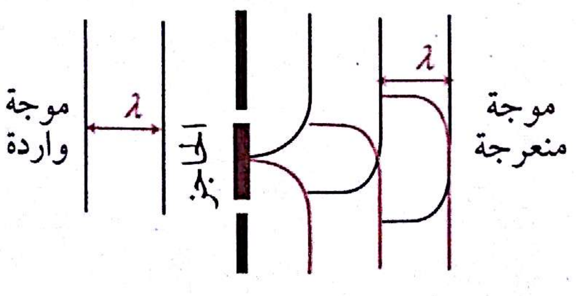




الحالة 3: الحاجز مستقيم

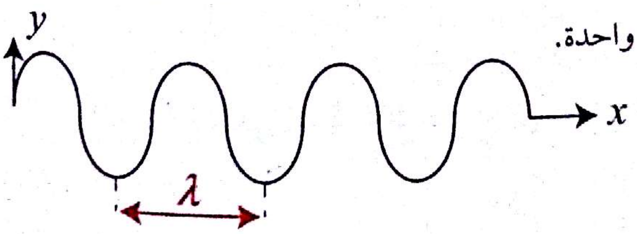


الحالة 4: الحاجز صغير



7- انتشار موجة ميكانيكية دورية:

تعريف طول الموجة: هو المسافة المقطوعة من طرف اهتزازة واحدة.



تعريف الدور: هو الزمن اللازم للقيام باهتزازة واحدة.

